LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

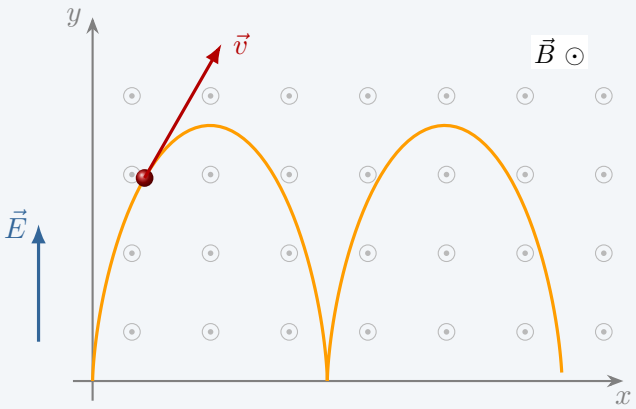
FICHE RÉSUMÉ

M4

MÉCANIQUE

Mouvement de particules chargées

Force de Lorentz — Champ électrique uniforme : accélération et déviation — Limite newtonienne — Champ magnétique uniforme : mouvement cyclotron



« *Ce que nous connaissons est peu de chose, ce que nous ignorons est immense.*

— Pierre-Simon de Laplace, dernières paroles rapportées par Joseph Fourier (1829)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Particule chargée dans E et B »

M4 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Une particule chargée est soumise à la **force de Lorentz** $\vec{F} = q(\vec{E}+\vec{v}\wedge\vec{B})$, devant laquelle son poids est toujours négligeable. Le champ électrique **accélère** (il fournit de l'énergie : $\frac{1}{2}mv^2 = qU$) et, uniforme, il impose une accélération constante comme la pesanteur. Le champ magnétique ne travaille pas : il **courbe** la trajectoire sans changer la norme de la vitesse, d'où un mouvement circulaire uniforme de pulsation $\omega_c = |q|B/m$.

I La force de Lorentz

Définition — Force de Lorentz R

Une particule de charge q (en C), de vitesse $\vec{v}$ dans le référentiel d'étude, placée dans un champ électrique $\vec{E}$ (en $\mathrm{V\cdot m^{-1}}$) et un champ magnétique $\vec{B}$ (en teslas, T) subit

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B}\right)$$

Champs **uniformes** et **stationnaires**. Rappel : $\vec{a}\wedge\vec{b} \perp \vec{a},\vec{b}$, de norme $ab\,|\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)|$, $(\vec{a},\vec{b},\vec{a}\wedge\vec{b})$ direct ; $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z$ (permutation circulaire).

Poids négligeable, puissance, énergie potentielle R D

- Pour une particule élémentaire, **le poids est négligeable** devant la force électromagnétique, d'au moins une dizaine d'ordres de grandeur (tableau ci-dessous).
- Puissance : $\vec{v}\wedge\vec{B} \perp \vec{v}$, donc

  $$\mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v} = q\,\vec{E}\cdot\vec{v}$$

  La force magnétique **ne travaille pas** : $\vec{B}$ courbe la trajectoire mais ne modifie pas E_c ; seul $\vec{E}$ accélère ou freine.
- $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V$: la force électrique est conservative, d'énergie potentielle $E_p = qV$. Électron-volt : $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{J}$.

Situation	$\lvert q\rvert E$	$\lvert q\rvert vB$	mg
ion $\mathrm{N_2^+}$ à $100\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ dans l'atmosphère ($E = 100\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$)	$2\times10^{-17}\,\mathrm{N}$	$8\times10^{-22}\,\mathrm{N}$	$5\times10^{-25}\,\mathrm{N}$
proton du vent solaire à $10^6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ près de la Terre	$2\times10^{-17}\,\mathrm{N}$	$8\times10^{-18}\,\mathrm{N}$	$2\times10^{-26}\,\mathrm{N}$
électron à $c/10$ dans $0{,}1\,\mathrm{T}$ (et $10^5\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$)	$2\times10^{-14}\,\mathrm{N}$	$5\times10^{-13}\,\mathrm{N}$	$9\times10^{-30}\,\mathrm{N}$

II Mouvement dans un champ électrique uniforme

Accélération constante et accélération sous une tension R D

- Entre deux plaques parallèles distantes de d, sous la tension $U = V_A - V_B$: champ uniforme de A vers B, $E = \dfrac{U}{d}$.
- PFD (poids négligé) : $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{E}$ **constant** : même étude que la chute libre en remplaçant $\vec{g}$ par $q\vec{E}/m$; trajectoire rectiligne si $\vec{v}_0 \parallel \vec{E}$ (ou $\vec{v}_0 = \vec{0}$), parabolique sinon.
- TEC entre A (vitesse nulle) et B : $\frac{1}{2}mv_B^2 = q(V_A - V_B) = qU$ (avec $qU > 0$), indépendamment de la forme du champ :

$$v_B = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

Limite de la mécanique newtonienne (expressions fournies) R

$$E_c = (\gamma - 1)\,mc^2 \qquad \vec{p} = \gamma m \vec{v} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Le PFD s'écrit $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}$ et le TEC reste valable avec cette E_c. La mécanique newtonienne est valable si $E_c \ll mc^2$ ($mc^2 = 511\,\mathrm{keV}$ pour l'électron, $938\,\mathrm{MeV}$ pour le proton). Exemple : électron sous $100\,\mathrm{kV}$: $\gamma = 1 + \frac{eU}{mc^2} = 1{,}196$, $v = c\sqrt{1 - 1/\gamma^2} = 1{,}64 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, alors que le calcul newtonien donne $1{,}9 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (environ $15\,\%$ de trop). La vitesse relativiste reste toujours inférieure à c.

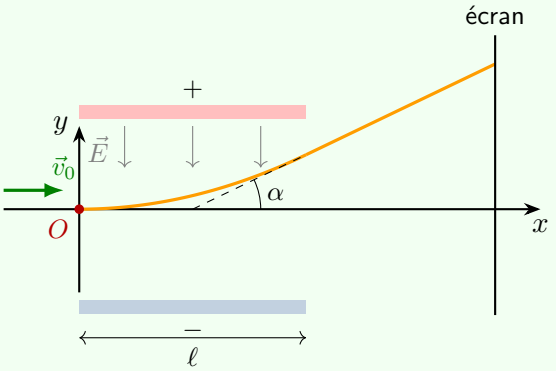
Déviation électrostatique D

Électron entrant en O avec $v_0\vec{u}_x$ entre deux plaques de longueur ℓ, $\vec{E} = -E\vec{u}_y$ (plaque supérieure au potentiel le plus élevé) : $a_y = \dfrac{eE}{m}$,

$$x = v_0 t, \qquad y = \frac{eE}{2mv_0^2}\,x^2,$$

$$\tan\alpha = \frac{eE\ell}{mv_0^2}.$$

En sortie, la trajectoire est rectiligne et semble issue du milieu des plaques ; déviation sur l'écran proportionnelle à la tension : principe de l'oscilloscope analogique.



Ordres de grandeur

$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$, $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$. Champs : beau temps $100\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$, claquage de l'air $3 \times 10^6\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$; B terrestre $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$, aimant $0{,}1$ à $1\,\mathrm{T}$, IRM $1{,}5$ à $3\,\mathrm{T}$, LHC $8\,\mathrm{T}$. Électron à $10^6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ dans le champ terrestre : $R \approx 11\,\mathrm{cm}$; proton de $1\,\mathrm{MeV}$ dans $1\,\mathrm{T}$: $R \approx 14\,\mathrm{cm}$; fréquence cyclotron de l'électron : $28\,\mathrm{GHz}$ pour $1\,\mathrm{T}$.

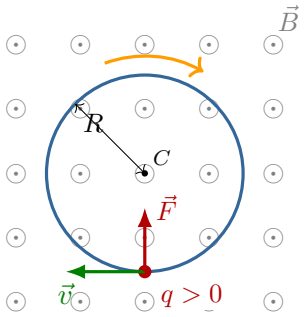
III Mouvement dans un champ magnétique uniforme

Mouvement cyclotron ($\vec{v}_0 \perp \vec{B}$) R D

$\vec{B} = B\vec{u}_z$, $\vec{E} = \vec{0}$. Comme $\mathcal{P} = 0$, E_c est constante : mouvement **uniforme**. Sur $\vec{u}_z$: $m\ddot{z} = 0$ et $\dot{z}(0) = 0$: mouvement **plan**, perpendiculaire à $\vec{B}$. Frenet : $mv_0^2/R_c = |q|v_0B$, rayon de courbure constant : **cercle** parcouru uniformément,

$$R = \frac{mv_0}{|q|B} \qquad \omega_c = \frac{|q|B}{m}$$

La pulsation cyclotron ω_c ne dépend pas de v_0 ; $T_c = \frac{2\pi m}{|q|B}$; sens de rotation : $\vec{\omega} = -\frac{q\vec{B}}{m}$.



$q > 0$, $\vec{B}$ sortant : rotation dans le sens **horaire** ; sens inverse pour un électron.

☞ Méthode — Résoudre les équations couplées M

Avec $\omega = qB/m$ (algébrique) : $\dot{v}_x = \omega v_y$ et $\dot{v}_y = -\omega v_x$. On pose $\underline{u} = v_x + \mathrm{i}\, v_y$: $\dot{\underline{u}} = -\mathrm{i}\,\omega\,\underline{u}$, d'où $\underline{u} = \underline{u}_0\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$: le vecteur vitesse tourne uniformément. (Ou bien : $\ddot{v}_x = -\omega^2 v_x$.) Une intégration donne $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = v_0^2/\omega^2 = R^2$.

Cas général et applications R

- **Hélice** : $v_\parallel$ (selon $\vec{B}$) est conservée ; projection circulaire de rayon $R = \frac{mv_\perp}{|q|B}$; pas $p = v_\parallel T_c = \frac{2\pi m v_\parallel}{|q|B}$ (aurores polaires).
- **Spectromètre de masse** : ions de même charge accélérés sous U : demi-cercles de rayon $R = \frac{1}{B}\sqrt{2mU/q} \propto \sqrt{m}$: séparation des isotopes.
- **Filtre de Wien** : $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$; la particule n'est pas déviée si $q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0}$, soit $v = E/B$.
- **Cyclotron** : deux « dees » dans $\vec{B}$; une tension alternative de pulsation ω_c accélère la particule à chaque passage entre les dees ; le rayon croît.

★ À retenir

	$\vec{E}$ uniforme	$\vec{B}$ uniforme, $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$
Force	$q\vec{E}$ constante	$q\vec{v} \wedge \vec{B}$, perpendiculaire à $\vec{v}$
Puissance	$q\vec{E} \cdot \vec{v}$: E_c varie	nulle : E_c constante
Énergie	$E_p = qV$; $\frac{1}{2}mv^2 = qU$	—
Trajectoire	droite ou parabole	cercle uniforme (hélice si $v_\parallel \neq 0$)
Grandeurs	$\vec{a} = q\vec{E}/m$; $E = U/d$	$R = \frac{mv_0}{\lvert q\rvert B}$; $\omega_c = \frac{\lvert q\rvert B}{m}$
Utilisation	accélérer, dévier (oscilloscope)	courber, trier (spectromètre, cyclotron)

IV Méthodes et pièges

☞ Méthode — Étudier le mouvement d'une particule chargée M

1. Justifier que le poids est négligeable (comparer mg à $|q|E$ ou $|q|vB$).
2. Vitesse en fonction de la tension : **TEC** avec $W = qU$ (ou conservation de $E_c + qV$), sans calculer la trajectoire.
3. Trajectoire dans $\vec{E}$: PFD projeté en cartésiennes, comme une chute libre.
4. Dans $\vec{B}$: conservation de E_c + Frenet pour R ; ou équations couplées résolues par la variable complexe.
5. Vérifier $E_c \ll mc^2$; sinon utiliser les expressions relativistes.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Pour un électron, $q = -e < 0$: la force électrique est **opposée** à $\vec{E}$ et le sens de rotation dans $\vec{B}$ est inversé.
- Le champ $\vec{E}$ va des potentiels élevés vers les potentiels bas ; une charge positive est accélérée de A vers B si $V_A > V_B$.
- R et ω_c contiennent $|q|$: ne pas obtenir un rayon négatif.
- $\vec{B}$ ne change pas v mais change $\vec{v}$: la quantité de mouvement n'est pas conservée.
- Ne pas utiliser $v = \sqrt{2qU/m}$ quand qU n'est pas petit devant mc^2.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je sais écrire la force de Lorentz et justifier que le poids est négligeable.
- ☐ Je sais montrer que la force magnétique ne travaille pas.
- ☐ Je sais établir la vitesse acquise sous une tension U par le TEC.
- ☐ Je sais établir la trajectoire parabolique et la déviation dans un champ électrique uniforme.
- ☐ Je sais discuter la validité newtonienne avec $E_c = (\gamma - 1)mc^2$.
- ☐ Je sais établir le mouvement circulaire uniforme dans $\vec{B}$, son rayon, sa pulsation et son sens.
- ☐ Je sais expliquer le spectromètre de masse, le filtre de Wien et le cyclotron.