LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

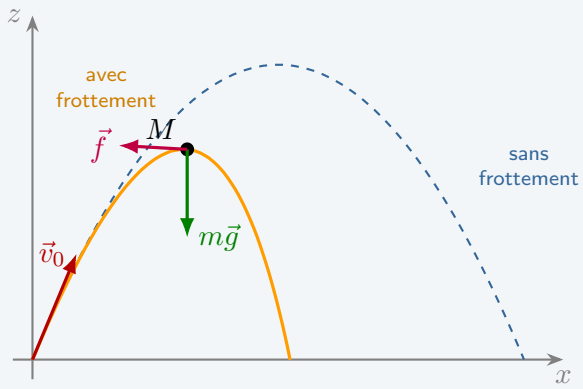
FICHE RÉSUMÉ

M2

MÉCANIQUE

Lois de Newton dans un référentiel galiléen

Quantité de mouvement — Référentiels galiléens — Forces usuelles — Principe fondamental de la dynamique — Tir et frottements fluides



> *Si j'ai vu plus loin, c'est en me tenant sur les épaules de géants.*
>
> — Isaac Newton, lettre à Robert Hooke (1676)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Tir avec frottements »

M2 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

La dynamique relie le mouvement à ses causes : dans un **référentiel galiléen**, la dérivée de la quantité de mouvement $\vec{p} = m\vec{v}$ est égale à la somme des forces appliquées. Toute la difficulté est de bien **définir le système et le référentiel**, puis de faire un **bilan des forces complet** (forces à distance et forces de contact). On projette ensuite le PFD dans une base adaptée et on résout avec les conditions initiales.

I Éléments cinétiques et lois de Newton

Définition — Point matériel, masse, quantité de mouvement R

- **Point matériel** : système de dimensions négligeables devant les distances caractéristiques du mouvement, caractérisé par sa position et sa masse.
- **Masse** m : grandeur positive, **additive** et **invariante**, qui mesure l'**inertie** (résistance à la variation de vitesse).
- **Quantité de mouvement** dans $\mathcal{R}$: $\vec{p}(M)_{/\mathcal{R}} = m\,\vec{v}(M)_{/\mathcal{R}}$ (en $\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$). Pour un système : $\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}(M_i) = m\,\vec{v}(G)$, où G est le centre d'inertie.

Les trois lois de Newton R

1. **Principe d'inertie** : il existe des référentiels, dits **galiléens**, dans lesquels un point isolé ou pseudo-isolé ($\sum \vec{F} = \vec{0}$) est au repos ou en mouvement **rectiligne uniforme**.
2. **Principe fondamental de la dynamique** (PFD), dans un référentiel galiléen :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \qquad \overset{m \text{ constante}}{\Longleftrightarrow} \qquad m\,\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

   Pour un système fermé : $m\,\vec{a}(G) = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$ (théorème de la résultante cinétique) : les forces intérieures se compensent deux à deux.
3. **Actions réciproques** : $\vec{F}_{2\to 1} = -\vec{F}_{1\to 2}$, les deux forces ayant pour support la droite (M_1M_2) : $\overrightarrow{M_1M_2} \wedge \vec{F}_{1\to 2} = \vec{0}$.

Remarque

- Tout référentiel en **translation rectiligne uniforme** par rapport à un référentiel galiléen est galiléen. Copernic et Kepler : galiléens à très bonne approximation ; géocentrique : durée $\ll 1\,\mathrm{an}$; terrestre : durée $\ll 1\,\mathrm{jour}$.
- **Équilibre** en M_e : $\overrightarrow{OM_e}$ constant, $\vec{v} = \vec{a} = \vec{0}$, donc $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$.

II Les forces usuelles

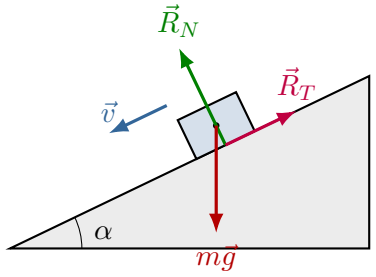
Interaction	Portée	Intensité relative	Exemples
Forte	$\sim 10^{-15}\,\mathrm{m}$	1	cohésion du noyau
Électromagnétique	infinie $(1/r^2)$	10^{-2}	atomes, molécules, toutes les forces de contact
Faible	$\sim 10^{-18}\,\mathrm{m}$	10^{-6}	radioactivité β
Gravitationnelle	infinie $(1/r^2)$	10^{-39}	pesanteur, mouvement des astres

★ À retenir

Force	Expression	Remarques
Gravitation	$\vec{F}_{1\to 2} = -\mathcal{G}\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\,\vec{u}_{12}$	$\vec{u}_{12} = \overrightarrow{M_1M_2}/r$; $\mathcal{G} = 6{,}67\times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$; toujours attractive
Poids	$\vec{P} = m\vec{g}$	$g \approx 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, uniforme sur des distances $\ll R_T$
Coulomb	$\vec{F}_{1\to 2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\,\vec{u}_{12}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$; attractive ou répulsive
Lorentz	$\vec{F} = q\,(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B})$	étudiée au chapitre M4
Ressort	$\vec{F} = -k\,(\ell - \ell_0)\,\vec{u}_{\text{ext}}$	k : raideur ; $\vec{u}_{\text{ext}}$ dirigé du ressort vers le point
Tension d'un fil	$\vec{T}$ selon le fil, vers l'attache	$T \geq 0$; même norme tout le long d'un fil idéal
Réaction	$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$	sans frottement : $\vec{R}_T = \vec{0}$; contact tant que $R_N > 0$
Archimède	$\vec{\Pi} = -\rho_f\, V_{\text{im}}\,\vec{g}$	opposée du poids du fluide déplacé
Frottement fluide	$-\lambda\vec{v}$ ou $-\beta\|\vec{v}\|\,\vec{v}$	linéaire (faibles vitesses) ou quadratique, $\beta = \frac{1}{2}\rho_f C_x S$

Lois de Coulomb du frottement solide R

- **Glissement** : $\vec{R}_T$ est opposée à la vitesse de glissement et $\left\|\vec{R}_T\right\| = f\left\|\vec{R}_N\right\|$.
- **Non-glissement** : $\left\|\vec{R}_T\right\| \leq f_s\left\|\vec{R}_N\right\|$ (f_s : coefficient statique, $f \lesssim f_s$).
- $\vec{R}$ reste dans le **cône de frottement** de demi-angle $\varphi = \arctan f_s$: un solide reste immobile sur un plan incliné d'angle α tant que $\tan\alpha \leq f_s$.



Solide glissant vers le bas : $\vec{R}_T$ s'oppose à $\vec{v}$.

III Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme

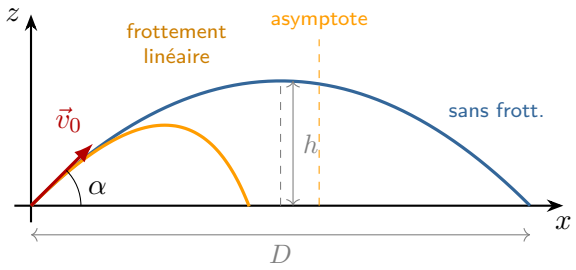
Tir sans frottement R D

Lancé de O avec $\vec{v}_0$ d'angle α sur l'horizontale, $\vec{u}_z$ ascendant : $m\vec{a} = m\vec{g}$, d'où $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$: le mouvement est **plan** et **indépendant de** m.

$$x = v_0 \cos\alpha\, t, \qquad z = -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha\, t \qquad \Longrightarrow \qquad \text{trajectoire parabolique :}$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\,x^2 + x\tan\alpha \qquad h = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} \qquad D = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

Flèche h (atteinte quand $\dot{z} = 0$) et **portée** D (retour en $z = 0$), maximale pour $\alpha = 45°$; deux angles complémentaires donnent la même portée. Enveloppe des trajectoires (parabole de sûreté) : $z = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$.



Tir avec frottement linéaire ($\tau = m/\lambda$, $v_\ell = g\tau$) : les projections se découplent, $v_x = v_0\cos\alpha\, e^{-t/\tau}$, $v_z = -v_\ell + (v_0\sin\alpha + v_\ell)\, e^{-t/\tau}$.

- asymptote verticale en $x_\infty = v_0\tau\cos\alpha$, parcourue à v_ℓ ;
- trajectoire dissymétrique : la descente est plus raide que la montée ;
- pour $t \ll \tau$, un DL redonne le tir sans frottement.

Frottement fluide : vitesse limite R D

- **Linéaire** $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$: $\dfrac{d\vec{v}}{dt} + \dfrac{\vec{v}}{\tau} = \vec{g}$ avec $\tau = \dfrac{m}{\lambda}$, d'où $\vec{v}(t) = \vec{v}_\ell + (\vec{v}_0 - \vec{v}_\ell)\, e^{-t/\tau}$ et

$$\vec{v}_\ell = \tau\,\vec{g} = \frac{m\vec{g}}{\lambda}$$

  Quelle que soit $\vec{v}_0$, la vitesse tend vers $\vec{v}_\ell$ (frottement et poids se compensent) ; régime permanent atteint à $1\,\%$ près au bout de 5τ.

- **Quadratique** $\vec{f} = -\beta v\vec{v}$ (chute verticale) : $m\dot{v} = mg - \beta v^2$, $\quad v_\ell = \sqrt{\dfrac{mg}{\beta}}$, $\quad v(t) = v_\ell \tanh\dfrac{t}{\tau}$ avec $\tau = \dfrac{v_\ell}{g}$ (départ au repos).

☞ Méthode — Adimensionner, puis résoudre numériquement M

Avec $u = v/v_\ell$ et $t^* = t/\tau$: $\dfrac{du}{dt^*} + u = 1$ (linéaire) ou $\dfrac{du}{dt^*} = 1 - u^2$ (quadratique) : une seule courbe universelle, les échelles τ et v_ℓ portent toute la physique. En 2D avec frottement quadratique, v_x et v_z sont couplées par $\|\vec{v}\|$: pas de solution analytique, on utilise la **méthode d'Euler** $\vec{v}_{n+1} = \vec{v}_n + \vec{a}_n\Delta t$, $\vec{r}_{n+1} = \vec{r}_n + \vec{v}_n\Delta t$, avec $\Delta t \ll \tau$ (on vérifie en divisant Δt par deux).

Ordres de grandeur

$g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$; rapport force électrique / force gravitationnelle entre proton et électron $\approx 2\times10^{39}$; frottement : acier/acier $f \approx 0{,}2$, pneu/route sèche $0{,}8$, mouillée $0{,}4$, ski/neige $0{,}05$; vitesse limite d'un

parachutiste : $\approx 50\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ en chute libre, $\approx 5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ parachute ouvert ; C_x : voiture $0{,}3$, parachutiste ≈ 1 ; Archimède dans l'air négligeable ($\rho_{\text{air}}/\rho \sim 10^{-3}$), jamais dans l'eau.

IV Premiers oscillateurs : ressort et pendule simple

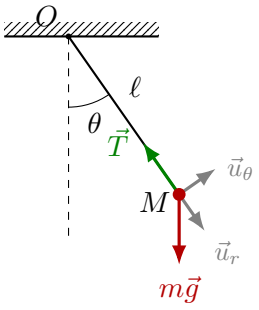
Mise en équation par le PFD R D

- **Pendule élastique horizontal** ($x = \ell - \ell_0$, sans frottement) : $m\ddot{x} = -kx$, soit

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

  Ressort vertical : le poids déplace l'équilibre ($k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0) = mg$) sans changer ω_0.

- **Pendule simple** (polaires, $\vec{a} = -\ell\dot{\theta}^2\vec{u}_r + \ell\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$) : sur $\vec{u}_\theta$, $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0$; sur $\vec{u}_r$, $T = mg\cos\theta + m\ell\dot{\theta}^2$. Petits angles : $\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$ (étude complète en M5).



V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Résoudre un problème de dynamique M

1. Définir le **système** et le **référentiel** ; justifier son caractère galiléen.
2. Choisir un repère et une base de projection adaptés (cartésienne : rectiligne, parabolique ; polaire : circulaire).
3. Faire le **bilan des forces** sur un schéma : forces à distance, puis une force de contact par objet touchant le système (sans oublier les inconnues $\vec{R}$, $\vec{T}$).
4. Écrire le PFD, le **projeter** ; résoudre avec les conditions initiales.
5. Vérifier : homogénéité, cas limites, signes, et conditions de validité ($R_N \geq 0$, $T \geq 0$, $\left\|\vec{R}_T\right\| \leq f\left\|\vec{R}_N\right\|$).

✗ Attention, erreurs fréquentes

- $m\vec{a}$ n'est pas une force : il ne figure jamais dans le bilan. Pas de « force centrifuge » dans un référentiel galiléen.
- Les deux forces réciproques s'appliquent à **deux systèmes différents** : elles ne se compensent jamais dans un même bilan.
- La réaction normale n'est pas toujours égale à mg : elle se déduit du PFD (plan incliné, virage, looping).
- Un fil ne peut que tirer : si le calcul donne $T < 0$, le fil est détendu et le modèle change.
- Le frottement solide a une norme fR_N **seulement en glissement** ; au repos, R_T est une inconnue bornée par $f_s R_N$.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je sais énoncer les trois lois de Newton et discuter le caractère galiléen d'un référentiel.
- ☐ Je sais écrire l'expression vectorielle de chaque force usuelle avec le bon vecteur unitaire.
- ☐ Je sais faire un bilan des forces complet et projeter le PFD dans une base adaptée.
- ☐ Je sais exploiter les lois de Coulomb (glissement ou non, décollement).
- ☐ Je sais établir les équations horaires, la trajectoire, la flèche et la portée d'un tir.
- ☐ Je sais établir la vitesse limite et le temps caractéristique avec frottement linéaire ou quadratique.
- ☐ Je sais adimensionner une équation et écrire un schéma d'Euler.