LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

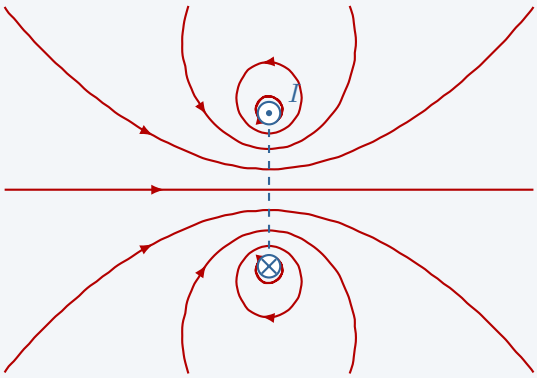
FICHE RÉSUMÉ

EM3

ÉLECTROMAGNÉTISME

Champ magnétostatique

Distributions de courant — Cartes de champ — Symétries — Loi de Biot et Savart — Conservation du flux — Théorème d'Ampère



> *Vu de loin dans l'histoire de l'humanité, l'événement le plus marquant du XIX^{e} siècle sera sans aucun doute la découverte par Maxwell des lois de l'électrodynamique.*
>
> — Richard Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. II (1964)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Champs magnétostatiques »

EM3 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Les **courants** (charges en mouvement d'ensemble, décrits par $\vec{j}$) créent un **champ magnétique** $\vec{B}$, calculable par superposition grâce à la loi de **Biot et Savart**. $\vec{B}$ est un **pseudo-vecteur** : il est perpendiculaire aux plans de symétrie des courants, à l'inverse de $\vec{E}$. Son flux à travers toute surface fermée est nul (lignes de champ fermées) et sa circulation sur un contour fermé vaut $\mu_0 I_{\text{enl}}$ (**théorème d'Ampère**), outil de calcul rapide pour les distributions très symétriques.

I Distributions de courant

Définition — Vecteur densité de courant R D

Porteurs de charge q, densité particulaire n^*, vitesse d'ensemble $\vec{v}$: $\vec{j} = n^* q\,\vec{v} = \rho_m \vec{v}$ ($\mathrm{A\cdot m^{-2}}$). L'intensité est le **flux** de $\vec{j}$:

$$I = \iint_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

(pendant $\mathrm{d}t$, la charge qui traverse $\mathrm{d}\vec{S}$ occupe le cylindre de volume $\vec{v}\,\mathrm{d}t\cdot \mathrm{d}\vec{S}$).

Définition — Modèles surfacique et filiforme ; régime permanent R

- Nappe d'épaisseur négligeable : densité surfacique $\vec{j}_s$ ($\mathrm{A\cdot m^{-1}}$), $\mathrm{d}I = j_s\,\mathrm{d}\ell$ à travers un segment perpendiculaire au courant ; surface chargée en mouvement : $\vec{j}_s = \sigma\vec{v}$.
- Fil de section négligeable : intensité I. **Élément de courant** : $\vec{j}\,\mathrm{d}\tau \;\leftrightarrow\; \vec{j}_s\,\mathrm{d}S \;\leftrightarrow\; I\,\mathrm{d}\vec{\ell}$.
- Régime permanent : $\oiint \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$: même intensité à travers toutes les sections d'un tube de courant (loi des nœuds).

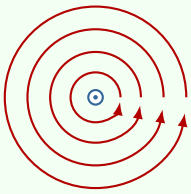
II Champ magnétique : sources, cartes, symétries

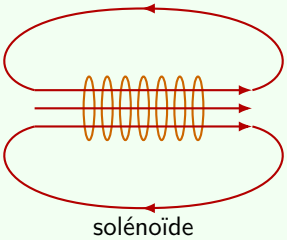
Définition — Champ magnétique R

Une charge q de vitesse $\vec{v}$ subit $\vec{F} = q\,\vec{v}\wedge\vec{B}$ (force de Lorentz, M4). $\vec{B}$ s'exprime en teslas : $1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{kg\cdot A^{-1}\cdot s^{-2}}$ (gauss : $1\,\mathrm{G} = 10^{-4}\,\mathrm{T}$). Sources : courants et matière aimantée. Principe de superposition.

Cartes de champ R

- Les lignes **s'enroulent** autour des courants (**règle de la main droite** : pouce selon I, doigts selon $\vec{B}$).
- Elles sont **fermées** : pas de « charge magnétique ».
- Aimant : lignes sortant par le pôle **nord**, entrant par le pôle sud, refermées dans l'aimant.
- Lignes serrées $\Leftrightarrow$ champ intense ; équation des lignes : $\vec{B}\wedge\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \vec{0}$.


fil (courant sortant)


solénoïde

Symétries : caractère axial de $\vec{B}$ R D

$\vec{B}$ est un **pseudo-vecteur** (défini par un produit vectoriel). Soit M' le symétrique de M :

- Π_S **plan de symétrie** des courants $\left(\vec{j}(P') = \mathrm{sym}(\vec{j}(P))\right)$: $\vec{B}(M') = -\mathrm{sym}_{\Pi_S}\left(\vec{B}(M)\right)$; si $M \in \Pi_S$, $\vec{B}(M)$ est **perpendiculaire** à Π_S ;
- Π_A **plan d'antisymétrie** $\left(\vec{j}(P') = -\mathrm{sym}(\vec{j}(P))\right)$: $\vec{B}(M') = \mathrm{sym}_{\Pi_A}\left(\vec{B}(M)\right)$; si $M \in \Pi_A$, $\vec{B}(M)$ est **contenu** dans Π_A.

C'est l'inverse de $\vec{E}$ (vecteur polaire). Les invariances se traitent comme en électrostatique.

☞ Méthode — Analyse des symétries en magnétostatique M

- Un plan qui **contient** les courants en ses points est de symétrie ; un plan **perpendiculaire** aux courants est (localement) d'antisymétrie.
- **Un seul** plan de symétrie passant par M fixe la direction de $\vec{B}(M)$; il faut **deux** plans d'antisymétrie.
- Fil, cylindre (courant axial) : $\vec{B} = B(r)\,\vec{u}_\theta$; solénoïde : $\vec{B} = B(r)\,\vec{u}_z$; spire, sur l'axe : $\vec{B} = B(z)\,\vec{u}_z$; tore : $\vec{B} = B(r,z)\,\vec{u}_\theta$.

III Loi de Biot et Savart et champs sur l'axe

Loi de Biot et Savart (circuit filiforme fermé) R

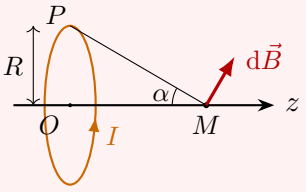
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{P\in\mathcal{C}} \frac{I\,\mathrm{d}\vec{\ell}\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad \mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$$

Segment de courant vu de M (distance r) sous les angles $\alpha_1 < \alpha_2$: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\vec{u}_\theta$; fil infini : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$.

Spire circulaire et solénoïde : champ sur l'axe R D

Spire (rayon R, α : demi-angle sous lequel on voit la spire depuis M). Seule la composante axiale de $\mathrm{d}\vec{B}$ subsiste (facteur $\sin\alpha$) :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{u}_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\,\vec{u}_z$$



Au centre : $B(O) = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$; loin : $B \sim \dfrac{\mu_0 I R^2}{2|z|^3}$.

Solénoïde ($n = N/L$ spires par mètre ; α_1, α_2 : demi-angles sous lesquels on voit les faces depuis M) :

on somme les spires $n\,\mathrm{d}z$ avec $\mathrm{d}z = \dfrac{R\,\mathrm{d}\alpha}{\sin^2\alpha}$:

$$B(M) = \frac{\mu_0 n I}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) \xrightarrow{L \gg R} B = \mu_0 n I \text{ au centre, } \frac{\mu_0 n I}{2} \text{ sur une face}$$

IV Flux et circulation : théorème d'Ampère

Conservation du flux ; théorème d'Ampère (admis) R

$$\oiint_\Sigma \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

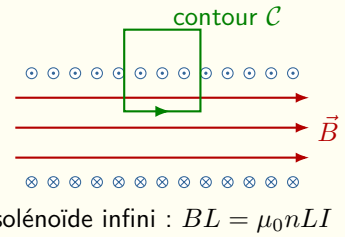
- Le flux est le même à travers toutes les sections d'un tube de champ ; on ne peut pas isoler un pôle d'aimant.
- I_{enl} : somme algébrique des courants traversant une surface s'appuyant sur $\mathcal{C}$, comptés > 0 dans le sens de la normale associée à l'orientation de $\mathcal{C}$ (main droite).

☞ Méthode — Utiliser le théorème d'Ampère M

1. Symétries et invariances : direction de $\vec{B}$ et variables.
2. **Contour d'Ampère** passant par M, formé de portions où $\vec{B}$ est tangent et de norme constante, ou perpendiculaire : **cercle** d'axe la distribution (champ orthoradial), **rectangle** sinon (solénoïde, nappe).
3. Orienter le contour, calculer la circulation et I_{enl} (avec son signe), conclure.

★ À retenir

Distribution	Champ (Ampère)
Fil infini	$\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$
Cylindre de rayon a, j uniforme	$\dfrac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$ $(r \le a)$; $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $(r \ge a)$
Solénoïde infini	$\vec{B} = \mu_0 n I\,\vec{u}_z$ dedans ; $\vec{0}$ dehors
Nappe $\vec{j}_s = j_s\vec{u}_x$ $(z=0)$	$\vec{B} = \mp\dfrac{\mu_0 j_s}{2}\vec{u}_y$ pour $z \gtrless 0$
Tore (N spires)	$\dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$ dedans ; $\vec{0}$ dehors



solénoïde infini : $BL = \mu_0 n L I$

Remarque

Relation de passage (culture) : à la traversée d'une nappe $\vec{j}_s$ (normale $\vec{n}_{1\to2}$), la composante normale de $\vec{B}$ est continue et $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0\,\vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1\to2}$; à vérifier sur la nappe plane et sur le solénoïde ($j_s = nI$). Le champ d'une distribution volumique (fil épais) est continu.

Ordres de grandeur

Terre : $\approx 50\,\mu\mathrm{T}$; aimant de réfrigérateur : quelques mT ; aimant néodyme, entrefer de machine : $0{,}1$ à $1{,}5\,\mathrm{T}$; IRM : $1{,}5$ à $3\,\mathrm{T}$; bobines supraconductrices : 20 à $45\,\mathrm{T}$; étoile à neutrons : $10^8\,\mathrm{T}$. Fil de cuivre ($1\,\mathrm{mm}^2$, $1\,\mathrm{A}$) : $j = 10^6\,\mathrm{A\cdot m^{-2}}$, $v = \frac{j}{n^* e} \approx 0{,}07\,\mathrm{mm\cdot s^{-1}}$. Solénoïde ordinaire : $nI \sim 10^4\,\mathrm{A\cdot m^{-1}}$, $B \sim 10^{-2}\,\mathrm{T}$. Fil, $I = 1\,\mathrm{A}$, $r = 1\,\mathrm{cm}$: $B = 20\,\mu\mathrm{T}$.

★ À retenir

	$\vec{E}$ (électrostatique)	$\vec{B}$ (magnétostatique)
Nature	vecteur polaire	vecteur axial (pseudo-vecteur)
Plan de symétrie des sources	$\vec{E}$ contenu dans le plan	$\vec{B}$ perpendiculaire au plan
Plan d'antisymétrie	$\vec{E}$ perpendiculaire au plan	$\vec{B}$ contenu dans le plan
Lignes de champ	partent des $+$, aboutissent aux $-$	fermées, enlacent les courants
Flux	$\oiint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = Q_{\text{int}}/\varepsilon_0$	$\oiint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$
Circulation	$\oint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = 0$	$\oint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$
Constante	$\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$	$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$

V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Choisir entre Biot et Savart et Ampère M

- **Ampère** dès que la symétrie impose $\vec{B}$ et un contour sur lequel B est constant : fil (épais ou non), câble coaxial, solénoïde **infini**, nappe, tore.
- **Biot et Savart** pour un point de l'axe d'une spire, d'un solénoïde fini, ou un circuit polygonal (somme de segments) ; ne projeter $\mathrm{d}\vec{B}$ que sur la direction imposée par les symétries.
- **Superposition** : fil creux, conducteur avec cavité, bobines de Helmholtz (deux spires distantes de R : champ quasi uniforme au centre).

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Symétries : ne pas transposer les règles de $\vec{E}$! Pour $\vec{B}$, un plan de symétrie impose $\vec{B} \perp \Pi$.
- Le théorème d'Ampère est vrai pour tout contour mais n'est **utile** que si B sort de l'intégrale ; il ne donne pas le champ d'une spire ou d'un solénoïde fini.
- Signe de I_{enl} : lié à l'orientation du contour (main droite) ; compter N fois un fil qui traverse N fois la surface.
- $\mu_0 nI$ est le champ d'un solénoïde **infini** (ou loin des bords) ; sur une face d'un solénoïde long, $B \approx \frac{\mu_0 nI}{2}$.
- Distinguer n (spires par mètre) et N (nombre total de spires).

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je sais exprimer une intensité comme flux de $\vec{j}$ et passer d'un modèle volumique à surfacique ou filiforme.
- ☐ Je sais tracer et lire une carte de champ magnétique (fil, spire, solénoïde, aimant).

- ☐ Je sais exploiter les symétries et invariances pour réduire $\vec{B}(M)$, sans confondre avec $\vec{E}$.
- ☐ Je sais établir le champ sur l'axe d'une spire par Biot et Savart et en déduire celui d'un solénoïde.
- ☐ Je sais choisir un contour et appliquer le théorème d'Ampère (fil, solénoïde infini, nappe, tore).
- ☐ Je connais les ordres de grandeur de champs magnétiques usuels.

Remarque

Pour aller plus loin (MP). Formes locales $\operatorname{div}\vec{B} = 0$ (Maxwell–flux) et $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\vec{j}$ (Maxwell–Ampère en régime permanent) ; elles redonnent la conservation du flux et le théorème d'Ampère.