LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

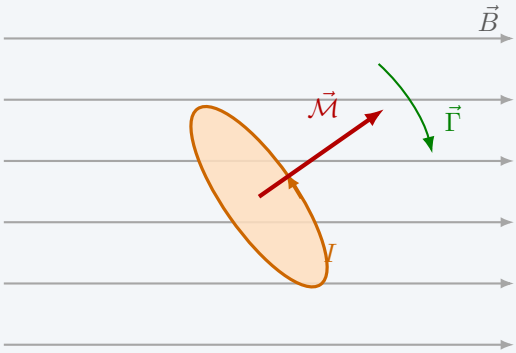
FICHE RÉSUMÉ

EM4

ÉLECTROMAGNÉTISME

Dipôle magnétique

Moment magnétique — Champ à grande distance — Couple et énergie dans un champ extérieur — Boussole — Moteur synchrone



> *Ce qu'il y a d'éternellement incompréhensible dans le monde, c'est qu'il soit compréhensible.*
>
> — Albert Einstein, « Physique et réalité » (1936)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Dipôle magnétique dans un champ »

EM4 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Une petite boucle de courant (ou un aimant) est un **dipôle magnétique**, caractérisé par son **moment magnétique** $\vec{\mathcal{M}} = IS\vec{n}$. À grande distance, son champ a exactement la forme de celui du dipôle électrostatique, en remplaçant $\vec{p}$ par $\vec{\mathcal{M}}$ et $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ par $\frac{\mu_0}{4\pi}$; seules les cartes **près des sources** diffèrent (lignes de $\vec{B}$ fermées). Dans un champ extérieur, le dipôle rigide a l'énergie $E_p = -\vec{\mathcal{M}}\cdot\vec{B}$: il s'aligne sur $\vec{B}$ (couple, boussole) et il est attiré vers les zones de champ fort (force).

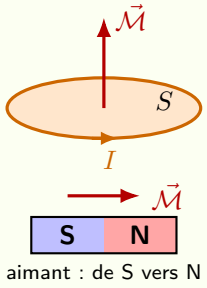
I Moment magnétique

Définition — Moment magnétique R

Boucle plane de surface S parcourue par I ; normale $\vec{n}$ orientée par le sens du courant (main droite : doigts selon I, pouce selon $\vec{n}$) :

$$\vec{\mathcal{M}} = I\,S\,\vec{n} \qquad (\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2)$$

Spire circulaire : $\mathcal{M} = I\pi R^2$; bobine plate de N spires : $\mathcal{M} = NI\pi R^2$.



aimant : de S vers N

Boucle quelconque, aimant R

- Circuit fermé quelconque : $\vec{\mathcal{M}} = I\iint_S \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{2}\oint \overrightarrow{OP}\wedge I\,\mathrm{d}\overrightarrow{OP}$; distribution volumique : $\vec{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\iiint \overrightarrow{OP}\wedge\vec{j}(P)\,\mathrm{d}\tau$.
- Un **aimant** se comporte, à grande distance, comme une spire équivalente : $\vec{\mathcal{M}}$ va du pôle **sud** au pôle **nord** ; son **aimantation** (moment par unité de volume, $\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}$) provient des moments atomiques (spin) alignés.

Ordres de grandeur

- Bobine de TP ($N = 100$, $R = 5\,\mathrm{cm}$, $I = 1\,\mathrm{A}$) : $0{,}8\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$.
- Aimant néodyme de $1\,\mathrm{cm}^3$ ($10^6\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}$) : $\sim 1\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$.
- Terre : $8\times10^{22}\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$.
- Atome : magnéton de Bohr $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9{,}27\times10^{-24}\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$.

II Champ créé à grande distance

Champ d'un dipôle magnétique (admis) R

Approximation dipolaire ($r \gg R$), coordonnées sphériques d'axe $\vec{\mathcal{M}}$:

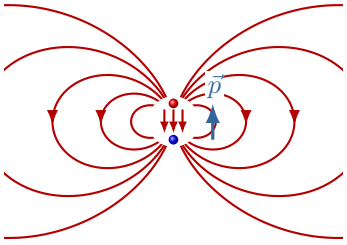
$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathcal{M}\cos\theta}{r^3} \qquad B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathcal{M}\sin\theta}{r^3} \qquad B_\varphi = 0 \qquad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3\left(\vec{\mathcal{M}}\cdot\vec{u}_r\right)\vec{u}_r - \vec{\mathcal{M}}}{r^3}$$

Cohérent avec la spire sur son axe : $B \sim \dfrac{\mu_0 I R^2}{2|z|^3} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{2\mathcal{M}}{|z|^3}$. Symétries : le plan de la spire est plan de **symétrie**, les plans contenant l'axe sont plans d'**antisymétrie** (inverse du doublet électrostatique) ; $\vec{B}$ est dans le plan méridien.

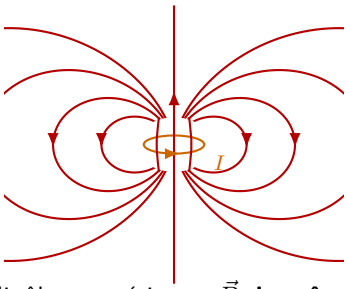
Analogie et différences avec le dipôle électrostatique R

Remplacer $\vec{p} \to \vec{\mathcal{M}}$ et $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \to \frac{\mu_0}{4\pi}$: à grande distance, les deux cartes coïncident (lignes $r = K\sin^2\theta$). Près des sources :

- les lignes de $\vec{E}$ partent de $+q$ et aboutissent à $-q$: entre les charges, $\vec{E}$ est **opposé** à $\vec{p}$;
- les lignes de $\vec{B}$ sont **fermées** et traversent la spire : au centre, $\vec{B}$ est **de même sens** que $\vec{\mathcal{M}}$.



dipôle électrostatique : $\vec{E}$ **opposé** à $\vec{p}$ entre les charges



dipôle magnétique : $\vec{B}$ **de même sens** que $\vec{\mathcal{M}}$ dans la spire

III Actions d'un champ magnétique extérieur

Force de Laplace R

Élément $\mathrm{d}\vec{\ell}$ d'un circuit filiforme parcouru par I, dans un champ **extérieur** $\vec{B}$ (le champ propre du circuit n'intervient pas) :

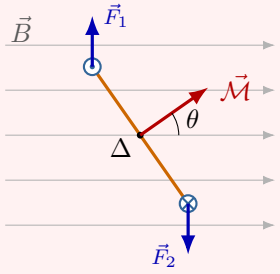
$$\mathrm{d}\vec{F} = I\,\mathrm{d}\vec{\ell}\wedge\vec{B} \qquad \vec{F} = \oint_{\mathcal{C}} I\,\mathrm{d}\vec{\ell}\wedge\vec{B} \qquad \vec{\Gamma}_O = \oint_{\mathcal{C}} \overrightarrow{OP}\wedge\mathrm{d}\vec{F}$$

Résultante des forces de Lorentz sur les porteurs, transmise au conducteur. Circuit fermé dans $\vec{B}$ **uniforme** : $\vec{F} = I\left(\oint \mathrm{d}\vec{\ell}\right)\wedge\vec{B} = \vec{0}$.

Dipôle rigide dans un champ uniforme : couple et énergie R D

Spire rectangulaire ($a \times b$, côtés b parallèles à l'axe Δ) dans $\vec{B} \perp \Delta$, $\theta = (\vec{B}, \vec{n})$: les forces sur les côtés b ($\pm IbB$) forment un couple de bras de levier $a \sin\theta$, $\Gamma_\Delta = -IabB\sin\theta$. Généralisation à toute boucle et à tout aimant :

$$\vec{F} = \vec{0} \qquad \vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} \qquad E_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}$$



vue de dessus

Pour un circuit indéformable parcouru par I constant : $E_p = -I\,\Phi$ (Φ : flux de $\vec{B}$ à travers le circuit). Le couple tend à **aligner** $\vec{\mathcal{M}}$ sur $\vec{B}$: équilibre **stable** pour $\theta = 0$ (E_p minimale), **instable** pour $\theta = \pi$; barrière de hauteur $2\mathcal{M}B$.

Champ non uniforme : une force (expression fournie) R

À orientation fixée de $\vec{\mathcal{M}}$:

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, E_p = \overrightarrow{\text{grad}}\left(\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}\right)$$

Un dipôle aligné sur le champ est attiré vers les **zones de champ intense** : fer attiré par les pôles d'un aimant, deux aimants alignés dans le même sens (pôles opposés en regard) s'attirent. **Stern et Gerlach** (1922) : un jet d'atomes d'argent dans un champ très inhomogène donne deux taches, la projection du moment est quantifiée ($\pm\mu_B$).

★ À retenir

	Dipôle électrostatique	Dipôle magnétique
Modèle ; moment	doublet $\pm q$; $\vec{p} = q\overrightarrow{NP}$	spire ; $\vec{\mathcal{M}} = IS\vec{n}$
Potentiel lointain	$V = \dfrac{\vec{p}\cdot\vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$	(MP) $\vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\vec{\mathcal{M}}\wedge\vec{u}_r}{r^2}$
Champ lointain	$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3(\vec{p}\cdot\vec{u}_r)\vec{u}_r - \vec{p}}{r^3}$	$\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3(\vec{\mathcal{M}}\cdot\vec{u}_r)\vec{u}_r - \vec{\mathcal{M}}}{r^3}$
Plan médiateur ; plans de l'axe	antisym. ; sym.	sym. ; antisym.
Couple (champ uniforme)	$\vec{\Gamma} = \vec{p}\wedge\vec{E}$	$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}}\wedge\vec{B}$
Force (champ non uniforme)	$\overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p}\cdot\vec{E})$	$\overrightarrow{\text{grad}}(\vec{\mathcal{M}}\cdot\vec{B})$
Énergie potentielle	$E_p = -\vec{p}\cdot\vec{E}$	$E_p = -\vec{\mathcal{M}}\cdot\vec{B}$

IV Applications ; moment magnétique et moment cinétique

- **Boussole** : l'aiguille s'oriente selon la composante horizontale $\vec{B}_h$ du champ terrestre. Le moment de la Terre est dirigé vers le **sud** géographique (le nord géographique est un pôle sud magnétique). À la latitude λ : $B_h = B_0\cos\lambda$, $B_v = 2B_0\sin\lambda$, inclinaison $\tan I = 2\tan\lambda$, avec $B_0 = \frac{\mu_0\mathcal{M}}{4\pi R_T^3} \approx 3\times10^{-5}\,\mathrm{T}$; axe incliné d'environ $10°$ sur l'axe de rotation.
- **Oscillations** d'un aimant (moment d'inertie J, axe $\perp \vec{B}$) : $J\ddot{\theta} = -\mathcal{M}B\sin\theta$, intégrale première $\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - \mathcal{M}B\cos\theta = \text{cte}$; petites oscillations $\omega_0 = \sqrt{\mathcal{M}B/J}$ (mesure de B_h) ; mouvement révolutif si $\dot{\theta}_0 > 2\sqrt{\mathcal{M}B/J}$ depuis $\theta = 0$.
- **Moteur synchrone** : deux bobines orthogonales alimentées en $I_0\cos\omega t$ et $I_0\sin\omega t$ créent un **champ tournant** B_0 ; un rotor aimanté ne fournit un couple moyen que s'il tourne à ω ; couple $\mathcal{M}B_0\sin\varphi$ (φ : retard sur $\vec{B}$), décrochage si $\Gamma_r > \mathcal{M}B_0$.

Rapport gyromagnétique orbital R D

Modèle de Bohr : l'électron $(-e,\, m_e)$ sur un cercle de rayon r à la vitesse v équivaut à une spire de courant $\frac{ev}{2\pi r}$ (sens opposé au mouvement) : $\mathcal{M} = \frac{evr}{2}$, et $L = m_e v r$:

$$\vec{\mathcal{M}} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}_O \quad \xrightarrow{L=n\hbar} \quad \mathcal{M} = n\,\mu_B, \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Plus généralement, charge et masse de même répartition en rotation : $\vec{\mathcal{M}} = \frac{q}{2m}\vec{L}$.

V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Étudier un aimant ou une boucle dans un champ M

1. Calculer $\vec{\mathcal{M}}$ (orientation de $\vec{n}$ par le sens du courant) ; pour une distribution en rotation, découper en spires élémentaires $\mathrm{d}I = \frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q$, $\mathrm{d}\mathcal{M} = \pi r^2\mathrm{d}I$.
2. Champ uniforme : $E_p(\theta) = -\mathcal{M}B\cos\theta$, équilibres et stabilité ; théorème du moment cinétique ou énergie pour le mouvement.
3. Champ non uniforme : $E_p(x) = -\mathcal{M}B(x)$ pour un dipôle aligné, puis $F_x = -\dfrac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Le sens de $\vec{n}$ (donc de $\vec{\mathcal{M}}$) est fixé par celui du courant : main droite, pas de choix arbitraire.
- Formules du champ dipolaire valables seulement pour $r \gg$ taille de la boucle ; au centre d'une spire, utiliser $\frac{\mu_0 I}{2R}$.
- $\vec{F} = \vec{0}$ dans un champ uniforme : une boussole tourne mais n'est pas attirée vers le nord.
- L'électron a une charge négative : $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{L}$ sont **opposés**.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je sais calculer le moment magnétique d'une spire, d'une bobine, d'une distribution en rotation, et j'en connais les ordres de grandeur.
- ☐ Je sais écrire le champ dipolaire magnétique par analogie avec le dipôle électrostatique et comparer

les cartes.

- ☐ Je sais établir le couple sur une spire rectangulaire et utiliser $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$, $E_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}$.
- ☐ Je sais discuter l'équilibre et les oscillations d'une boussole ou d'un aimant.
- ☐ Je sais prévoir le sens de la force sur un dipôle dans un champ non uniforme.
- ☐ Je sais relier moment magnétique et moment cinétique de l'électron (magnéton de Bohr).