LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

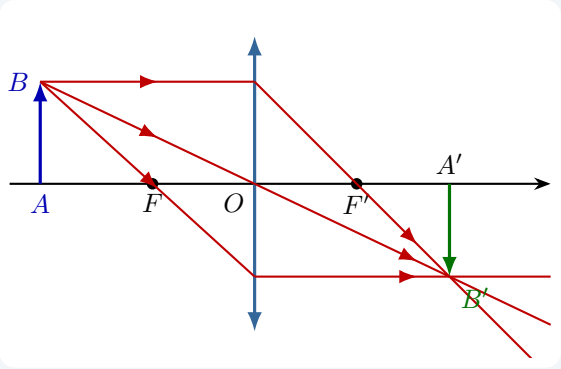
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

FICHE RÉSUMÉ

02 OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Formation des images dans les conditions de Gauss

Stigmatisme et aplanétisme — Miroir plan — Approximation de Gauss — Lentilles minces — Miroirs sphériques



« *Toute la conduite de notre vie dépend de nos sens, entre lesquels celui de la vue étant le plus universel et le plus noble, il n'y a point de doute que les inventions qui servent à augmenter sa puissance ne soient des plus utiles qui puissent être.*

— René Descartes, *La Dioptrique* (1637)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Lentille mince »

O2 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Un système optique donne d'un point objet A une image A' nette seulement s'il est **stigmatique** ; hors du miroir plan, ce n'est qu'approché, dans les **conditions de Gauss** (rayons paraxiaux). Une lentille mince est alors entièrement décrite par son centre O et ses foyers F, F' : trois rayons particuliers suffisent à construire toute image, et les relations de **Descartes** ou de **Newton** la calculent. Les mêmes idées s'appliquent au miroir sphérique, dont les foyers sont confondus au milieu de $[SC]$.

I Systèmes optiques, objets et images

Définition — Système optique centré R

Succession de milieux transparents homogènes séparés par des dioptres ou des miroirs ; il est **dioptrique** (sans miroir), **catadioptrique** (avec miroir(s)), **centré** s'il admet un axe de révolution, l'**axe optique**.

Définition — Objet, image, réel ou virtuel R

- Point **objet** A : intersection des rayons incidents (ou de leurs prolongements). **Réel** s'il est avant la face d'entrée (rayons divergents issus de A), **virtuel** sinon (faisceau incident convergeant vers A).
- Point **image** A' : intersection des rayons émergents (ou de leurs prolongements). **Réelle** si elle est après la face de sortie (observable sur un écran), **virtuelle** sinon (faisceau émergent semblant provenir de A').
- A et A' sont **conjugués** par le système. Pour un miroir, l'espace image réel est **du côté de la lumière incidente**.

Définition — Stigmatisme et aplanétisme R

- **Stigmatisme rigoureux** pour (A, A') : **tous** les rayons issus de A passent, après le système, par A'.
- **Aplanétisme** : l'image d'un petit objet plan AB perpendiculaire à l'axe est plane et perpendiculaire à l'axe.

Seul le **miroir plan** est rigoureusement stigmatique pour tout point ; les autres systèmes ne le sont qu'approximativement.

II Miroir plan, dioptre plan, conditions de Gauss

Miroir plan, dioptre plan R D

H : projeté orthogonal de A sur le miroir ou le dioptre.

Miroir plan : $\overline{HA'} = -\overline{HA}$, $\gamma = +1$ Dioptre plan (Gauss) : $\dfrac{\overline{HA'}}{n_2} = \dfrac{\overline{HA}}{n_1}$

- Miroir plan : image symétrique, virtuelle pour un objet réel, droite, de même taille, mais inversée gauche-droite. Si le miroir se translate de d, l'image se translate de $2d$; s'il tourne de θ, le rayon réfléchi tourne de 2θ.
- Dioptre plan (n_1 côté objet, n_2 côté observateur) : stigmatisme seulement approché. Poisson à $1\,\mathrm{m}$ sous l'eau vu de l'air : profondeur apparente $1/1{,}33 \simeq 0{,}75\,\mathrm{m}$.

Conditions de Gauss R

Un système centré est approximativement stigmatique et aplanétique si les rayons sont **paraxiaux** : **peu inclinés** sur l'axe optique et **proches** de l'axe. On s'en approche en diaphragmant et en utilisant des objets petits ou éloignés. On utilise alors $\sin\theta \simeq \tan\theta \simeq \theta$.

Remarque

Aberrations. Hors des conditions de Gauss, l'image d'un point est une tache : aberrations **géométriques** (sphérique : les rayons marginaux convergent plus près ; distorsion en barillet ou en coussinet ; coma). En lumière blanche, n dépend de λ, donc f' aussi : aberrations **chromatiques** (foyer bleu plus proche que le foyer rouge, image irisée ; correction par doublet achromatique). Le stigmatisme est jugé suffisant si la tache est plus petite qu'un **pixel** du capteur (ou qu'une cellule de la rétine).

III Les lentilles minces

Définition — Foyers, distance focale, vergence R

- Lentille **mince** : épaisseur faible devant les rayons de courbure ; ses sommets sont confondus en son **centre optique** O. À bords minces : **convergente** ; à bords épais : **divergente**.
- **Foyer image** F' : image d'un point objet à l'infini sur l'axe. **Foyer objet** F : objet dont l'image est à l'infini sur l'axe. Plans focaux : plans de front en F et F' ; leurs points sont des **foyers secondaires**. Système **afocal** : sans foyer (l'infini a pour image l'infini).

$$f' = \overline{OF'} = -\overline{OF} \qquad V = \frac{1}{f'} \quad (\text{dioptries} : 1\,\delta = 1\,\mathrm{m}^{-1})$$

$f' > 0$: convergente ; $f' < 0$: divergente. (Lentille entre deux milieux d'indices n et n' : $V = n'/f' = -n/\overline{OF}$.)

Les trois rayons particuliers R

1. Un rayon passant par O n'est **pas dévié**.
2. Un rayon incident parallèle à l'axe émerge en passant (réellement ou virtuellement) par F'.
3. Un rayon incident passant (réellement ou virtuellement) par F émerge parallèle à l'axe.

Rayon quelconque : il émerge par le foyer secondaire image φ' où la parallèle passant par O coupe le plan focal image.

Relations de conjugaison et de grandissement (lentille mince) R D

▶ **Descartes** (origine au centre O) :

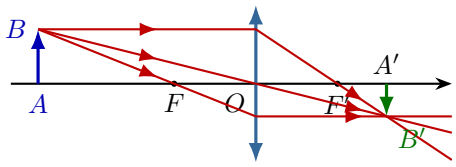
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V \qquad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

▶ **Newton** (origines aux foyers) :

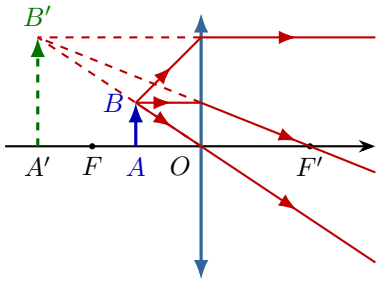
$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \qquad \gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

▶ Grandissement angulaire (rayon passant par A et A') : $G = \alpha'/\alpha = 1/\gamma$.

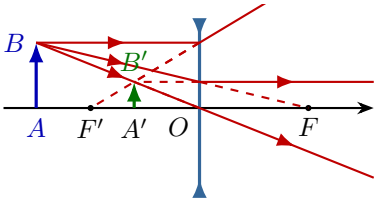
Démonstration : Thalès dans les triangles $(OAB, OA'B')$, $(F'OI, F'A'B')$ et (FAB, FOJ) où I et J sont les points d'incidence des rayons parallèle à l'axe et passant par F.



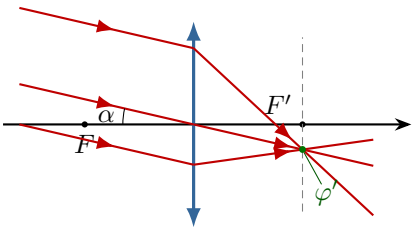
objet réel avant $2F$: image réelle, renversée, réduite



objet entre F et O : image virtuelle, droite, agrandie (loupe)



lentille divergente, objet réel : image virtuelle, droite, réduite



objet à l'infini : image dans le plan focal, $\overline{F'\varphi'} = f' \tan\alpha \simeq f'\alpha$

Projection, association de lentilles R D

▶ Image réelle d'un objet réel sur un écran à la distance D avec une lentille convergente : possible si et seulement si $\boxed{D \geqslant 4f'}$ (discriminant de $x^2 + Dx + Df' = 0$, $x = \overline{OA}$). Pour $D > 4f'$, deux positions distantes de d : $f' = \dfrac{D^2 - d^2}{4D}$ (**Bessel**) ; pour $D = 4f'$, $\overline{OA} = -2f'$ et $\gamma = -1$ (**Silbermann**).

▶ Association : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$, l'image intermédiaire A_1 servant d'objet (réel ou virtuel) pour L_2 ; $\gamma = \gamma_1\gamma_2$.

▶ Lentilles **accolées** : $V = V_1 + V_2$. Distantes de $e = \overline{O_1O_2}$: $V = V_1 + V_2 - eV_1V_2$ (Gullstrand) ; afocal si $F_1' = F_2$.

Remarque

Foyers d'un doublet (L_1, L_2). Le foyer image F' est l'image par L_2 de F_1' : $A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_2} F'$; le foyer objet F a pour image par L_1 le point F_2 : $F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$. On note $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ l'intervalle optique ; le doublet est afocal si $\Delta = 0$.

Ordres de grandeur

Œil au repos : $V \simeq 60\,\delta$; loupe : $+8$ à $+20\,\delta$; verres correcteurs : -10 à $+5\,\delta$; objectif photo standard : $f' = 50\,\text{mm}$ $(20\,\delta)$; projection avec $f' = 10\,\text{cm}$: écran à au moins $40\,\text{cm}$ de l'objet.

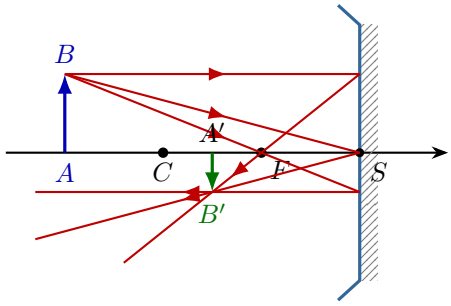
IV Les miroirs sphériques

Définition — Miroir sphérique dans les conditions de Gauss R

Calotte réfléchissante de centre C et de sommet S. **Concave** (face réfléchissante du côté de C) : convergent ; **convexe** : divergent. Les foyers objet et image sont **confondus** au milieu de $[SC]$:

$$\overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Rayons utiles : par C, réfléchi sur lui-même ; parallèle à l'axe, réfléchi par F ; par F, réfléchi parallèle à l'axe ; en S, réfléchi symétriquement par rapport à l'axe.



Miroir concave : objet réel au-delà de C, image réelle renversée.

Relations des miroirs sphériques (fournies) R

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \qquad \gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \qquad\qquad \frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}} \qquad \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{SF}^2$ $\qquad \gamma = \dfrac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \dfrac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$

★ À retenir

Objet (lentille **convergente**, $f' > 0$)	Image	Grandissement
réel, avant $2F$ ($\overline{OA} < -2f'$)	réelle, renversée, réduite	$-1 < \gamma < 0$
réel, entre $2F$ et F	réelle, renversée, agrandie	$\gamma < -1$
réel, en F	à l'infini	—
réel, entre F et O	virtuelle, droite, agrandie	$\gamma > 1$
virtuel	réelle, droite, réduite	$0 < \gamma < 1$
Objet (lentille **divergente**, $f' < 0$)	Image	Grandissement
réel	virtuelle, droite, réduite	$0 < \gamma < 1$
virtuel, entre O et F	réelle, droite, agrandie	$\gamma > 1$
virtuel, au-delà de F	virtuelle, renversée	$\gamma < 0$

V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Construire puis calculer une image M

1. Placer O, F, F' (ou S, C, F) à l'échelle, l'objet AB perpendiculaire à l'axe avec A sur l'axe.
2. Tracer deux rayons particuliers issus de B ; leur intersection (ou celle des prolongements, en pointillés) donne B', puis A' par aplanétisme.
3. Conclure : réelle/virtuelle, droite/renversée, agrandie/réduite.
4. Vérifier par le calcul avec la relation dont l'origine est la plus commode (Descartes si $\overline{OA}$ est connu, Newton si les distances aux foyers le sont) ; contrôler le signe de γ sur la figure.
5. Système de deux lentilles : chercher l'image intermédiaire, puis l'utiliser comme objet pour la seconde lentille.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Toutes les distances sont **algébriques**, orientées dans le sens de la lumière incidente : $\overline{OA} < 0$ pour un objet réel devant une lentille.
- Dans Newton, F est associé à A et F' à A' : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$, et non $\overline{FA'} \cdot \overline{F'A}$.
- Pour une lentille divergente, F' est **avant** la lentille et F après.
- Le signe « $-$ » de la relation de Descartes des lentilles devient « $+$ » pour les miroirs (orientation de la lumière réfléchie).
- Une image virtuelle ne se forme pas sur un écran, mais peut être vue à l'œil ou servir d'objet pour un autre système.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je distingue objet/image réels et virtuels, stigmatisme et aplanétisme.
- ☐ Je construis l'image donnée par un miroir plan et j'en déduis ses propriétés.
- ☐ J'énonce les conditions de Gauss et je cite les aberrations géométriques et chromatiques.
- ☐ Je construis l'image d'un objet réel ou virtuel, à distance finie ou à l'infini, par une lentille mince.
- ☐ J'utilise les relations de Descartes et de Newton et je retrouve le grandissement par Thalès.

- ☐ J'établis la condition $D \geqslant 4f'$ et je traite une association de deux lentilles.
- ☐ J'exploite les relations fournies d'un miroir sphérique et ses rayons particuliers.