LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

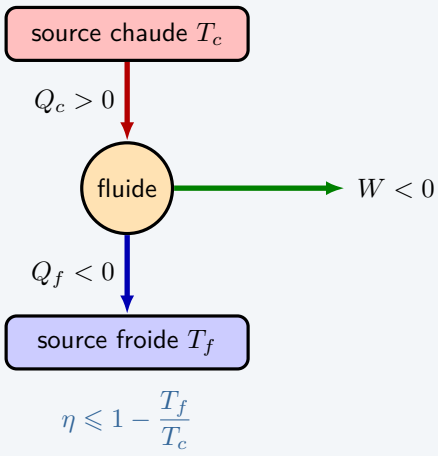
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

T6

THERMODYNAMIQUE

Étude des machines thermiques

Machines dithermes — Rendement et efficacité — Théorème de Carnot — Cycles moteurs et frigorifiques — Systèmes ouverts en écoulement permanent



> *C'est à la chaleur que doivent être attribués les grands mouvements qui frappent nos regards sur la terre.*
>
> — Sadi Carnot, *Réflexions sur la puissance motrice du feu* (1824)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Cycles thermodynamiques »

T6 — Machines thermiques

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Identifier le fluide, les sources et les pièces mobiles d'une machine ; établir le diagramme des échanges et le signe des énergies.
- Appliquer les deux principes sur un cycle ; démontrer l'impossibilité du moteur monotherme.
- Définir et exprimer le rendement d'un moteur et l'efficacité d'un réfrigérateur ou d'une pompe à chaleur.
- Établir le théorème de Carnot et les performances maximales des machines dithermes.
- Décrire le cycle de Carnot et modéliser un moteur réel (Beau de Rochas, Diesel, Stirling).
- Établir et utiliser le premier principe pour un système ouvert en écoulement permanent ; exploiter le diagramme des frigoristes.
- Connaître les ordres de grandeur des rendements et efficacités ; principe de la cogénération.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Cycles thermodynamiques » trace les cycles de Carnot, de Beau de Rochas, de Stirling et de Joule dans les diagrammes (P, V) et (T, S), et affiche les échanges d'énergie et le rendement comparé à celui de Carnot.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

I Généralités sur les machines thermiques . . . 3
I.1 Définitions et classification . . . 3
I.2 Les deux principes sur un cycle . . . 3
I.3 Diagramme de Watt . . . 4
II Machines dithermes . . . 4
II.1 Sens des échanges . . . 4
II.2 Performance d'une machine . . . 4
II.3 Théorème de Carnot . . . 5
II.4 Diagramme de Raveau . . . 5
III Le cycle de Carnot . . . 7
IV Modélisation de moteurs réels . . . 8
IV.1 Le moteur à explosion : cycle de Beau de Rochas . . . 8
V Systèmes ouverts en écoulement permanent . . . 9
V.1 Débits . . . 9
V.2 Premier principe industriel . . . 9
V.3 Machine frigorifique à compression de vapeur . . . 10
VI Synthèse . . . 11
VII Exercices d'approfondissement . . . 11
VIII Classiques des concours . . . 13

I Généralités sur les machines thermiques

I.1 Définitions et classification

Définition — Machine thermique

Une **machine thermique** est un dispositif dans lequel un fluide (**fluide caloporteur**, ou agent thermique) échange de l'énergie avec l'extérieur sous forme de travail (par des pièces mobiles : piston, turbine, compresseur) et de transferts thermiques avec des **sources** de chaleur (thermostats). La machine est **cyclique** si le fluide revient périodiquement au même état.

- **Par fonction** : les machines **motrices** fournissent du travail (moteurs de voiture, centrales électriques, turboréacteurs) ; les machines **réceptrices** reçoivent du travail pour transférer de la chaleur d'une source froide vers une source chaude (réfrigérateurs, climatiseurs, pompes à chaleur).
- **Par structure** : dans les machines **à piston**, toutes les transformations ont lieu dans un même cylindre (moteurs à explosion) ; dans les machines **à écoulement**, le fluide circule à travers des organes successifs, chacun réalisant une transformation (réfrigérateur, centrale nucléaire, turboréacteur).

Machine	Fluide	Source chaude	Source froide
Moteur à essence	air et carburant	combustion (modélisée)	atmosphère (renouvellement des gaz)
Centrale nucléaire	eau du circuit secondaire	eau du circuit primaire	rivière, mer ou tour aéroréfrigérante
Réfrigérateur	fluide frigorigène (isobutane)	air de la cuisine	intérieur du réfrigérateur
Pompe à chaleur	fluide frigorigène	eau du chauffage	air extérieur ou sol

Tab. 1 : Identification du fluide et des sources de quelques machines.

I.2 Les deux principes sur un cycle

On compte positivement les énergies **reçues par le fluide** : travail W et transferts thermiques Q_i reçus des sources de températures T_i. Sur un cycle, le fluide revient à son état initial : $\Delta U = 0$ et $\Delta S = 0$.

Bilans sur un cycle R D

$$W + \sum_i Q_i = 0 \qquad \sum_i \frac{Q_i}{T_i} = -S_{\text{créée}} \leqslant 0$$

La seconde relation est l'**inégalité de Clausius** ; l'égalité correspond à un cycle réversible.

Démonstration. Premier principe : $0 = \Delta U = W + \sum Q_i$. Deuxième principe : $0 = \Delta S = \sum Q_i/T_i + S_{\text{créée}}$, avec $S_{\text{créée}} \geqslant 0$. □

Pas de moteur monotherme (Kelvin) R

Un fluide décrivant un cycle au contact d'une seule source ne peut que recevoir du travail et céder de la chaleur : $Q = -T_0 S_{\text{créée}} \leqslant 0$ et $W = -Q \geqslant 0$. Une machine motrice doit échanger de la chaleur avec au moins **deux** sources.

I.3 Diagramme de Watt

Pour une machine à piston dont les transformations sont supposées mécaniquement réversibles, le travail reçu sur un cycle vaut $W = -\oint P\,\mathrm{d}V$: sa valeur absolue est l'aire du cycle dans le diagramme (V, P) (diagramme de Watt, ou de Clapeyron pour les grandeurs massiques).

Sens de parcours R

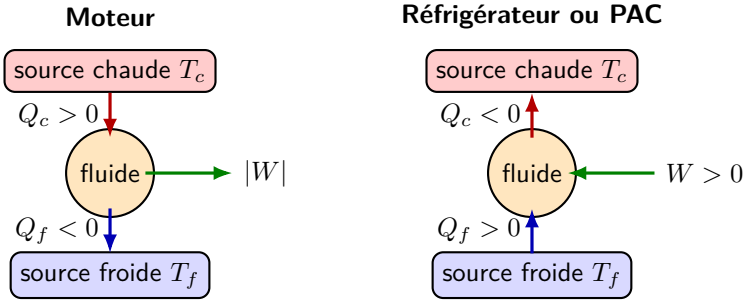
Cycle parcouru dans le sens **horaire** : $W < 0$, cycle **moteur**. Sens **trigonométrique** : $W > 0$, cycle **récepteur**. Dans le diagramme (S, T), $|Q_{\text{tot}}| = |W|$ est aussi l'aire du cycle, et le même critère s'applique.

II Machines dithermes

II.1 Sens des échanges

Une machine ditherme échange Q_c avec une source chaude (T_c) et Q_f avec une source froide $(T_f < T_c)$:

$$W + Q_c + Q_f = 0 \qquad \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leqslant 0.$$



Remarque

Les flèches indiquent le sens réel des transferts. Pour un moteur, de la chaleur doit obligatoirement être cédée à la source froide. Pour une machine réceptrice, le travail fourni permet de faire passer de la chaleur du froid vers le chaud, ce qui ne se ferait pas spontanément (Clausius).

II.2 Performance d'une machine

Définition — Rendement et efficacité

La performance d'une machine est le rapport, en valeur absolue, de l'énergie **utile** à l'énergie **coûteuse** (la chaleur prise à l'environnement naturel est gratuite) :

- moteur : rendement $\eta = \dfrac{-W}{Q_c}$;
- réfrigérateur (on veut refroidir la source froide) : efficacité $e_F = \dfrac{Q_f}{W}$;
- pompe à chaleur (on veut chauffer la source chaude) : efficacité $e_P = \dfrac{-Q_c}{W}$.

II.3 Théorème de Carnot

Théorème de Carnot R D

Les performances d'une machine ditherme sont majorées par celles d'une machine réversible fonctionnant entre les mêmes sources, qui ne dépendent que des températures des sources :

$$\eta \leqslant \eta_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} \qquad e_F \leqslant \frac{T_f}{T_c - T_f} \qquad e_P \leqslant \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

Démonstration (moteur). $\eta = \dfrac{-W}{Q_c} = \dfrac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \dfrac{Q_f}{Q_c}$. Clausius : $\dfrac{Q_f}{T_f} \leqslant -\dfrac{Q_c}{T_c}$ et, comme $Q_c > 0$, $\dfrac{Q_f}{Q_c} \leqslant -\dfrac{T_f}{T_c}$, d'où $\eta \leqslant 1 - \dfrac{T_f}{T_c}$. Plus précisément, en gardant l'entropie créée : $\eta = \eta_C - \dfrac{T_f S_{\text{créée}}}{Q_c}$.
(Réfrigérateur.) $e_F = \dfrac{Q_f}{-Q_c - Q_f} = \dfrac{1}{-Q_c/Q_f - 1}$; avec $Q_f > 0$, Clausius donne $-\dfrac{Q_c}{Q_f} \geqslant \dfrac{T_c}{T_f}$, d'où $e_F \leqslant \dfrac{1}{T_c/T_f - 1} = \dfrac{T_f}{T_c - T_f}$. Même méthode pour la pompe à chaleur. □

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Les températures sont en **kelvins**.
- Un rendement est toujours inférieur à 1 ; une efficacité peut dépasser 1 (et c'est souhaitable !) : la pompe à chaleur restitue $-Q_c = W + Q_f > W$.
- Moyen mnémotechnique : performance de Carnot = température de la source « intéressante » divisée par l'écart de températures (pour le moteur, $\eta_C = \frac{T_c - T_f}{T_c}$).

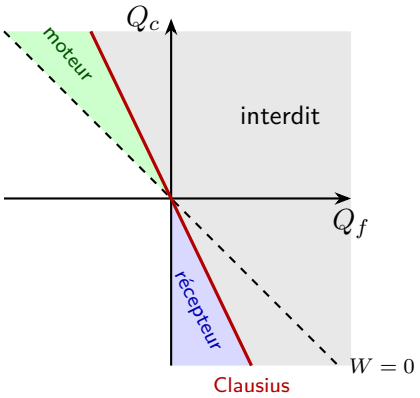
Ordres de grandeur

Machine	performance réelle	Carnot
Moteur à essence	$\eta \approx 30\,\%$	
Moteur Diesel de navire	$\eta \approx 50\,\%$	
Centrale nucléaire ($T_c \approx 560\,\text{K}$, $T_f \approx 300\,\text{K}$)	$\eta \approx 33\,\%$	$46\,\%$
Centrale à gaz à cycle combiné	$\eta \approx 60\,\%$	
Réfrigérateur ($-5\,^\circ\text{C}$ / $25\,^\circ\text{C}$)	$e_F \approx 1{,}5$ à 3	$8{,}9$
Pompe à chaleur air–eau ($0\,^\circ\text{C}$ / $35\,^\circ\text{C}$)	$e_P \approx 3$ à 4	$8{,}8$

II.4 Diagramme de Raveau

On représente le fonctionnement d'une machine ditherme par un point du plan (Q_f, Q_c).

- La droite $Q_c = -Q_f$ ($W = 0$) sépare les moteurs ($W < 0$, au-dessus) des récepteurs.
- Clausius impose d'être sous la droite $Q_c = -\frac{T_c}{T_f} Q_f$, plus raide.
- Zones possibles : moteur ($Q_c > 0$, $Q_f < 0$) ; réfrigérateur/PAC ($Q_c < 0$, $Q_f > 0$) ; et des zones « inutiles » (travail reçu pour chauffer la source froide, ou chaleur cédée aux deux sources).



☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 — Centrale thermique et rivière

✦✧✧✧✧

Une centrale de puissance électrique $\mathcal{P}_e = 900\,\mathrm{MW}$ fonctionne entre la vapeur à $550\,^\circ\mathrm{C}$ et l'eau d'une rivière à $20\,^\circ\mathrm{C}$. Son rendement vaut $60\,\%$ de celui de Carnot.

Q-1) Calculer le rendement réel et la puissance thermique cédée à la rivière.

Q-2) Le débit de la rivière est de $100\,\mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$. Calculer son échauffement. Commenter.

Correction

Q-1) $\eta_C = 1 - \dfrac{293}{823} = 0{,}644$; $\eta = 0{,}386$. Puissance reçue de la source chaude : $\mathcal{P}_c = \mathcal{P}_e/\eta = 2{,}33\,\mathrm{GW}$; cédée à la rivière : $\mathcal{P}_c - \mathcal{P}_e = 1{,}43\,\mathrm{GW}$.

Q-2) $\Delta T = \dfrac{1{,}43\times10^9}{1\times10^5\times4180} = 3{,}4\,\mathrm{K}$: l'échauffement est sensible pour la faune aquatique ; en été, la production peut être réduite. Les tours aéroréfrigérantes évacuent cette chaleur dans l'air.

EXERCICE 2 — Pompe à chaleur ou radiateur électrique ?

✦✧✧✧✧

Une maison doit recevoir une puissance thermique de $8{,}0\,\mathrm{kW}$ pour être maintenue à $20\,^\circ\mathrm{C}$ quand il fait $0\,^\circ\mathrm{C}$ dehors. L'eau du circuit de chauffage est à $35\,^\circ\mathrm{C}$.

Q-1) Calculer l'efficacité de Carnot de la pompe à chaleur air–eau, puis la puissance électrique consommée si son efficacité réelle vaut $3{,}5$.

Q-2) Comparer avec des radiateurs électriques.

Correction

Q-1) $e_{P,C} = \dfrac{308}{308-273} = 8{,}8$. $\mathcal{P}_{\text{élec}} = \dfrac{8{,}0}{3{,}5} = 2{,}3\,\mathrm{kW}$; le reste ($5{,}7\,\mathrm{kW}$) est pris gratuitement à l'air extérieur.

Q-2) Un radiateur électrique a une « efficacité » de 1 : il consommerait $8{,}0\,\mathrm{kW}$. La pompe à chaleur divise la facture par 3,5 environ (moins quand il fait très froid, car $e_{P,C}$ diminue).

III Le cycle de Carnot

Définition — Cycle de Carnot

Le **cycle de Carnot** est le cycle ditherme réversible : le fluide n'échange de chaleur qu'au contact des sources, à leur température (deux **isothermes** réversibles), et passe d'une température à l'autre sans échange thermique (deux **adiabatiques réversibles**, donc isentropiques).

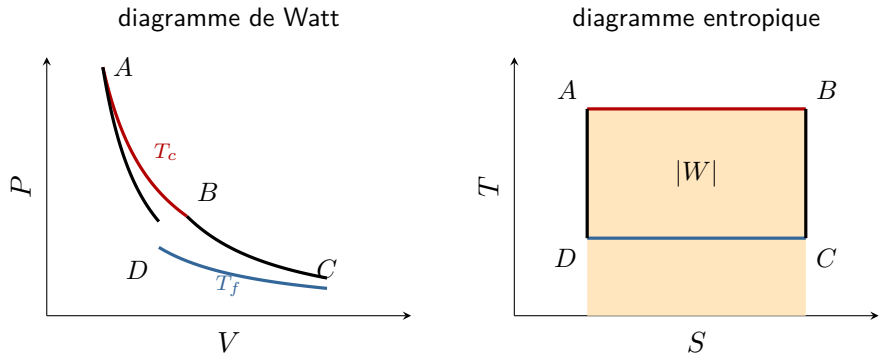


Fig. 1 : Cycle de Carnot moteur : isothermes AB (à T_c) et CD (à T_f), adiabatiques réversibles BC et DA, parcouru dans le sens horaire.

Rendement du cycle de Carnot d'un gaz parfait D

- $A \to B$: détente isotherme à T_c, $Q_c = nRT_c \ln \dfrac{V_B}{V_A} > 0$;
- $B \to C$: détente adiabatique réversible, $T_c V_B^{\gamma-1} = T_f V_C^{\gamma-1}$;
- $C \to D$: compression isotherme à T_f, $Q_f = nRT_f \ln \dfrac{V_D}{V_C} < 0$;
- $D \to A$: compression adiabatique réversible, $T_f V_D^{\gamma-1} = T_c V_A^{\gamma-1}$.

Les deux lois de Laplace donnent $\dfrac{V_B}{V_A} = \dfrac{V_C}{V_D}$, donc $\dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} = 0$ et $\eta = 1 + \dfrac{Q_f}{Q_c} = 1 - \dfrac{T_f}{T_c} = \eta_C$.

Remarque

Le cycle de Carnot n'est qu'un modèle limite : étant réversible, il est infiniment lent, donc de **puissance nulle**. L'ingénieur cherche un compromis entre rendement et puissance (et faisabilité technologique) : un moteur réel crée de l'entropie, et chaque joule par kelvin créé coûte T_f joules de travail.

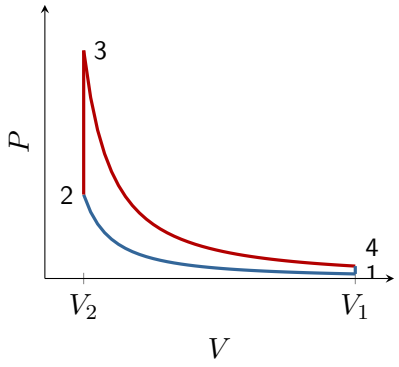
IV Modélisation de moteurs réels

IV.1 Le moteur à explosion : cycle de Beau de Rochas

Le moteur à essence à quatre temps (admission, compression, combustion–détente, échappement) est modélisé par le cycle de Beau de Rochas (ou d'Otto) décrit par l'air (gaz parfait) :

- $1 \to 2$: compression adiabatique réversible de V_1 à V_2, de **rapport volumétrique** $a = V_1/V_2$;
- $2 \to 3$: explosion très rapide, modélisée par un chauffage isochore (Q_c) ;
- $3 \to 4$: détente adiabatique réversible (temps moteur) ;
- $4 \to 1$: ouverture de la soupape d'échappement, modélisée par un refroidissement isochore (Q_f).

Admission et échappement (isobares à P_0) se compensent et ne contribuent pas au travail.



Rendement du cycle de Beau de Rochas D

$$\eta = 1 - \frac{1}{a^{\gamma-1}}$$

Démonstration. $Q_c = Q_{23} = C_V(T_3 - T_2)$, $Q_f = Q_{41} = C_V(T_1 - T_4)$. Laplace : $T_2 = T_1 a^{\gamma-1}$ et $T_3 = T_4 a^{\gamma-1}$, donc $T_3 - T_2 = a^{\gamma-1}(T_4 - T_1)$ et $\eta = 1 + \dfrac{Q_f}{Q_c} = 1 - \dfrac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - a^{1-\gamma}$. □

Ordres de grandeur

Pour $a = 9$ et $\gamma = 1{,}4$: $\eta = 58\,\%$ (rendement théorique) ; le rendement réel est voisin de $30\,\%$ (frottements, transferts thermiques aux parois, combustion non instantanée). On ne peut augmenter a au-delà de 10 environ à cause de l'auto-allumage du mélange.

Remarque

Autres moteurs. Le moteur **Diesel** comprime de l'air seul ($a \approx 15$ à 20) jusqu'à une température suffisante pour enflammer le gazole injecté (chapitre T3) ; la combustion, plus lente, est modélisée par une isobare. Le moteur **Stirling** (deux isothermes et deux isochores, voir exercice) fonctionne avec des sources externes. Les turbines à gaz et turboréacteurs suivent le cycle de **Joule** (deux isobares, deux adiabatiques).

☞ Exercices d'application

EXERCICE 3 Le moteur de Lenoir ✦✦✧✧✧

Le premier moteur à combustion interne commercialisé (Lenoir, 1860) n'avait pas de phase de compression. On le modélise par le cycle d'un gaz parfait ($\gamma = 1{,}4$) : à partir de l'état $A(P_1, V_1, T_1)$, (1) explosion isochore jusqu'à $P_B = 2P_1$; (2) détente isotherme jusqu'à $V_C = 2V_1$; (3) compression isobare à P_1 jusqu'à l'état A.

Q-1) Vérifier que $P_C = P_1$, représenter le cycle et justifier qu'il est moteur.

Q-2) Calculer le travail reçu sur un cycle et les transferts thermiques reçus pendant les étapes (1) et (2).

Q-3) En déduire le rendement, en considérant que Q_c est la chaleur reçue pendant les étapes (1) et (2). Commenter.

Correction

Q-1) Isotherme à $T_B = 2T_1$: $P_C = P_B \dfrac{V_1}{2V_1} = P_1$. Le cycle (montée verticale, hyperbole descendante, retour horizontal vers la gauche) est parcouru dans le sens horaire : moteur.

Q-2) $W_1 = 0$; $W_2 = -2P_1V_1 \ln 2$; $W_3 = -P_1(V_1 - 2V_1) = P_1V_1$. $W = -(2\ln 2 - 1)P_1V_1 = -0{,}386\, P_1V_1$. $Q_1 = C_V(T_B - T_1) = \dfrac{P_1V_1}{\gamma - 1}$; $Q_2 = -W_2 = 2P_1V_1 \ln 2$.

Q-3) $\eta = \dfrac{-W}{Q_1 + Q_2} = \dfrac{0{,}386}{2{,}5 + 1{,}386} = 10\,\%$. (Si l'on ne compte que Q_1 : $\eta = (\gamma - 1)(2\ln 2 - 1) = 15\,\%$.) Sans compression préalable, le rendement est faible ; le moteur réel atteignait 4 à 5 %.

V Systèmes ouverts en écoulement permanent

V.1 Débits

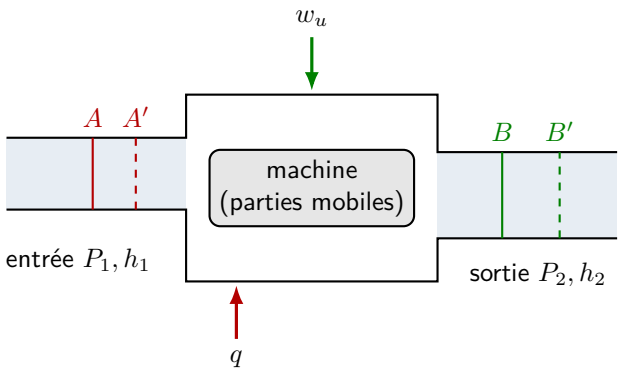
Définition — Débit massique et débit volumique

Un fluide de masse volumique ρ s'écoule à la vitesse c à travers une section S. La masse qui traverse S pendant $\mathrm{d}t$ est $\delta m = \rho S c\, \mathrm{d}t$. On définit le **débit massique** $D_m = \dfrac{\delta m}{\mathrm{d}t} = \rho S c$ (en $\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$) et le **débit volumique** $D_V = Sc = D_m/\rho$ (en $\mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$).

Remarque

En **régime permanent** (stationnaire), aucune grandeur ne dépend du temps : la masse contenue dans une machine est constante, donc le débit massique est le même à l'entrée et à la sortie (et se répartit entre les branches d'une conduite, comme l'intensité dans les nœuds d'un circuit). Pour un fluide incompressible, $S_1c_1 = S_2c_2$.

V.2 Premier principe industriel



Premier principe pour un écoulement permanent R D

Pour un fluide traversant en régime permanent une machine entre une entrée (1) et une sortie (2), par unité de masse :

$$\Delta h + \Delta\left(\frac{c^2}{2}\right) + g\,\Delta z = w_u + q$$

où w_u est le **travail utile** (ou indiqué) massique reçu des parties mobiles et q le transfert thermique massique reçu. En puissance : $D_m\,[\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p] = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{\text{th}}$.

Démonstration. On choisit le système **fermé** Σ formé du fluide contenu dans la machine et de la masse δm qui va y entrer entre t et $t+\mathrm{d}t$ (entre A et A') ; à $t+\mathrm{d}t$, il est formé du fluide dans la machine et de la masse δm sortie (entre B et B'). En régime permanent, le contenu de la machine est le même aux deux instants, d'où $\mathrm{d}E_\Sigma = \delta m\,[(u+e_c+e_p)_2 - (u+e_c+e_p)_1]$. Les travaux reçus sont : le travail utile $\delta m\, w_u$, le travail de poussée du fluide amont $+P_1 v_1 \delta m$, celui du fluide aval $-P_2 v_2 \delta m$; le transfert thermique vaut $\delta m\, q$. Le premier principe donne $\Delta(u+Pv) + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q$, avec $h = u + Pv$. □

Second principe pour un écoulement permanent

Par unité de masse : $s_2 - s_1 = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}}$ avec $s_{\text{créée}} \geqslant 0$ (et $s_{\text{éch}} = q/T_0$ pour un échange avec un thermostat à T_0).

Organes usuels M

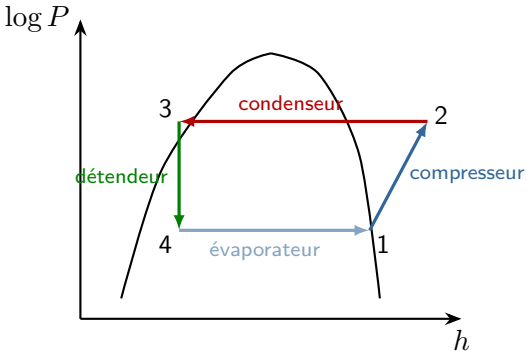
En négligeant les variations d'énergies cinétique et potentielle :

- **compresseur** ou **turbine** adiabatique : $w_u = \Delta h$ (si de plus réversible : isentropique) ;
- **détendeur** (vanne, capillaire), sans pièce mobile et adiabatique : $\Delta h = 0$ (isenthalpique, comme la détente de Joule–Thomson, chapitre T3) ;
- **échangeur** (condenseur, évaporateur, chaudière), sans pièce mobile : $q = \Delta h$;
- **tuyère** adiabatique sans pièce mobile : $\Delta h + \Delta\frac{c^2}{2} = 0$ (le fluide accélère en se détendant).

V.3 Machine frigorifique à compression de vapeur

Dans un réfrigérateur, un fluide frigorigène décrit le cycle :

- $1 \to 2$: compression adiabatique de la vapeur ($w = h_2 - h_1$) ;
- $2 \to 3$: refroidissement et liquéfaction isobares dans le **condenseur** (à l'arrière, dans la cuisine) : $q_c = h_3 - h_2 < 0$;
- $3 \to 4$: détente isenthalpique dans le **détendeur** : $h_4 = h_3$; le fluide se refroidit et se vaporise partiellement ;
- $4 \to 1$: vaporisation isobare dans l'**évaporateur** (dans l'enceinte) : $q_f = h_1 - h_4 > 0$.



Efficacité : $e_F = \dfrac{q_f}{w} = \dfrac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$, lue sur le diagramme des frigoristes $(h, \log P)$ (chapitre T5).

Remarque

Cogénération. Une centrale classique rejette à la source froide environ les deux tiers de l'énergie du combustible. La cogénération valorise cette chaleur (chauffage urbain, procédés industriels) tout en produisant de l'électricité : le rendement global (électricité + chaleur utile, rapportées à l'énergie du combustible) atteint 80 à $90\,\%$.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 4 — **Compresseur d'air** ★★☆☆☆

Un compresseur adiabatique réversible aspire de l'air (gaz parfait, $\gamma = 1{,}4$, $c_P = 1{,}0\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$) à $20\,^\circ\mathrm{C}$ et $1{,}0\,\mathrm{bar}$, et le refoule à $10\,\mathrm{bar}$, avec un débit massique $D_m = 10\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$.

Q-1) Calculer la température de sortie.

Q-2) Calculer le travail utile massique et la puissance du compresseur.

Correction

Q-1) Isentropique : $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cste}$, $T_2 = T_1\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 293 \times 10^{0{,}286} = 566\,\mathrm{K}\ (293\,^\circ\mathrm{C})$.

Q-2) $w_u = \Delta h = c_P(T_2 - T_1) = 273\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$; $\mathcal{P} = D_m w_u = 2{,}7\,\mathrm{MW}$.

VI Synthèse

★ À retenir

- Sur un cycle : $W + \sum Q_i = 0$; $\sum Q_i/T_i = -S_{\text{créée}} \leqslant 0$ (Clausius). Pas de moteur monotherme.
- Moteur : $W < 0$, $Q_c > 0$, $Q_f < 0$; $\eta = -W/Q_c \leqslant 1 - T_f/T_c$.
- Réfrigérateur : $e_F = Q_f/W \leqslant T_f/(T_c - T_f)$; pompe à chaleur : $e_P = -Q_c/W \leqslant T_c/(T_c - T_f)$.
- Carnot : 2 isothermes + 2 adiabatiques réversibles ; rectangle dans (S,T) ; puissance nulle.
- Beau de Rochas : $\eta = 1 - a^{1-\gamma}$; Diesel : a plus grand, meilleur rendement.
- Watt : cycle horaire = moteur ; $|W|$ = aire.
- Écoulement permanent : $\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q$; compresseur/turbine : $w_u = \Delta h$; détendeur : $\Delta h = 0$; échangeur : $q = \Delta h$.
- Ordres de grandeur : $\eta \approx 30$ à $60\,\%$; $e_F \approx 2$; $e_P \approx 3$ à 4.

VII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 5 Moteur de Stirling et régénérateur

n moles d'air ($\gamma = 1{,}4$) décrivent le cycle réversible : $1 \to 2$ compression isotherme à $T_f = 300\,\text{K}$ de V_1 à $V_2 = V_1/10$; $2 \to 3$ chauffage isochore jusqu'à $T_c = 600\,\text{K}$; $3 \to 4$ détente isotherme à T_c jusqu'à $V_4 = V_1$; $4 \to 1$ refroidissement isochore.

Q-1) Représenter le cycle dans le diagramme de Watt ; est-il moteur ?

Q-2) Calculer, pour une mole, le travail et le transfert thermique de chaque étape, puis le travail total.

Q-3) Calculer le rendement si toute la chaleur reçue (étapes $2 \to 3$ et $3 \to 4$) vient de la source chaude.

Q-4) Un régénérateur stocke la chaleur cédée pendant $4 \to 1$ et la restitue pendant $2 \to 3$. Quel est alors le rendement ? Commenter.

Correction

Q-1) Isotherme basse parcourue vers la gauche, isotherme haute vers la droite : sens horaire, moteur.

Q-2) $W_{12} = RT_f \ln 10 = 5{,}74\,\text{kJ}$, $Q_{12} = -W_{12}$; $W_{23} = 0$, $Q_{23} = C_{V,m}(T_c - T_f) = 6{,}24\,\text{kJ}$; $W_{34} = -RT_c \ln 10 = -11{,}49\,\text{kJ}$, $Q_{34} = 11{,}49\,\text{kJ}$; $W_{41} = 0$, $Q_{41} = -6{,}24\,\text{kJ}$. $W = -R(T_c - T_f)\ln 10 = -5{,}74\,\text{kJ}$.

Q-3) $\eta = \dfrac{5{,}74}{6{,}24 + 11{,}49} = 32\,\%$.

Q-4) Avec un régénérateur parfait, seule Q_{34} est fournie par la source chaude : $\eta = \dfrac{5{,}74}{11{,}49} = 50\,\% = 1 - \dfrac{T_f}{T_c}$, le rendement de Carnot. C'était l'idée de Robert Stirling (1816).

EXERCICE 6 Compression étagée

On comprime de l'air ($\gamma = 1{,}4$, $c_P = 1{,}0\,\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$) de $P_0 = 1\,\text{bar}$, $T_0 = 273\,\text{K}$ jusqu'à $P_2 = 25\,\text{bar}$ par des compressions adiabatiques réversibles.

Q-1) Compression en un seul étage : calculer la température de sortie et le travail massique.

Q-2) Compression en deux étages : de P_0 à P_1, refroidissement isobare jusqu'à T_0, puis de P_1 à P_2. Exprimer le travail total et montrer qu'il est minimal pour $P_1 = \sqrt{P_0 P_2}$.

Q-3) Calculer ce travail minimal et les températures de sortie. Conclure.

Correction

Q-1) $T_2 = T_0\,25^{0{,}286} = 685\,\text{K}$; $w = c_P(T_2 - T_0) = 412\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Q-2) $w = c_P T_0 \left[\left(\dfrac{P_1}{P_0}\right)^k + \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^k - 2\right]$ avec $k = \frac{\gamma-1}{\gamma}$. En dérivant par rapport à P_1 : $\dfrac{P_1^k}{P_0^k} = \dfrac{P_2^k}{P_1^k}$, soit $P_1^2 = P_0 P_2$.

Q-3) $P_1 = 5\,\text{bar}$; chaque étage porte l'air à $T_0\,5^{0{,}286} = 432\,\text{K}$ et demande $c_P(432 - 273) = 159\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$; total $319\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, soit $23\,\%$ d'économie et des températures plus supportables pour les matériaux.

EXERCICE 7 Coût d'un refroidissement (problème ouvert)

On place six bouteilles d'un litre de jus de fruits à température ambiante dans un réfrigérateur. Estimer le coût électrique de leur refroidissement, sachant que l'efficacité réelle du réfrigérateur vaut $1{,}5$ et que le kilowattheure coûte $0{,}20$ euro environ (on précisera les hypothèses).

Correction

Hypothèses : jus assimilé à de l'eau, refroidi de $25\,°\mathrm{C}$ à $5\,°\mathrm{C}$; on ne compte que la chaleur à extraire des bouteilles. $Q_f = 6 \times 4180 \times 20 = 5{,}0 \times 10^5\,\mathrm{J}$; $W = Q_f/1{,}5 = 3{,}3 \times 10^5\,\mathrm{J} = 0{,}093\,\mathrm{kWh}$, soit environ $0{,}02$ euro. Le coût est dérisoire devant celui des pertes permanentes par les parois (une dizaine de watts, soit quelques euros par mois).

VIII Classiques des concours

EXERCICE 8 Turbine à gaz : cycle de Joule

Une installation de production d'électricité comprend un compresseur, une chambre de combustion, une turbine et un alternateur. L'air (gaz parfait, $\gamma = 1{,}4$, $c_P = 1{,}0\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$) décrit en régime permanent le cycle : $1 \to 2$ compression isentropique de $P_1 = 1\,\mathrm{bar}$, $T_1 = 300\,\mathrm{K}$ à $P_2 = 10\,\mathrm{bar}$; $2 \to 3$ combustion isobare jusqu'à $T_3 = 1400\,\mathrm{K}$; $3 \to 4$ détente isentropique dans la turbine jusqu'à P_1 ; $4 \to 1$ refroidissement isobare (atmosphère). On pose $\lambda = (P_2/P_1)^{(\gamma-1)/\gamma}$.

Q-1) Calculer T_2 et T_4.

Q-2) Calculer le travail massique reçu par l'air dans le compresseur, la chaleur reçue dans la chambre de combustion et le travail fourni par la turbine.

Q-3) La turbine entraîne le compresseur ; en déduire le travail fourni à l'alternateur et le rendement η. Montrer que $\eta = 1 - 1/\lambda$.

Correction

Q-1) $\lambda = 10^{0{,}286} = 1{,}93$; $T_2 = \lambda T_1 = 579\,\mathrm{K}$; $T_4 = T_3/\lambda = 725\,\mathrm{K}$.

Q-2) Organes sans variation d'énergie cinétique : $w_c = c_P(T_2 - T_1) = 279\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$; $q_c = c_P(T_3 - T_2) = 821\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$; $w_t = c_P(T_4 - T_3) = -675\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$ (fourni).

Q-3) $w_a = -(w_t + w_c) = 396\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$; $\eta = \dfrac{w_a}{q_c} = 48\,\%$. Littéralement, $\eta = 1 - \dfrac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \dfrac{T_3/\lambda - T_1}{T_3 - \lambda T_1} = 1 - \dfrac{1}{\lambda}$: le rendement ne dépend que du rapport des pressions. Plus de la moitié du travail de la turbine sert à entraîner le compresseur.

EXERCICE 9 Moteur Diesel

Un moteur Diesel est modélisé par le cycle d'un gaz parfait ($\gamma = 1{,}4$) : $1 \to 2$ compression isentropique de rapport $a = V_1/V_2 = 18$; $2 \to 3$ combustion isobare jusqu'à $V_3 = bV_2$, avec $b = 2$; $3 \to 4$ détente isentropique jusqu'à V_1 ; $4 \to 1$ refroidissement isochore. $T_1 = 300\,\mathrm{K}$.

Q-1) Exprimer T_2, T_3 et T_4 en fonction de T_1, a, b, γ, et les calculer.

Q-2) Exprimer le rendement en fonction de a, b et γ, et le calculer.

Q-3) Comparer au rendement d'un cycle de Beau de Rochas de même rapport volumétrique, et à celui d'un moteur à essence réel ($a = 9$). Conclure.

Correction

Q-1) $T_2 = T_1 a^{\gamma-1} = 953\,\mathrm{K}$; isobare : $T_3 = bT_2 = 1906\,\mathrm{K}$; $T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_3\left(\frac{b}{a}\right)^{\gamma-1} = T_1 b^{\gamma} = 792\,\mathrm{K}$.

Q-2) $Q_c = C_P(T_3 - T_2)$, $Q_f = C_V(T_1 - T_4)$: $\eta = 1 - \dfrac{T_4 - T_1}{\gamma(T_3 - T_2)} = 1 - \dfrac{b^{\gamma} - 1}{\gamma a^{\gamma-1}(b-1)} = 1 - \dfrac{1{,}639}{1{,}4 \times 3{,}177} = 63\,\%$.

Q-3) Beau de Rochas avec $a = 18$: $1 - 18^{-0{,}4} = 69\,\%$, plus élevé à a égal ; mais un moteur à essence ne peut dépasser $a \approx 9$ (auto-allumage), soit $58\,\%$. Le Diesel l'emporte grâce à son rapport volumétrique plus élevé.