LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

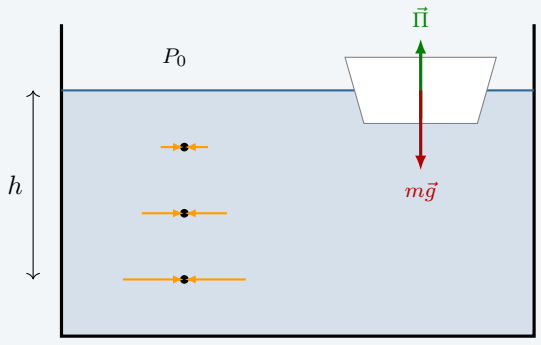
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

FICHE RÉSUMÉ

T2 THERMODYNAMIQUE

Statique des fluides dans un référentiel galiléen

Forces de pression — Relation fondamentale de la statique — Fluide incompressible — Atmosphère isotherme — Poussée d'Archimède



$$P = P_0 + \rho g h$$

> *L'homme n'est qu'un roseau, le plus faible de la nature ; mais c'est un roseau pensant.*
>
> — Blaise Pascal, *Pensées* (1670)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Statique des fluides »

T2 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Un fluide au repos subit des forces **volumiques** (poids) et des forces **surfaciques** de pression ; ces dernières sont équivalentes à une force volumique $-\overrightarrow{\text{grad}}\,P\,\mathrm{d}\tau$. L'équilibre d'une particule de fluide s'écrit donc $\rho\vec{g}-\overrightarrow{\text{grad}}\,P=\vec{0}$: la pression ne dépend que de l'altitude et décroît quand on monte, linéairement pour un liquide ($P=P_0+\rho gh$), exponentiellement pour une atmosphère isotherme ($P=P_0\mathrm{e}^{-z/H}$). La résultante des forces de pression sur un corps immergé est la poussée d'Archimède.

I Forces exercées sur un fluide

Définition — Forces volumiques et surfaciques R

- **Force volumique** (action à distance) : $\mathrm{d}\vec{F}_v=\vec{\varphi}_v\,\mathrm{d}\tau$, avec la densité volumique de force $\vec{\varphi}_v$: pesanteur $\rho\vec{g}$; électrique $\rho_{\text{él}}\vec{E}$; inertie d'entraînement $-\rho\,\vec{a}_e$ (référentiel non galiléen).
- **Force surfacique** (action de contact) : la force pressante exercée par le fluide sur un élément de surface $\mathrm{d}S$ est

$$\mathrm{d}\vec{F}=P(M)\,\mathrm{d}S\,\vec{n}\qquad(\vec{n}\text{ normale orientée du fluide vers la surface}).$$

  $P(M)$ est un **champ scalaire** : en un point, elle ne dépend pas de l'orientation de $\mathrm{d}S$. $1\,\text{bar}=10^5\,\text{Pa}$.

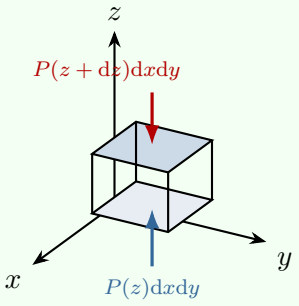
Gaz : densité particulaire faible, χ_T grand (compressible). Liquide : n^* grand, χ_T faible (quasi incompressible).

Équivalent volumique des forces de pression R D

Sur un parallélépipède $\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$, la résultante selon $\vec{u}_z$ vaut $\big[P(z)-P(z+\mathrm{d}z)\big]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=-\dfrac{\partial P}{\partial z}\,\mathrm{d}\tau$; de même selon $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$:

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\text{pression}}=-\overrightarrow{\text{grad}}\,P\,\mathrm{d}\tau$$

Seules les **variations** de pression créent une force résultante ; elle est dirigée vers les basses pressions.



II Relation fondamentale de la statique des fluides

RFSF R D

Équilibre d'une particule de fluide $\mathrm{d}\tau$ dans un référentiel galiléen : $\vec{\varphi}_v\,\mathrm{d}\tau-\overrightarrow{\text{grad}}\,P\,\mathrm{d}\tau=\vec{0}$, soit, dans le

seul champ de pesanteur uniforme,

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,P = \rho\,\vec{g} \quad \xrightarrow{Oz \text{ vertical ascendant}} \quad \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho\,g$$

Tranche élémentaire (section S, entre z et $z+\mathrm{d}z$) : $P(z)S - P(z+\mathrm{d}z)S - \rho g S\,\mathrm{d}z = 0$; les forces latérales se compensent.
Conséquences : P ne dépend que de z, les **isobares sont des plans horizontaux**, P **diminue** quand l'altitude augmente. Référentiel non galiléen : $\overrightarrow{\text{grad}}\,P = \rho\vec{g} - \rho\,\vec{a}_e$ (surface libre d'un liquide en rotation : paraboloïde).

III Fluide incompressible et homogène

Loi de l'hydrostatique R

$\rho =$ cste ($\chi_T = 0$) : $P(z) = P(z_0) - \rho g(z - z_0)$, soit, avec h la profondeur sous la surface libre (pression P_0) :

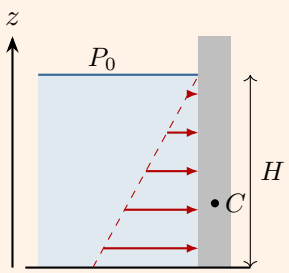
$$P(M') - P(M) = \rho\,g\,(z_M - z_{M'}) \qquad P = P_0 + \rho\,g\,h$$

La pression augmente avec la profondeur, de $1\,\text{bar}$ tous les $10\,\text{m}$ d'eau.

Application	Principe	Relation
Vases communicants	un liquide homogène au repos a le même niveau dans des récipients reliés	$z_1 = z_2$
Manomètre différentiel	dénivellation Δh d'un liquide dans un tube en U	$P - P_{\text{atm}} = \rho g \Delta h$
Baromètre de Torricelli	colonne de mercure surmontée du vide	$P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h,\ h = 760\,\text{mm}$
Théorème de Pascal	une variation de pression est transmise intégralement dans tout le liquide	$F_2 = F_1\,S_2/S_1$

☞ Méthode — Résultante des forces de pression sur une paroi M

1. Découper la paroi en éléments $\mathrm{d}S$ à pression uniforme (bandes horizontales pour une paroi verticale).
2. Écrire $\mathrm{d}\vec{F} = P\,\mathrm{d}S\,\vec{n}$ en ne gardant que la **surpression** si P_0 agit des deux côtés ; intégrer (projeter d'abord pour une paroi courbe).
3. Centre de poussée C : moment de $\vec{F}$ appliquée en C = somme des moments élémentaires.



Barrage vertical (largeur L, hauteur d'eau H) :

$$F = \int_0^H \rho g(H - z) L\,\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\rho g L H^2, \qquad z_C = \frac{H}{3}$$

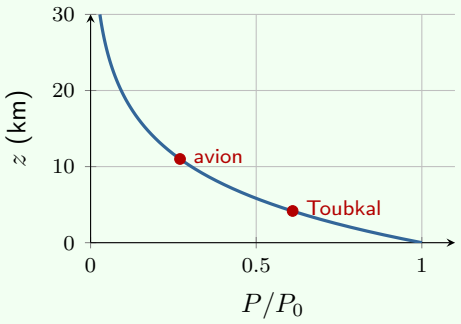
IV Fluide compressible : l'atmosphère isotherme

Profil de pression R D

Hypothèses : air = gaz parfait de masse molaire $M = 29\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, T uniforme, $\vec{g}$ uniforme, équilibre. Alors $\rho = \dfrac{PM}{RT}$ et $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\dfrac{Mg}{RT}P$, d'où

$$P(z) = P_0\,\mathrm{e}^{-z/H} \qquad H = \frac{RT}{Mg} \approx 8\,\mathrm{km}$$

H : hauteur caractéristique. Sur un récipient de $1\,\mathrm{m}$, $\Delta P/P \sim 10^{-4}$: la pression d'un gaz est **uniforme** à l'échelle du laboratoire.



Facteur de Boltzmann R

Avec $R = N_A k_B$ et $m = M/N_A$: $n^*(z) = n_0^* \exp\left(-\dfrac{mgz}{k_BT}\right) = n_0^* \exp\left(-\dfrac{E_p}{k_BT}\right)$. Généralisation (admise) : à l'équilibre à T, la probabilité qu'une particule occupe un état d'énergie E est $\boxed{p(E) \propto \mathrm{e}^{-E/k_BT}}$; les états d'énergie $E \gg k_BT$ (énergie d'agitation thermique) sont très peu peuplés.

★ À retenir

	Liquide incompressible	Atmosphère isotherme (GP)
Masse volumique	$\rho = \text{cste}$	$\rho = PM/(RT) \propto P$
Équation	$\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g$	$\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\dfrac{Mg}{RT}P$
Profil	$P = P_0 - \rho g z$ (affine)	$P = P_0\mathrm{e}^{-z/H}$ (exponentiel)
Échelle de variation	$10\,\mathrm{m}$ d'eau pour $1\,\mathrm{bar}$	$H = RT/(Mg) \approx 8\,\mathrm{km}$

V Poussée d'Archimède

Théorème d'Archimède R

Tout corps immergé dans un (ou plusieurs) fluide(s) au repos subit une force opposée au poids du fluide déplacé :

$$\vec{\Pi}_A = -\oiint_\Sigma P\,\vec{n}_{\text{ext}}\,\mathrm{d}S = -\rho_{\text{fluide}}\,V_{\text{immergé}}\,\vec{g} = -m_{\text{f}}\,\vec{g}$$

appliquée au **centre de poussée** C, centre de masse du fluide déplacé (en général $C \neq G$). Justification : en remplaçant le corps par du fluide, celui-ci serait en équilibre, et la résultante des forces de pression ne dépend que de la surface.

Flotteur homogène à l'équilibre : $\dfrac{V_{\text{im}}}{V} = \dfrac{\rho_{\text{corps}}}{\rho_{\text{fluide}}}$; il flotte si $\rho_{\text{corps}} < \rho_{\text{fluide}}$. Stabilité : G et C sur la même verticale, G bas (lest).

Ordres de grandeur

Eau : $\rho = 1000\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $+1\,\mathrm{bar}$ tous les $10\,\mathrm{m}$; fosse des Mariannes ($\approx 11\,\mathrm{km}$) : $P \approx 1100\,\mathrm{bar}$. Air : $\rho \approx 1{,}2\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} \approx -12\,\mathrm{Pa\cdot m^{-1}}$. $H \approx 8{,}4\,\mathrm{km}$ ($288\,\mathrm{K}$) ; Toubkal ($4167\,\mathrm{m}$) : $P \approx 0{,}61P_0$; avion ($11\,\mathrm{km}$) : $P \approx 0{,}27P_0$; Everest : $\approx 0{,}33\,\mathrm{bar}$. $k_BT \approx 25\,\mathrm{meV}$ à $300\,\mathrm{K}$. Iceberg ($\rho_g = 917$, $\rho_e = 1025\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$) : $11\,\%$ émergé.

VI Méthodes et pièges

☞ Méthode — Résoudre un problème de statique des fluides M

1. Orienter l'axe Oz (ascendant de préférence) et écrire $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g$.
2. Exprimer ρ : constante (liquide) ou $\rho = PM/(RT)$ (gaz parfait) ; intégrer avec une condition aux limites (P_0 à la surface libre ou au sol).
3. À l'interface entre deux fluides non miscibles, la pression est continue ; dans un même fluide continu, deux points à la même altitude ont même pression.
4. Forces sur une paroi : intégrer la surpression ; sur un corps entièrement entouré de fluide : Archimède.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Signe : $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g$ avec Oz **ascendant**, mais $P = P_0 + \rho g h$ avec h **profondeur** comptée vers le bas.
- La poussée d'Archimède est la résultante des forces de pression : ne jamais compter les deux. ρ est celle du **fluide**, V le volume **immergé**.
- Archimède ne s'applique pas à un objet collé de façon étanche au fond (le fluide ne l'entoure pas).
- « Isobares horizontales » seulement dans un même fluide continu au repos ; atmosphère : T en K, M en $\mathrm{kg\cdot mol^{-1}}$.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je sais distinguer forces volumiques et surfaciques et écrire $\mathrm{d}\vec{F} = P\,\mathrm{d}S\,\vec{n}$.
- ☐ Je sais établir l'équivalent volumique $-\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,P\,\mathrm{d}\tau$ sur un parallélépipède.
- ☐ Je sais établir $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g$ sur une tranche élémentaire et l'intégrer.
- ☐ J'exploite $P = P_0 + \rho g h$: vases communicants, manomètre, baromètre, Pascal.
- ☐ Je sais établir $P = P_0\mathrm{e}^{-z/H}$ et reconnaître le facteur de Boltzmann.
- ☐ Je sais calculer la force pressante sur une paroi plane et son point d'application.
- ☐ Je sais utiliser la poussée d'Archimède pour l'équilibre d'un corps immergé ou flottant.