LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

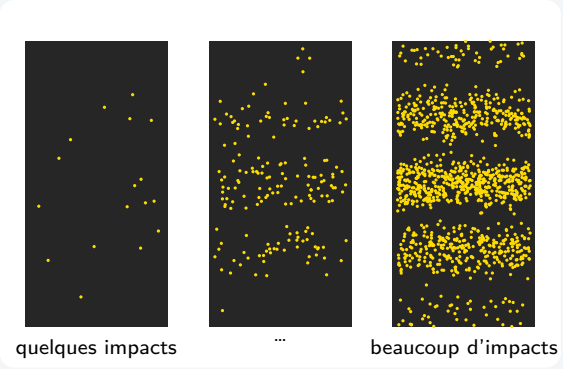
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

Q1

PHYSIQUE QUANTIQUE

Introduction à la physique quantique

Limites de la physique classique — Photon et effet photoélectrique — Ondes de matière — Fonction d'onde — Inégalité de Heisenberg — Modèle de Bohr



« *Je crois pouvoir affirmer sans risque que personne ne comprend la mécanique quantique.*

— Richard Feynman, *The Character of Physical Law* (1965)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Effet photoélectrique »

Q1 — Physique quantique

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Citer les expériences qui ont mis en défaut la physique classique et l'ordre de grandeur de la constante de Planck.
- Utiliser la relation de Planck-Einstein et l'impulsion du photon ; interpréter l'effet photoélectrique.
- Associer une onde de matière à une particule par la relation de de Broglie ; évaluer si le caractère ondulatoire est observable.
- Interpréter une expérience d'interférences particule par particule à l'aide de la fonction d'onde et de la densité de probabilité.
- Établir l'inégalité de Heisenberg spatiale en ordre de grandeur par analogie avec la diffraction et l'exploiter.
- Établir les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène dans le modèle de Bohr et en déduire son spectre ; connaître les limites du modèle.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Effet photoélectrique » permet de faire varier la longueur d'onde, l'intensité lumineuse, le métal et la tension pour retrouver le seuil photoélectrique et la loi d'Einstein.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

I Les limites de la physique classique . . . 3
I.1 Une physique qui semblait achevée . . . 3
II Le photon . . . 4
II.1 L'effet photoélectrique : observations . . . 4
II.2 Interprétation d'Einstein : le photon . . . 4
III Les ondes de matière . . . 7
III.1 Relation de de Broglie . . . 7
IV Dualité onde-corpuscule et fonction d'onde . . . 8
IV.1 Interférences particule par particule . . . 8
IV.2 Fonction d'onde et interprétation probabiliste . . . 9
V L'inégalité de Heisenberg spatiale . . . 10
V.1 Une analogie avec la diffraction . . . 10
V.2 Application : taille et stabilité de l'atome d'hydrogène . . . 11
VI Quantification de l'énergie : le modèle de Bohr . . . 12
VI.1 Les postulats de Bohr . . . 12
VI.2 Spectre de l'atome d'hydrogène . . . 13
VII Synthèse . . . 14
VIII Exercices d'approfondissement . . . 14
IX Classiques des concours . . . 16

I Les limites de la physique classique

I.1 Une physique qui semblait achevée

À la fin du xix^{e} siècle, la mécanique de Newton, l'électromagnétisme de Maxwell et la thermodynamique rendaient compte de presque tous les phénomènes connus. La lumière était une onde, la matière était faite de particules aux trajectoires bien définies. Quelques expériences résistaient pourtant à toute explication :

- le **rayonnement du corps noir** : la théorie classique prévoit qu'un corps chauffé rayonne une puissance infinie aux courtes longueurs d'onde (« catastrophe ultraviolette »). Planck (1900) obtient le bon spectre en supposant que les échanges d'énergie entre la matière et un rayonnement de fréquence ν se font par paquets, ou **quanta**, d'énergie $h\nu$;
- l'**effet photoélectrique**, découvert par Hertz (1887) : un métal éclairé n'émet des électrons qu'au-dessus d'une fréquence seuil, quelle que soit l'intensité lumineuse (§ II) ;
- les **spectres de raies** : un gaz atomique excité n'émet que certaines longueurs d'onde bien précises (§ VI) ;
- la **stabilité des atomes** : dans le modèle planétaire de Rutherford (1911), l'électron accéléré sur son orbite devrait rayonner, perdre son énergie et s'écraser sur le noyau en 10^{-10} s environ.

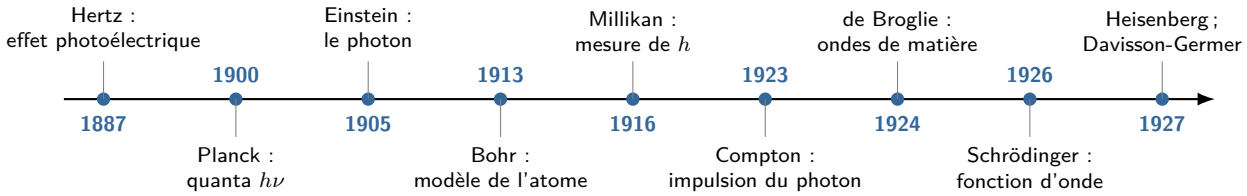


Fig. 1 : Quarante ans pour fonder la physique quantique (frise non proportionnelle).

Définition — Constante de Planck R

La constante de Planck, fixée exactement depuis 2019 pour définir le kilogramme, vaut

$$h = 6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}, \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi} \simeq 1{,}055 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}.$$

Elle a la dimension d'une **action** (énergie × temps, ou quantité de mouvement × longueur).

☞ Méthode — Quand faut-il un traitement quantique ? M

- Former une action caractéristique du système ($p\times$ taille, $E\times$ durée, moment cinétique) : si elle est de l'ordre de quelques $\hbar$, le traitement quantique est indispensable ; si elle vaut $10^{30}\hbar$, la physique classique suffit.
- Comparer la longueur d'onde de de Broglie (§ III) aux dimensions du problème.
- Comparer l'écart entre niveaux d'énergie à l'agitation thermique $k_B T$ ($\simeq 25\,\mathrm{meV}$ à $300\,\mathrm{K}$).

II Le photon

II.1 L'effet photoélectrique : observations

Une **cellule photoélectrique** est une ampoule vidée d'air contenant une cathode métallique éclairée et une anode. Un générateur impose la tension $U = V_A - V_C$ et l'on mesure l'intensité I du courant d'électrons arrachés à la cathode.

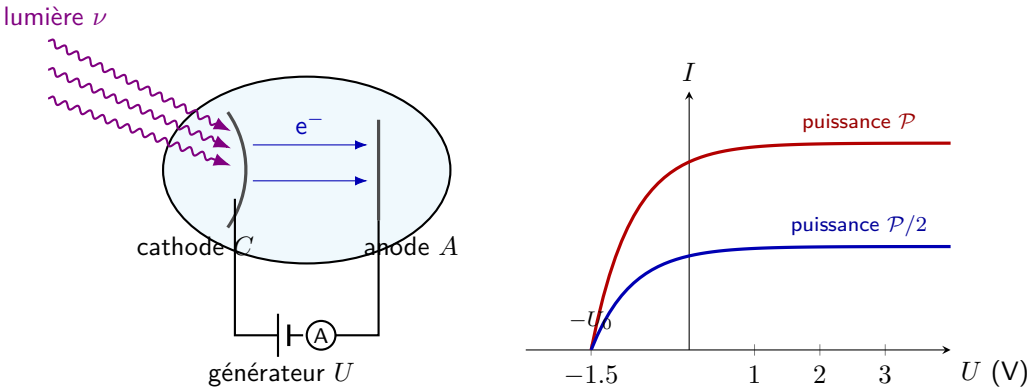


Fig. 2 : Cellule photoélectrique et caractéristique $I(U)$ à fréquence fixée pour deux puissances lumineuses : la tension d'arrêt U_0 ne dépend pas de la puissance.

On constate expérimentalement :

1. aucun courant n'est détecté si la fréquence ν est inférieure à un **seuil** ν_0, caractéristique du métal, *quelle que soit la puissance* lumineuse ;
2. au-dessus du seuil, l'émission est *instantanée*, même sous très faible éclairement ;
3. le courant de saturation est proportionnel à la puissance lumineuse ;
4. le courant s'annule pour $U \leqslant -U_0$: la **tension d'arrêt** U_0 augmente avec ν mais ne dépend pas de la puissance.

✗ Attention, erreurs fréquentes

Dans un modèle purement ondulatoire, l'énergie apportée par l'onde est répartie continûment et proportionnelle à son intensité : une lumière rouge intense devrait finir par arracher des électrons, et l'énergie des électrons devrait croître avec l'intensité. C'est le contraire de ce que l'on observe.

II.2 Interprétation d'Einstein : le photon

Relation de Planck-Einstein R

Einstein (1905) postule que la lumière de fréquence ν échange de l'énergie avec la matière par quanta indivisibles, les **photons**. Un photon est une particule de masse nulle, se déplaçant à la vitesse c, d'énergie et de quantité de mouvement

$$E = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}, \qquad p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\vec{p} = \hbar\vec{k}).$$

Loi de l'effet photoélectrique R D

Un photon cède toute son énergie à un seul électron. Il faut au minimum le **travail d'extraction** W du métal pour arracher l'électron ; le reste est emporté sous forme d'énergie cinétique :

$$E_{c,\max} = h\nu - W, \qquad \nu_0 = \frac{W}{h}.$$

La tension d'arrêt est telle que le travail électrique arrête les électrons les plus rapides : $eU_0 = E_{c,\max} = h\nu - W$. La puissance lumineuse fixe le *nombre* de photons par seconde, donc le nombre d'électrons émis (courant de saturation), mais pas l'énergie de chacun.

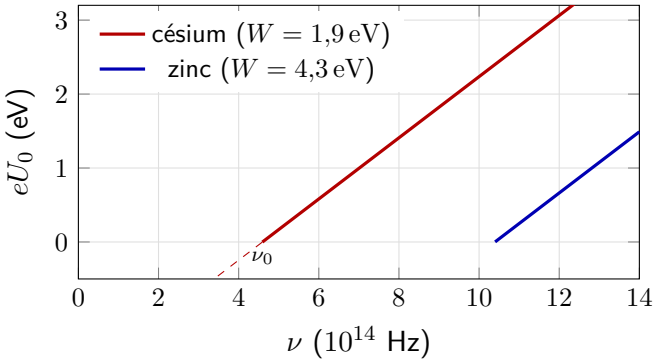


Fig. 3 : Droites de Millikan : la pente, la même pour tous les métaux, vaut h (en $\mathrm{eV \cdot s}$) ; l'ordonnée à l'origine donne $-W$.

Remarque

- Millikan (1916), qui cherchait à réfuter l'hypothèse d'Einstein, en a confirmé toutes les prédictions et mesuré h à moins de $1\,\%$ près.
- L'effet photoélectrique montre que les *échanges* d'énergie sont quantifiés ; il ne prouve pas à lui seul que la lumière est faite de grains. L'expérience décisive est celle de Kimble, Dagenais et Mandel (1977) : une source n'émettant qu'un photon à la fois éclaire une lame semi-réfléchissante suivie de deux détecteurs ; on n'observe *jamais* de détection simultanée, ce qui est incompatible avec une onde qui se partagerait entre les deux voies.
- L'effet Compton (1923) confirme que le photon porte l'impulsion h/λ (exercice d'approfondissement).

Ordres de grandeur

- L'électronvolt : $1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$. Formule pratique : $E(\mathrm{eV}) \simeq \dfrac{1240}{\lambda(\mathrm{nm})}$. Un photon visible porte de $1{,}6$ à $3{,}1\,\mathrm{eV}$, un photon X environ $10\,\mathrm{keV}$.
- Travaux d'extraction : césium $1{,}9\,\mathrm{eV}$, sodium $2{,}3\,\mathrm{eV}$, zinc $4{,}3\,\mathrm{eV}$, platine $5{,}6\,\mathrm{eV}$.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 — Combien de photons ?

Un pointeur laser émet une puissance $\mathcal{P} = 1{,}0\,\text{mW}$ à $\lambda = 633\,\text{nm}$.

Q-1) Calculer l'énergie d'un photon en joules et en électronvolts.

Q-2) Combien de photons le laser émet-il par seconde ? Pourquoi l'aspect granulaire de la lumière est-il imperceptible au quotidien ?

Correction

Q-1) $E = hc/\lambda = 3{,}14 \times 10^{-19}\,\text{J} = 1{,}96\,\text{eV}$.

Q-2) $N = \mathcal{P}/E = 3{,}2 \times 10^{15}\,\text{s}^{-1}$. Le nombre de photons est si grand que les fluctuations relatives, de l'ordre de $1/\sqrt{N}$, sont indétectables : la lumière paraît continue.

EXERCICE 2 — Cellule au césium

Le travail d'extraction du césium est $W = 1{,}9\,\text{eV}$.

Q-1) Calculer la longueur d'onde seuil. Une lumière rouge de $700\,\text{nm}$ produit-elle l'effet photoélectrique ?

Q-2) On éclaire avec $\lambda = 400\,\text{nm}$. Calculer l'énergie cinétique maximale des électrons, leur vitesse maximale et la tension d'arrêt.

Correction

Q-1) $\lambda_0 = hc/W = 1240/1{,}9\ \text{nm} = 653\,\text{nm}$. À $700\,\text{nm}$, $\lambda > \lambda_0$: aucun électron n'est émis, quelle que soit la puissance.

Q-2) $E = 3{,}1\,\text{eV}$ donc $E_{c,\max} = 1{,}2\,\text{eV}$, $v_{\max} = \sqrt{2E_{c,\max}/m_e} = 6{,}5 \times 10^{5}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $U_0 = 1{,}2\,\text{V}$.

EXERCICE 3 — Mesurer la constante de Planck

On éclaire une cathode de sodium avec les raies d'une lampe à mercure et l'on mesure la tension d'arrêt :

λ (nm)	254	313	365	405	436
U_0 (V)	2,60	1,68	1,12	0,78	0,56

Q-1) Quelle grandeur faut-il porter en abscisse pour obtenir une droite ? Que représentent sa pente et son ordonnée à l'origine ?

Q-2) Déterminer h et W ($e = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\text{C}$).

Correction

Q-1) $U_0 = \dfrac{h}{e}\nu - \dfrac{W}{e}$: on trace U_0 en fonction de $\nu = c/\lambda$; la pente vaut h/e et l'ordonnée à l'origine $-W/e$.

Q-2) Les fréquences valent $11{,}80$, $9{,}58$, $8{,}21$, $7{,}40$ et $6{,}88 \times 10^{14}$ Hz. La régression linéaire donne une pente de $4{,}14 \times 10^{-15}\,\text{V}\cdot\text{s}$, soit $h = 6{,}6 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$, et une ordonnée à l'origine de $-2{,}28\,\text{V}$, soit $W = 2{,}3\,\text{eV}$.

III Les ondes de matière

III.1 Relation de de Broglie

Si la lumière, onde, a un comportement corpusculaire, la matière, faite de corpuscules, pourrait avoir un comportement ondulatoire : c'est l'idée de Louis de Broglie (thèse de 1924).

Relation de de Broglie R

À toute particule de quantité de mouvement p est associée une onde de longueur d'onde

$$\lambda_{\text{dB}} = \frac{h}{p} \qquad (p = mv \text{ pour une particule non relativiste}), \qquad \vec{p} = \hbar\vec{k}.$$

Objet	Quantité de mouvement	λ_{dB}
électron accéléré sous $100\,\text{V}$	$\sqrt{2m_eeU} = 5{,}4\times10^{-24}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$0{,}12\,\text{nm}$ (taille d'un atome)
neutron thermique ($2\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	$3{,}3\times10^{-24}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$0{,}2\,\text{nm}$
molécule C_{60} à $200\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$2{,}4\times10^{-22}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$2{,}8\,\text{pm}$
balle de tennis ($58\,\text{g}$, $50\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	$2{,}9\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$2\times10^{-34}\,\text{m}$: inobservable

Critère d'observation R

Le caractère ondulatoire d'une particule ne se manifeste (diffraction, interférences) que si λ_{dB} est du même ordre de grandeur que les dimensions des obstacles ou des ouvertures rencontrés.

Remarque

La confirmation vient en 1927 : Davisson et Germer observent la diffraction d'électrons lents par un cristal de nickel, dont les atomes, espacés de $0{,}2\,\text{nm}$ environ, jouent le rôle d'un réseau (exercice d'approfondissement). C'est le principe du **microscope électronique**, dont la résolution, limitée par la diffraction, est bien meilleure que celle d'un microscope optique puisque $\lambda_{\text{dB}} \ll \lambda_{\text{visible}}$.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 4 — Microscope électronique ★★☆☆☆

Q-1) Sous quelle tension faut-il accélérer des électrons, initialement au repos, pour que leur longueur d'onde soit $5{,}0\,\text{pm}$? On vérifiera que l'approximation non relativiste reste acceptable ($m_ec^2 = 511\,\text{keV}$).

Q-2) Pourquoi la résolution d'un microscope électronique est-elle meilleure que celle d'un microscope optique ?

Correction

Q-1) $p = h/\lambda = 1{,}33\times10^{-22}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $eU = p^2/(2m_e)$, d'où $U = 60\,\text{kV}$. Comme $eU/(m_ec^2) \simeq 0{,}12$, la correction relativiste est de quelques pourcents : acceptable en ordre de grandeur.

Q-2) La plus petite distance résolue est de l'ordre de la longueur d'onde (diffraction, O1) : $5\,\text{pm}$ contre $500\,\text{nm}$ environ pour la lumière visible.

EXERCICE 5 **Balle de tennis et neutrons** ✦✧✧✧✧

Q-1) Une balle de tennis de $58\,\mathrm{g}$ file à $50\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Calculer sa longueur d'onde de de Broglie. Peut-on la diffracter par le filet ?

Q-2) Quelle vitesse doivent avoir des neutrons ($m = 1{,}67\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$) pour être diffractés par un cristal de distance interatomique $0{,}2\,\mathrm{nm}$?

Correction

Q-1) $\lambda = h/(mv) = 2{,}3\times10^{-34}\,\mathrm{m}$, 10^{31} fois plus petite que les mailles du filet : aucun effet ondulatoire.

Q-2) Il faut $\lambda \simeq 0{,}2\,\mathrm{nm}$, soit $v = h/(m\lambda) \simeq 2\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$: c'est la vitesse des neutrons « thermalisés » à température ambiante sortant d'un réacteur.

IV Dualité onde-corpuscule et fonction d'onde

IV.1 Interférences particule par particule

On réalise une expérience de type fentes d'Young avec une source si faible que les particules (photons, électrons, atomes, molécules) arrivent **une par une** sur le détecteur.

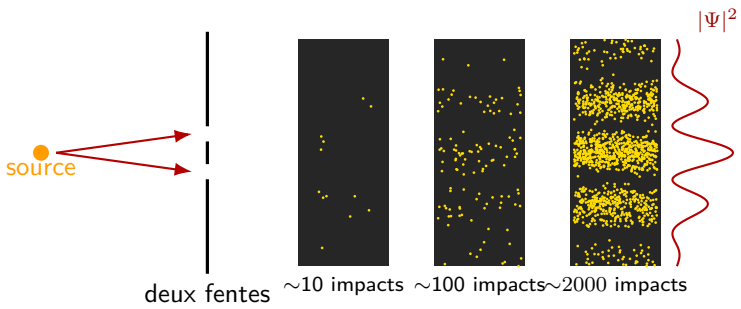


Fig. 4 : Accumulation des impacts : chaque particule arrive en un point imprévisible, mais la répartition statistique reproduit la figure d'interférences.

Ce que montre l'expérience R

- Chaque particule produit un impact **localisé** : aspect corpusculaire.
- La position de chaque impact est **imprévisible** : seule la probabilité d'arrivée en un point est déterminée.
- L'accumulation d'un grand nombre d'impacts reproduit la **figure d'interférences** : aspect ondulatoire. Chaque particule, seule dans le dispositif, « interfère avec elle-même » : elle ne passe pas par une fente déterminée.
- Si l'on cherche à savoir par quelle fente passe chaque particule, les interférences **disparaissent**.

Ordres de grandeur

Expériences historiques : photons uniques (biprisme de Fresnel, centre coloré du diamant comme source, années 2000) ; électrons uniques (Tonomura, 1989) ; molécules de fullerène C_{60} (Vienne, 1999). Les objets les plus massifs ayant interféré comptent plusieurs dizaines de milliers d'unités de masse atomique.

IV.2 Fonction d'onde et interprétation probabiliste

Définition — Fonction d'onde R

En mécanique quantique, la notion de trajectoire est abandonnée. L'état d'une particule est décrit par une fonction à valeurs complexes $\Psi(M,t)$, la **fonction d'onde**. La probabilité de détecter la particule, à l'instant t, dans un petit volume $\mathrm{d}\tau$ autour de M vaut

$$\mathrm{d}\mathcal{P} = |\Psi(M,t)|^2\,\mathrm{d}\tau, \qquad \iiint_{\text{espace}} |\Psi|^2\,\mathrm{d}\tau = 1 \text{ (normalisation).}$$

$|\Psi|^2$ est la **densité de probabilité de présence** ; Ψ s'exprime en $\mathrm{m}^{-3/2}$ (en $\mathrm{m}^{-1/2}$ pour un problème à une dimension).

Remarque

- L'évolution de Ψ est parfaitement *déterministe* : elle est régie par l'équation de Schrödinger (1926), qui joue le rôle du principe fondamental de la dynamique. Seul le *résultat d'une mesure* est aléatoire.
- Ce caractère aléatoire est intrinsèque : il ne traduit pas une imperfection des appareils ni notre ignorance.
- Seul le module de Ψ a un sens physique direct ; sa phase intervient dans les interférences.

Interprétation des interférences D

L'équation de Schrödinger étant linéaire, les fonctions d'onde se superposent. Si la particule peut passer par l'une ou l'autre fente, de fonctions d'onde Ψ_1 et Ψ_2 (fente 2 ou fente 1 bouchée), alors $\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_1 + \Psi_2)$ et

$$|\Psi|^2 = \tfrac{1}{2}|\Psi_1|^2 + \tfrac{1}{2}|\Psi_2|^2 + \mathrm{Re}\,(\Psi_1\Psi_2^*)\,.$$

La probabilité de détection n'est pas la moyenne des probabilités obtenues avec une seule fente ouverte : le **terme d'interférence** $\mathrm{Re}(\Psi_1\Psi_2^*)$ crée les franges. Si un détecteur identifie la fente traversée, la particule est dans l'un *ou* l'autre état, la probabilité devient $\frac{1}{2}|\Psi_1|^2+\frac{1}{2}|\Psi_2|^2$ et les franges disparaissent.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 6 — Interférences de molécules de fullerène ✦✦✧✧✧

En 1999, des interférences ont été observées avec des molécules C_{60} ($m = 720$ u, $1\,\mathrm{u} = 1{,}66\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$), de vitesse $v = 200\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, envoyées sur un réseau de fentes de pas $a = 100\,\mathrm{nm}$; le détecteur est à $D = 1{,}25\,\mathrm{m}$.

Q-1) Calculer leur longueur d'onde de de Broglie et la comparer à la taille de la molécule ($1\,\mathrm{nm}$).

Q-2) Par analogie avec les fentes d'Young, calculer la distance entre deux maxima voisins, $i = \lambda D/a$.

Q-3) Décrire l'écran après quelques impacts, puis après un très grand nombre. Que représente la figure ?

Correction

Q-1) $\lambda = h/(mv) = 2{,}8\,\mathrm{pm}$, quatre cents fois plus petite que la molécule : c'est la molécule entière qui se comporte comme une onde.

Q-2) $i = 35\,\mu\text{m}$, mesurable avec un détecteur fin.

Q-3) Quelques impacts semblent répartis au hasard ; leur accumulation fait apparaître les franges, qui représentent la densité de probabilité $|\Psi|^2$.

V L'inégalité de Heisenberg spatiale

V.1 Une analogie avec la diffraction

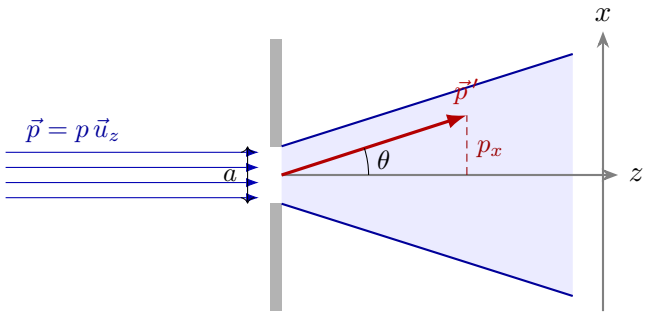


Fig. 5 : Après la fente, la position x est connue à a près, mais l'impulsion transverse p_x est dispersée par la diffraction.

Heisenberg en ordre de grandeur D

Un faisceau de particules d'impulsion p selon z traverse une fente de largeur a selon x. Avant la fente, $p_x = 0$ exactement mais x est quelconque. Juste après :

- la position transverse est connue à $\Delta x \simeq a$ près ;
- l'onde associée est diffractée dans un cône de demi-angle $\theta \simeq \lambda/a$ (O1) : p_x prend des valeurs dans un intervalle de largeur $\Delta p_x \simeq p \sin\theta \simeq p\lambda/a = h/a$.

Ainsi $\Delta x\,\Delta p_x \simeq h$: mieux on localise la particule, plus son impulsion transverse est indéterminée. Réciproquement, on retrouve $\sin\theta \sim \lambda/a$ à partir de l'inégalité.

Inégalité de Heisenberg spatiale R

Pour toute particule, les indéterminations sur une coordonnée et sur la composante correspondante de la quantité de mouvement vérifient

$$\Delta x\,\Delta p_x \geqslant \frac{\hbar}{2} \qquad \text{soit, en ordre de grandeur,} \quad \Delta x\,\Delta p_x \gtrsim \hbar.$$

Ce n'est pas une limite des instruments de mesure mais une propriété intrinsèque : une particule ne peut pas avoir simultanément une position et une impulsion parfaitement définies, et la notion de trajectoire perd son sens.

Ordres de grandeur

- Un robot positionne une pièce de $10\,\text{g}$ à $0{,}1\,\text{mm}$ près : $\Delta v \geqslant \hbar/(m\Delta x) \simeq 1 \times 10^{-28}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, totalement négligeable.
- Des atomes de sodium piégés dans un nuage de $3\,\mu\text{m}$: $\Delta v \simeq 1\,\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$, du même ordre que l'agitation résiduelle des atomes refroidis par laser : on touche la limite quantique.

V.2 Application : taille et stabilité de l'atome d'hydrogène

Rayon de Bohr par l'inégalité de Heisenberg M

Un électron confiné dans une région de taille r autour du proton a une impulsion au moins de l'ordre de $\hbar/r$, donc une énergie mécanique

$$E(r) \simeq \frac{\hbar^2}{2m_e r^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Le premier terme (énergie de confinement) l'emporte aux petites distances : $E(r)$ passe par un minimum en

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} \simeq 53\,\mathrm{pm}, \qquad E(a_0) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} \simeq -13{,}6\,\mathrm{eV}.$$

L'électron ne peut pas « tomber » sur le noyau : se rapprocher coûterait plus d'énergie cinétique que cela ne rapporte d'énergie potentielle. C'est l'inégalité de Heisenberg qui explique la stabilité et la taille des atomes.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 7 — **Un électron dans le noyau ?** ✦✦✧✧✧

On se demande si un électron peut être confiné dans un noyau atomique ($\Delta x \simeq 1 \times 10^{-14}\,\mathrm{m}$).

Q-1) Estimer l'indétermination minimale sur sa quantité de mouvement.

Q-2) Comparer pc à $m_e c^2 = 0{,}511\,\mathrm{MeV}$; en déduire l'ordre de grandeur de son énergie cinétique et conclure (les énergies de liaison nucléaires valent quelques MeV par nucléon).

Correction

Q-1) $\Delta p \simeq \hbar/\Delta x = 1{,}1 \times 10^{-20}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$.

Q-2) $pc \simeq 3{,}2 \times 10^{-12}\,\mathrm{J} = 20\,\mathrm{MeV} \gg m_e c^2$: l'électron serait ultra-relativiste, d'énergie cinétique $\simeq pc \simeq 20\,\mathrm{MeV}$, bien supérieure à toute énergie de liaison disponible : il ne peut pas rester confiné dans le noyau.

VI Quantification de l'énergie : le modèle de Bohr

VI.1 Les postulats de Bohr

Modèle de Bohr (1913) R

On considère l'électron sur une orbite circulaire de rayon r autour du proton, supposé fixe, sous l'action de la force coulombienne ($E_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$).

1. Seules certaines orbites sont permises : celles pour lesquelles le **moment cinétique est quantifié**,

$$L = m_e v r = n\hbar, \qquad n \in \mathbb{N}^*.$$

   Sur ces orbites, l'électron ne rayonne pas.

2. L'atome émet ou absorbe un photon lorsque l'électron passe d'une orbite à une autre : $h\nu = |E_n - E_m|$.

Rayons et énergies permis D

Le principe fondamental de la dynamique sur l'orbite circulaire s'écrit $\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Avec $v = \frac{n\hbar}{m_e r}$:

$$r_n = n^2 a_0, \qquad v_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 n\hbar} = \frac{v_1}{n}, \qquad E_n = E_c + E_p = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{E_I}{n^2},$$

avec $a_0 = 52{,}9\,\mathrm{pm}$, $v_1 = 2{,}19 \times 10^6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \simeq c/137$ et $E_I = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 13{,}6\,\mathrm{eV}$, **énergie d'ionisation** de l'atome dans l'état fondamental.

Interprétation ondulatoire D

Avec $p = m_e v = h/\lambda$, la condition $m_e v r = n\hbar$ s'écrit $\frac{h}{\lambda} r = n\frac{h}{2\pi}$, soit

$$2\pi r_n = n\lambda.$$

Les orbites permises sont celles sur lesquelles l'onde de matière de l'électron « se referme » sur elle-même en phase : une onde stationnaire. La quantification de l'énergie est la conséquence du **confinement** d'une onde.

VI.2 Spectre de l'atome d'hydrogène

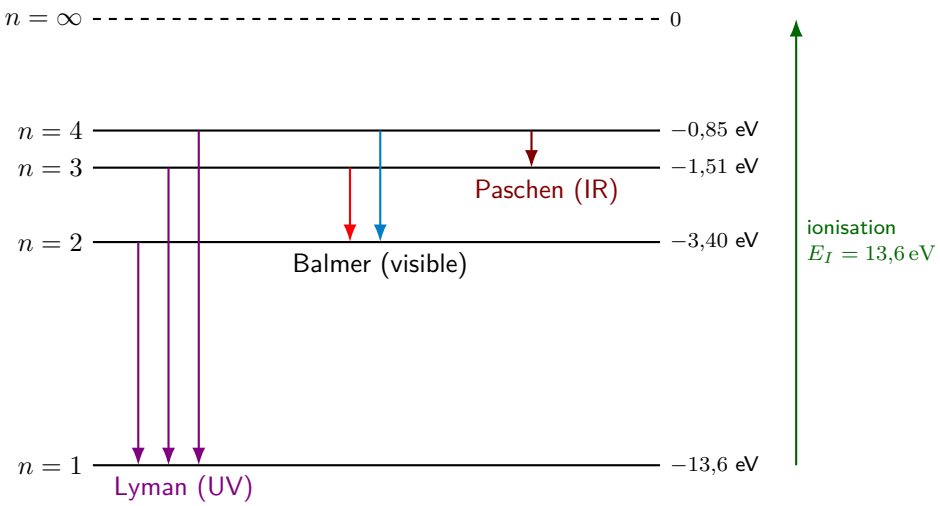


Fig. 6 : Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène et principales séries de raies d'émission (échelle verticale non linéaire, pour la lisibilité).

Formule de Rydberg R

Lors d'une transition du niveau n vers le niveau $m < n$, le photon émis a une longueur d'onde telle que

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \qquad R_H = \frac{E_I}{hc} \simeq 1{,}097 \times 10^7\,\text{m}^{-1}.$$

Série de Lyman ($m = 1$) dans l'ultraviolet, de Balmer ($m = 2$) dans le visible (raie H_α rouge à $656\,\text{nm}$), de Paschen ($m = 3$) dans l'infrarouge.

Remarque

- **Émission** : dans une lampe à décharge, les atomes sont excités par collisions puis se désexcitent en émettant des raies discrètes. **Absorption** : une lumière blanche traversant un gaz d'hydrogène perd exactement les mêmes longueurs d'onde (raies sombres du spectre solaire), le photon réémis partant dans une direction quelconque.
- **Limites du modèle** : il rend compte des niveaux de l'hydrogène et des ions hydrogénoïdes (énergies $-13{,}6\,Z^2/n^2$ eV), mais ni des atomes à plusieurs électrons, ni des liaisons chimiques, ni des intensités des raies. Surtout, la notion d'orbite est incompatible avec l'inégalité de Heisenberg : la mécanique quantique la remplace par des **orbitales**, densités de probabilité étudiées en chimie (AT1).

☞ Exercices d'application

EXERCICE 8 — **Niveaux et raies de l'hydrogène** ✦✦✧✧✧

Q-1) Calculer les énergies des trois premiers niveaux et la longueur d'onde de la raie H_α ($n = 3 \to n = 2$).

Q-2) Quelle est la longueur d'onde maximale d'un photon capable d'ioniser l'atome dans son état fondamental ? Dans quel domaine est-elle ?

Q-3) Combien de raies différentes un atome excité dans le niveau $n = 4$ peut-il émettre en revenant au fondamental ?

Correction

Q-1) $E_1 = -13{,}6\,\text{eV}$, $E_2 = -3{,}40\,\text{eV}$, $E_3 = -1{,}51\,\text{eV}$; $\lambda = hc/(E_3 - E_2) = 1240/1{,}89\ \text{nm} = 656\,\text{nm}$.

Q-2) $\lambda = hc/E_I = 91\,\text{nm}$, dans l'ultraviolet.

Q-3) Les transitions possibles relient deux des quatre niveaux : $\binom{4}{2} = 6$ raies.

VII Synthèse

★ À retenir

- $h \simeq 6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$; un traitement quantique s'impose quand une action caractéristique est de l'ordre de $\hbar$.
- Photon : $E = h\nu$, $p = h/\lambda$. Effet photoélectrique : $E_{c,\max} = eU_0 = h\nu - W$, seuil $\nu_0 = W/h$.
- Ondes de matière : $\lambda_{\text{dB}} = h/p$; effets ondulatoires si $\lambda_{\text{dB}} \sim$ taille des obstacles.
- Fonction d'onde : $\mathrm{d}\mathcal{P} = |\Psi|^2 \mathrm{d}\tau$; interférences particule par particule ; la mesure du chemin détruit les interférences.
- Heisenberg : $\Delta x\,\Delta p_x \gtrsim \hbar$; explique la stabilité et la taille des atomes.
- Bohr : $L = n\hbar$, $r_n = n^2 a_0$, $E_n = -13{,}6\,\text{eV}/n^2$, $2\pi r_n = n\lambda$; $h\nu = |E_n - E_m|$.
- Liens : optique ondulatoire et diffraction (O1), capteurs (O3), atomistique (AT1).

VIII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 9 L'effet Compton

✦✦✦✧✧

Un faisceau de rayons X de longueur d'onde $\lambda = 71\,\text{pm}$ est diffusé par les électrons, quasi libres et au repos, d'une cible de graphite. On observe le rayonnement diffusé à $\varphi = 90°$. On admet la loi de Compton, issue de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement lors du choc photon-électron : $\lambda' - \lambda = \dfrac{h}{m_e c}(1 - \cos\varphi)$.

Q-1) Calculer la longueur d'onde Compton $\lambda_C = h/(m_e c)$, puis λ'.

Q-2) Calculer les énergies des photons incident et diffusé, puis l'énergie cinétique de l'électron de recul.

Q-3) Pourquoi n'observe-t-on pas d'effet Compton en lumière visible ? En quoi cet effet confirme-t-il le caractère corpusculaire de la lumière ?

Correction

Q-1) $\lambda_C = 2{,}43\,\text{pm}$; à $90°$, $\lambda' = \lambda + \lambda_C = 73{,}4\,\text{pm}$.

Q-2) $E = hc/\lambda = 17{,}5\,\text{keV}$ et $E' = 16{,}9\,\text{keV}$; l'électron emporte $E - E' = 0{,}58\,\text{keV}$.

Q-3) Le décalage relatif est au plus $2\lambda_C/\lambda \simeq 10^{-5}$ pour $\lambda = 500\,\text{nm}$: indétectable (et les électrons ne sont pas libres à ces énergies). Le résultat s'obtient exactement en traitant le photon comme une particule d'énergie hc/λ et d'impulsion h/λ subissant un choc élastique.

EXERCICE 10 L'expérience de Davisson et Germer

Des électrons accélérés sous $U = 54\,\mathrm{V}$ frappent un monocristal de nickel. On observe un maximum d'intensité diffusée à $\theta \simeq 50°$ du faisceau incident.

Q-1) Calculer la longueur d'onde de de Broglie des électrons.

Q-2) La surface du cristal se comporte comme un réseau de pas $d = 0{,}215\,\mathrm{nm}$, dont le premier maximum vérifie $d\sin\theta = \lambda$. Comparer à l'expérience.

Q-3) Sous quelle tension λ serait-elle égale au rayon de Bohr ?

Correction

Q-1) $\lambda = h/\sqrt{2m_e eU} = 0{,}167\,\mathrm{nm}$.

Q-2) $\sin\theta = 0{,}777$, $\theta = 51°$: excellent accord, qui a valu le prix Nobel 1937 à Davisson (avec G. P. Thomson).

Q-3) $U = h^2/(2m_e e\lambda^2) = 0{,}54\,\mathrm{kV}$ pour $\lambda = 53\,\mathrm{pm}$.

EXERCICE 11 Particule dans une boîte

Une particule de masse m est confinée sur un segment de longueur L ; sa fonction d'onde s'annule aux deux extrémités.

Q-1) Par analogie avec une corde vibrante fixée à ses extrémités, montrer que les longueurs d'onde permises sont $\lambda_n = 2L/n$ et que $E_n = \dfrac{n^2h^2}{8mL^2}$. Pourquoi l'énergie minimale n'est-elle pas nulle ?

Q-2) Calculer E_1 pour un électron dans une boîte de $1\,\mathrm{nm}$ et la longueur d'onde du photon émis lors de la transition $2 \to 1$.

Q-3) Une bille de $1\,\mathrm{g}$ se déplace à $1\,\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ dans une boîte de $1\,\mathrm{cm}$. Calculer le nombre quantique n correspondant. La quantification est-elle observable ?

Correction

Q-1) Seules les ondes stationnaires avec des nœuds aux extrémités existent : $L = n\lambda_n/2$. Alors $p = h/\lambda_n = nh/(2L)$ et $E = p^2/(2m)$. $E_1 > 0$: c'est l'énergie de confinement, conforme à Heisenberg ($\Delta p \sim h/L$).

Q-2) $E_1 = 6{,}0\times10^{-20}\,\mathrm{J} = 0{,}38\,\mathrm{eV}$; $E_2 - E_1 = 3E_1 = 1{,}13\,\mathrm{eV}$ et $\lambda = 1{,}1\,\mu\mathrm{m}$ (proche infrarouge).

Q-3) $E_1 = 5{,}5\times10^{-61}\,\mathrm{J}$ et $E = \frac{1}{2}mv^2 = 5\times10^{-8}\,\mathrm{J}$: $n = \sqrt{E/E_1} \simeq 3\times10^{26}$. L'écart relatif entre niveaux voisins, $2/n$, est inobservable : on retrouve le comportement classique.

EXERCICE 12 Énergie de point zéro d'une molécule

La vibration de la molécule HCl est modélisée par un oscillateur harmonique de masse réduite $\mu = \frac{35}{36}$ u et de raideur $k = 516\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

Q-1) En prenant $\Delta p \simeq \hbar/\Delta x$, exprimer l'énergie $E(\Delta x) = \dfrac{\Delta p^2}{2\mu} + \dfrac{1}{2}k\Delta x^2$ et la minimiser. Quelle est l'énergie minimale classique ?

Q-2) Calculer $\hbar\omega$ en eV et la comparer à k_BT à $300\,\mathrm{K}$. Comparer Δx à la longueur de liaison ($127\,\mathrm{pm}$).

Q-3) Dans quel domaine se situe le rayonnement absorbé lors du passage d'un niveau de vibration au suivant (écart $\hbar\omega$) ?

Correction

Q-1) $E = \dfrac{\hbar^2}{2\mu\Delta x^2} + \dfrac{1}{2}\mu\omega^2\Delta x^2$ avec $\omega = \sqrt{k/\mu}$, minimale pour $\Delta x^2 = \hbar/(\mu\omega)$: $E_{\text{min}} \simeq \hbar\omega$ (le calcul exact donne $\hbar\omega/2$). Classiquement, l'énergie minimale est nulle (molécule immobile).

Q-2) $\mu = 1{,}61 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, $\omega = 5{,}65 \times 10^{14}\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $\hbar\omega = 0{,}37\,\text{eV} \simeq 14\,k_BT$: à température ambiante, la molécule est dans son état fondamental de vibration. $\Delta x \simeq 11\,\text{pm}$, soit $8\,\%$ de la longueur de liaison.

Q-3) $\lambda = 2\pi c/\omega = 3{,}3\,\mu\text{m}$: infrarouge (spectroscopie IR).

IX Classiques des concours

EXERCICE 13 Atome d'hydrogène et série de Balmer

★★★☆☆

Q-1) À partir du principe fondamental de la dynamique et de la condition $L = n\hbar$, établir r_n, v_n et E_n dans le modèle de Bohr.

Q-2) Calculer v_1 et la comparer à c. Le traitement non relativiste est-il justifié ?

Q-3) Calculer les longueurs d'onde des quatre premières raies de la série de Balmer. Sont-elles visibles ?

Q-4) L'ion He^+ est hydrogénoïde ($Z = 2$). Exprimer ses niveaux d'énergie et montrer que certaines de ses raies coïncident avec celles de l'hydrogène.

Q-5) Dans le spectre d'une étoile, la raie H_α est observée à $656{,}8\,\text{nm}$ au lieu de $656{,}3\,\text{nm}$. Interpréter et estimer la vitesse radiale de l'étoile ($\Delta\lambda/\lambda = v/c$).

Correction

Q-1) Voir le cours : $r_n = n^2a_0$, $v_n = v_1/n$, $E_n = -13{,}6\,\text{eV}/n^2$.

Q-2) $v_1 = 2{,}19 \times 10^6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \simeq c/137$: le traitement non relativiste est justifié.

Q-3) $\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$: 656, 486, 434 et $410\,\text{nm}$ pour $n = 3$ à 6, toutes visibles.

Q-4) En remplaçant e^2 par Ze^2 : $E_n = -54{,}4\,\text{eV}/n^2 = -13{,}6\,\text{eV}/(n/2)^2$. Les transitions $2n \to 2m$ de He^+ ont la même énergie que les transitions $n \to m$ de H.

Q-5) Le décalage vers le rouge traduit un éloignement (effet Doppler) : $v = c\,\Delta\lambda/\lambda = 230\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$.

EXERCICE 14 Ralentir des atomes avec la lumière

★★★★☆

Un jet d'atomes de sodium ($m = 3{,}82 \times 10^{-26}\,\text{kg}$), de vitesse $v_0 = 600\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ selon $+\vec{u}_x$, est éclairé face à lui par un laser de longueur d'onde $\lambda = 589\,\text{nm}$ accordé sur une transition atomique. Chaque absorption est suivie d'une émission spontanée dans une direction aléatoire ; la durée de vie de l'état excité est $\tau = 16\,\text{ns}$.

Q-1) Calculer l'énergie (en eV) et la quantité de mouvement d'un photon.

Q-2) Calculer la variation de vitesse v_r de l'atome lors d'une absorption. Pourquoi l'émission spontanée ne modifie-t-elle pas la vitesse en moyenne ?

Q-3) Combien de cycles faut-il pour arrêter un atome ? Un cycle durant au minimum 2τ, calculer la décélération maximale (à comparer à g), la distance et la durée d'arrêt.

Q-4) Estimer la « température de recul » $T_r = mv_r^2/k_B$ et commenter.

Correction

Q-1) $E = 2{,}1\,\text{eV}$ et $p = h/\lambda = 1{,}13 \times 10^{-27}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q-2) Conservation de la quantité de mouvement : $v_r = h/(m\lambda) = 2{,}9\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, opposée à $\vec{v}_0$. Les photons émis partent dans toutes les directions : les reculs correspondants se compensent en moyenne, alors que les absorptions se font toutes dans le même sens.

Q-3) $N = v_0/v_r \simeq 2 \times 10^4$ cycles ; $a = v_r/(2\tau) = 9 \times 10^5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \simeq 10^5\,g$; $d = v_0^2/(2a) = 20\,\text{cm}$ et $t = v_0/a = 0{,}65\,\text{ms}$: on arrête un jet atomique sur une table d'expérience.

Q-4) $T_r \simeq 2{,}4\,\mu\text{K}$. Ces méthodes de refroidissement par laser (prix Nobel 1997, dont C. Cohen-Tannoudji) ouvrent l'accès aux régimes où la longueur d'onde de de Broglie des atomes devient macroscopique.

EXERCICE 15 La couleur des colorants : l'électron dans une boîte

★★★☆☆

Les électrons π d'une cyanine sont délocalisés sur une chaîne conjuguée de longueur L. On modélise chacun par une particule libre sur un segment de longueur L (exercice d'approfondissement : $E_n = n^2h^2/(8m_eL^2)$). La molécule possède N électrons π (N pair) et chaque niveau accueille au plus deux électrons.

Q-1) Quels sont le plus haut niveau occupé (HO) et le plus bas niveau vacant (BV) dans l'état fondamental ?

Q-2) Montrer que la longueur d'onde absorbée lors de la transition HO $\to$ BV vaut $\lambda = \dfrac{8m_ecL^2}{h(N+1)}$.

Q-3) Calculer λ pour $N = 10$ et $L = 1{,}25\,\text{nm}$. Quelle couleur est absorbée, quelle couleur est perçue ?

Q-4) On allonge la chaîne d'un motif : N augmente de 2 et L de $0{,}28\,\text{nm}$. Calculer la nouvelle longueur d'onde. Pourquoi les molécules à chaîne conjuguée courte sont-elles incolores ?

Correction

Q-1) Les N électrons remplissent les niveaux 1 à $N/2$: HO $n = N/2$, BV $n = N/2+1$.

Q-2) $\Delta E = \dfrac{h^2}{8m_eL^2}\left[\left(\frac{N}{2}+1\right)^2 - \left(\frac{N}{2}\right)^2\right] = \dfrac{h^2(N+1)}{8m_eL^2} = \dfrac{hc}{\lambda}$.

Q-3) $\lambda = 468\,\text{nm}$: absorption dans le bleu, la solution paraît jaune-orangé (couleur complémentaire).

Q-4) $N = 12$, $L = 1{,}53\,\text{nm}$: $\lambda = 592\,\text{nm}$, soit un décalage d'environ $120\,\text{nm}$ vers le rouge, conforme à l'expérience. Pour une chaîne courte, l'écart HO–BV est grand et l'absorption a lieu dans l'ultraviolet : la molécule est incolore.