LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

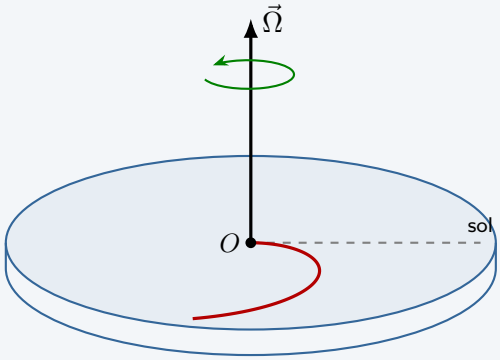
FICHE RÉSUMÉ

M8

MÉCANIQUE

Dynamique dans un référentiel non galiléen

Vecteur rotation — Composition des vitesses et des accélérations — Forces d'inertie — Référentiel tournant — Poids, marées, Coriolis



trajectoire vue du manège

« *Vous êtes invité à venir voir tourner la Terre.*

— Léon Foucault, carton d'invitation à l'Observatoire de Paris (février 1851)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Référentiel tournant »

M8 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Pour passer d'un référentiel $\mathcal{R}$ à un référentiel $\mathcal{R}'$ en mouvement, on décrit ce mouvement par la vitesse de l'origine O' et par le **vecteur rotation** $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$, puis on dérive avec la formule de dérivation vectorielle : $\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$ et $\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$. Dans un référentiel **non galiléen**, les lois de la dynamique restent valables à condition d'ajouter les **forces d'inertie** d'entraînement $-m\vec{a}_e$ et de Coriolis $-2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$, qui ne sont pas des interactions. Appliqué à la Terre, ce formalisme explique le poids, les marées et les effets de la force de Coriolis.

I Mouvement d'un référentiel par rapport à un autre

$\mathcal{R}$: référentiel « absolu » $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$; $\mathcal{R}'$: référentiel « relatif » $(O', \vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'}, \vec{u}_{z'})$, base liée à $\mathcal{R}'$. Le temps est le même dans les deux (mécanique classique).

Définition — Translation et rotation autour d'un axe fixe R

- **Translation** : les vecteurs de base de $\mathcal{R}'$ gardent une direction fixe dans $\mathcal{R}$; le mouvement de $\mathcal{R}'$ est celui de O' (translation rectiligne, circulaire, elliptique…). Alors $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \vec{0}$.
- **Rotation autour de l'axe** $(O\vec{u}_z)$ **fixe** ($O' = O$, $\vec{u}_{z'} = \vec{u}_z$, $\theta = (\vec{u}_x, \vec{u}_{x'})$) :

$$\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \dot{\theta}\,\vec{u}_z \qquad \left(\frac{\mathrm{d}\vec{u}_{x'}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \vec{\Omega} \wedge \vec{u}_{x'} = \dot{\theta}\,\vec{u}_{y'}$$

et de même pour tout vecteur fixe dans $\mathcal{R}'$. Rotation **uniforme** : $\dot{\theta} = \omega$ constant.

Formule de dérivation vectorielle R

Pour tout vecteur $\vec{A}(t)$:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vec{A}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{\mathrm{d}\vec{A}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'} + \vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{A}$$

Propriétés : $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{R}'} = -\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$; $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_3} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_2} + \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_3}$; $\left(\frac{\mathrm{d}\vec{\Omega}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{\mathrm{d}\vec{\Omega}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'}$. En translation, les deux dérivées sont égales.

II Composition des vitesses et des accélérations

Lois de composition R D

Vitesse et accélération **absolues** ($\vec{v}_a$, $\vec{a}_a$ dans $\mathcal{R}$), **relatives** ($\vec{v}_r$, $\vec{a}_r$ dans $\mathcal{R}'$) :

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e \qquad \vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

- vitesse d'entraînement : $\vec{v}_e = \vec{v}(O'/\mathcal{R}) + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$;
- accélération d'entraînement : $\vec{a}_e = \vec{a}(O'/\mathcal{R}) + \dfrac{\mathrm{d}\vec{\Omega}}{\mathrm{d}t} \wedge \overrightarrow{O'M} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right)$;
- accélération de Coriolis : $\vec{a}_c = 2\,\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$ (le facteur 2 vient de deux termes $\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$ dans la dérivation).

Démonstration : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$, que l'on dérive deux fois dans $\mathcal{R}$ avec la formule de dérivation vectorielle.

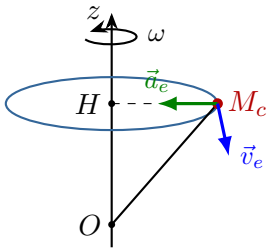
Définition — Point coïncident R

Le point coïncident M_c est le point **fixe dans** $\mathcal{R}'$ qui coïncide avec M à l'instant t : $\vec{v}_e = \vec{v}(M_c/\mathcal{R})$ et $\vec{a}_e = \vec{a}(M_c/\mathcal{R})$. En général $\vec{a}_e \neq \left(\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}_e}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}}$.

★ À retenir

	Translation	Rotation uniforme, $\vec{\Omega} = \omega\vec{u}_z$
$\vec{v}_e$	$\vec{v}(O'/\mathcal{R})$	$\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM} = r\omega\,\vec{u}_\theta$
$\vec{a}_e$	$\vec{a}(O'/\mathcal{R})$	$-\omega^2\,\overrightarrow{HM}$ (centripète)
$\vec{a}_c$	$\vec{0}$	$2\omega\,\vec{u}_z \wedge \vec{v}_r$
$\vec{f}_{ie} = -m\vec{a}_e$	$-m\vec{a}(O'/\mathcal{R})$	$m\omega^2\,\overrightarrow{HM}$ (centrifuge)
$\vec{f}_{ic} = -m\vec{a}_c$	$\vec{0}$	$-2m\omega\,\vec{u}_z \wedge \vec{v}_r$

H : projeté orthogonal de M sur l'axe de rotation ; $r = HM$.



Le point coïncident décrit un cercle de centre H.

III Dynamique dans un référentiel non galiléen

Relativité galiléenne R

Les forces d'interaction ne dépendent pas du référentiel. Si $\mathcal{R}'$ est en **translation rectiligne uniforme** par rapport à $\mathcal{R}$ galiléen, $\vec{a}_a = \vec{a}_r$: $\mathcal{R}'$ est galiléen. Deux référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.

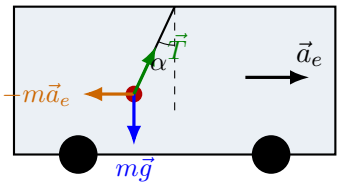
PFD, TMC et TEC dans $\mathcal{R}'$ non galiléen R D

$\mathcal{R}$ galiléen, $\mathcal{R}'$ en mouvement connu par rapport à $\mathcal{R}$; on ajoute les **forces d'inertie** :

$$m\vec{a}_r = \sum \vec{F} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic} \qquad \vec{f}_{ie} = -m\vec{a}_e \qquad \vec{f}_{ic} = -2m\,\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$$

- TMC en A fixe dans $\mathcal{R}'$: $\left(\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}_A}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'} = \sum \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}) + \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{f}_{ie}) + \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{f}_{ic})$.
- TEC : $\Delta E_c(\mathcal{R}') = W(\vec{F}) + W(\vec{f}_{ie})$: la force de Coriolis **ne travaille pas** ($\vec{f}_{ic} \perp \vec{v}_r$).

Référentiel en translation. $\vec{f}_{ie} = -m\vec{a}(O'/\mathcal{R})$, **opposée à l'accélération du référentiel** (plaqué contre le siège au démarrage, projeté en avant au freinage) ; $\vec{f}_{ic} = \vec{0}$. Pour $\vec{a}(O')$ constant, $\vec{f}_{ie}$ est uniforme, comme un poids supplémentaire, d'énergie potentielle $m\,\vec{a}(O') \cdot \overrightarrow{O'M}$. Pendule dans un véhicule d'accélération a : équilibre relatif pour $\tan\alpha = a/g$.
Impesanteur : dans un référentiel en chute libre (ISS), $\vec{a}(O') = \vec{\mathcal{G}}$ et $-m\vec{\mathcal{G}}$ compense l'attraction.

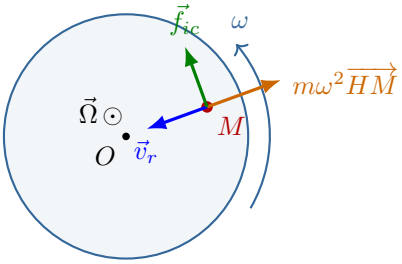


IV Référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe

Force centrifuge et force de Coriolis R D

$$\vec{f}_{ie} = m\omega^2\,\overrightarrow{HM} \qquad E_{p,\text{cf}} = -\frac{1}{2}m\omega^2 HM^2 = -\frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \qquad \vec{f}_{ic} = -2m\,\omega\vec{u}_z \wedge \vec{v}_r$$

La force **centrifuge**, perpendiculaire à l'axe et dirigée vers l'extérieur, est conservative ($\delta W = m\omega^2 r\,\mathrm{d}r$). La force de Coriolis, perpendiculaire à $\vec{v}_r$, ne travaille pas.



vue de dessus

Sur un manège tournant dans le sens direct (vu de dessus), un objet qui se déplace vers le centre est dévié par la force de Coriolis **vers la droite** de son mouvement relatif. Plus généralement, pour $\vec{\Omega}$ dirigé vers le haut, tout mouvement horizontal est dévié vers la droite.

☞ Méthode — Équilibre relatif dans un référentiel tournant M

1. Bilan dans $\mathcal{R}'$: forces réelles + force centrifuge + force de Coriolis.
2. À l'équilibre relatif, $\vec{v}_r = \vec{0}$ donc $\vec{f}_{ic} = \vec{0}$: condition $\sum \vec{F} + \vec{f}_{ie} = \vec{0}$.
3. Un degré de liberté q : les équilibres sont les extrema de $E_p^{\text{tot}} = E_p + E_{p,\text{cf}}$, **stables** si minimum. Variante : poser $q = q_e + \varepsilon(t)$, linéariser l'équation du mouvement à l'ordre 1 : $\ddot{\varepsilon} + \alpha^2\varepsilon = 0$ (oscillations, stable) ou $\ddot{\varepsilon} - \alpha^2\varepsilon = 0$ (exponentielle, instable).

V Référentiels usuels et dynamique terrestre

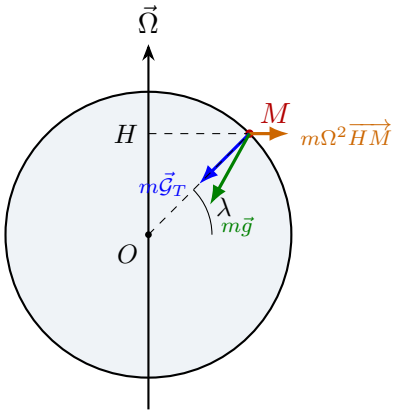
Référentiel	Définition	Mouvement, caractère galiléen
Copernic $\mathcal{R}_C$	centre de masse du système solaire, axes vers 3 étoiles lointaines	galiléen avec une excellente approximation
Héliocentrique (Kepler)	centre du Soleil, axes parallèles à ceux de $\mathcal{R}_C$	quasi confondu avec $\mathcal{R}_C$
Géocentrique $\mathcal{R}_G$	centre de la Terre, axes parallèles à ceux de $\mathcal{R}_C$	translation quasi circulaire (1 an) : galiléen pour des durées $\ll 1\,\text{an}$, aux marées près
Terrestre $\mathcal{R}_T$	lié au sol (axes : vers le sud, l'est, le zénith)	rotation uniforme autour de l'axe des pôles, $\Omega = 7{,}29 \times 10^{-5}\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$: galiléen pour des expériences brèves

Définition — Poids R

Le poids est l'opposé de la force exercée par un fil à plomb qui maintient le corps **immobile** dans $\mathcal{R}_T$; il définit la **verticale**. Avec $\mathcal{R}_G$ galiléen :

$$m\vec{g} = m\vec{\mathcal{G}}_T(M) + m\Omega^2\,\overrightarrow{HM}$$

Le terme centrifuge vaut au plus $\Omega^2 R_T = 0{,}034\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \approx 0{,}3\,\%\,g$ (équateur), nul aux pôles : g dépend de la latitude et la verticale ne passe pas exactement par le centre de la Terre (écart max. $\approx 0{,}1°$ à $45°$). L'égalité masse grave $=$ masse inerte rend la verticale indépendante du corps.



Terme centrifuge exagéré.

Dynamique terrestre et terme de marée R

Dans $\mathcal{R}_T$, pour un point soumis à des forces non gravitationnelles $\vec{F}$:

$$m\vec{a}_r = \vec{F} + m\vec{g} - 2m\,\vec{\Omega}\wedge\vec{v}_r$$

$\mathcal{R}_G$ est en translation d'accélération $\vec{a}(T) = \vec{\mathcal{G}}_L(T) + \vec{\mathcal{G}}_S(T)$: dans $\mathcal{R}_G$, l'attraction lunaire et la force d'inertie se combinent en un **terme de marée**

$$\vec{C}(M) = m\left[\vec{\mathcal{G}}_L(M) - \vec{\mathcal{G}}_L(T)\right] \qquad \left\|\vec{C}\right\| \approx \frac{2\mathcal{G}M_L m\,R_T}{d^3} \text{ sur l'axe Terre–Lune}$$

dirigé vers la Lune du côté proche et à l'opposé du côté lointain : deux bourrelets, **deux marées hautes** par jour lunaire ($\approx 12\,\text{h}\,25\,\text{min}$). En $1/d^3$: effet de la Lune $\approx 2{,}2$ fois celui du Soleil ; vives-eaux quand les astres sont alignés. Négligeable au laboratoire, il n'importe que pour des systèmes très étendus (océans).

Ordres de grandeur

Force de Coriolis terrestre : $\frac{f_{ic}}{mg} \sim \frac{2\Omega v}{g} \approx 1{,}5 \times 10^{-4}$ pour $v = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$: négligeable au laboratoire, essentielle à grande échelle (vents enroulés autour des dépressions, sens trigonométrique dans l'hémisphère nord ; courants océaniques), pour le pendule de Foucault (rotation du plan à $\Omega \sin\lambda$: un tour en $32\,\mathrm{h}$ à Paris, $\approx 43\,\mathrm{h}$ au Maroc) et la déviation vers l'est d'un corps en chute libre. Manège ($\omega = 1\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $r = 3\,\mathrm{m}$, $v_r = 1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$) : centrifuge et Coriolis du même ordre ($\sim 100\,\mathrm{N}$ pour $60\,\mathrm{kg}$). Centrifugeuse : $\sim 10^4\,g$.

VI Méthodes et pièges

☞ Méthode — Résoudre un problème en référentiel non galiléen M

1. Choisir le référentiel d'étude : celui où le mouvement est le plus simple (souvent celui où l'objet est immobile ou guidé) ; préciser son mouvement ($\vec{a}(O')$, $\vec{\Omega}$) par rapport à un référentiel galiléen.
2. Bilan : forces d'interaction + $\vec{f}_{ie}$ (translation : $-m\vec{a}(O')$; rotation uniforme : $m\omega^2\overrightarrow{HM}$) + $\vec{f}_{ic}$.
3. Appliquer PFD, TMC ou énergie dans $\mathcal{R}'$ (Coriolis ne travaille pas ; centrifuge dérive de $E_{p,\mathrm{cf}}$).

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Les forces d'inertie ne sont pas des interactions (pas de réaction) : on les écrit **seulement** dans $\mathcal{R}'$, jamais en plus dans $\mathcal{R}$. Dans $\mathcal{R}$, un mobile en mouvement circulaire subit une force réelle **centripète**.
- Translation circulaire $\neq$ rotation (nacelle de grande roue : $\vec{\Omega} = \vec{0}$).
- $\vec{a}_e$ n'est pas la dérivée de $\vec{v}_e$; ne pas oublier le facteur 2 de Coriolis ; $\vec{a}_c = \vec{0}$ si $\vec{v}_r = \vec{0}$ ou $\vec{v}_r \parallel \vec{\Omega}$.
- Rotation terrestre : $\Omega = 2\pi/T$ avec le jour **sidéral** $T = 86\,164\,\mathrm{s}$ (et non $86\,400\,\mathrm{s}$).
- L'écoulement d'un lavabo n'est pas gouverné par la force de Coriolis.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je distingue translation et rotation et j'écris le vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$.
- ☐ J'utilise la formule de dérivation vectorielle et j'établis la composition des vitesses.
- ☐ J'exprime $\vec{v}_e$, $\vec{a}_e$, $\vec{a}_c$ en translation et en rotation uniforme (point coïncident).
- ☐ J'écris PFD, TMC et TEC dans un référentiel non galiléen avec les forces d'inertie.
- ☐ J'étudie un équilibre relatif à l'aide de l'énergie potentielle centrifuge.
- ☐ Je discute le caractère galiléen des référentiels usuels ; j'interprète poids, marées et effets de Coriolis.