LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

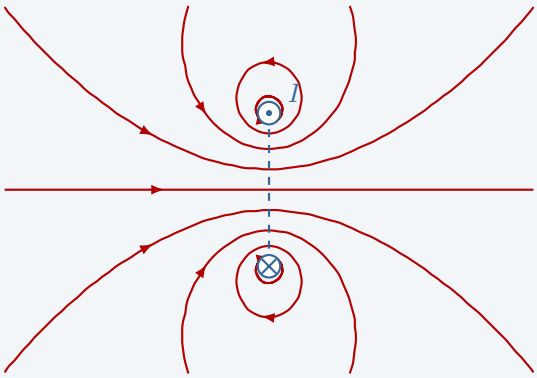
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

EM3

ÉLECTROMAGNÉTISME

Champ magnétostatique

Distributions de courant — Cartes de champ — Symétries — Loi de Biot et Savart — Conservation du flux — Théorème d'Ampère



« *Vu de loin dans l'histoire de l'humanité, l'événement le plus marquant du XIX^e siècle sera sans aucun doute la découverte par Maxwell des lois de l'électrodynamique.*

— Richard Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. II (1964)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Champs magnétostatiques »

EM3 — Champ magnétostatique

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Décrire une distribution de courant $(\vec{j},\ \vec{j}_s,\ I)$ et relier l'intensité au flux de $\vec{j}$.
- Lire et tracer une carte de champ magnétique ; connaître les ordres de grandeur.
- Exploiter le caractère axial de $\vec{B}$: plans de symétrie et d'antisymétrie, invariances.
- Calculer un champ par la loi de Biot et Savart : fil, spire et solénoïde sur l'axe.
- Utiliser la conservation du flux et le théorème d'Ampère : fil, solénoïde, nappe, tore.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Champs magnétostatiques » trace les lignes de champ d'un fil, d'une spire et d'un solénoïde et permet de visualiser le confinement du champ.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

I Distributions de courant . . . 3
I.1 Vecteur densité de courant . . . 3
II Le champ magnétique et ses cartes . . . 4
II.1 Définition et ordres de grandeur . . . 4
II.2 Sources du champ et cartes de champ . . . 5
III Symétries et invariances . . . 6
IV Loi de Biot et Savart . . . 7
IV.1 Énoncé . . . 7
IV.2 Segment et fil rectiligne . . . 8
IV.3 Spire circulaire : champ sur l'axe . . . 8
IV.4 Solénoïde : champ sur l'axe . . . 9
V Flux et circulation du champ magnétique . . . 10
V.1 Conservation du flux magnétique . . . 10
V.2 Théorème d'Ampère . . . 10
V.3 Fil rectiligne infini . . . 11
V.4 Solénoïde infini . . . 11
V.5 Nappe de courant et bobine torique . . . 12
VI Synthèse . . . 14
VII Exercices d'approfondissement . . . 14
VIII Classiques des concours . . . 16

I Distributions de courant

I.1 Vecteur densité de courant

Un courant électrique est un déplacement d'ensemble de porteurs de charge. Considérons des porteurs de charge q, en nombre n^* par unité de volume, animés de la vitesse moyenne $\vec{v}$.

Définition — Densité volumique de courant R D

Le **vecteur densité de courant** est $\vec{j} = n^* q\,\vec{v} = \rho_m \vec{v}$ $(\mathrm{A\cdot m^{-2}})$, où $\rho_m = n^* q$ est la densité volumique de charges mobiles. L'intensité traversant une surface orientée S est le **flux** de $\vec{j}$:

$$I = \iint_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

Démonstration. Pendant $\mathrm{d}t$, les porteurs qui traversent l'élément $\mathrm{d}\vec{S}$ sont ceux contenus dans le cylindre oblique de base $\mathrm{d}S$ et de génératrice $\vec{v}\,\mathrm{d}t$, de volume $\vec{v}\,\mathrm{d}t\cdot\mathrm{d}\vec{S}$. La charge correspondante est $\mathrm{d}q = n^* q\,\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{S}\,\mathrm{d}t$, d'où $\mathrm{d}I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$.

Définition — Modèles surfacique et filiforme R

- Lorsque le courant circule dans une couche d'épaisseur négligeable, on définit la **densité surfacique de courant** $\vec{j}_s$ $(\mathrm{A\cdot m^{-1}})$: l'intensité traversant un segment de longueur $\mathrm{d}\ell$ tracé sur la nappe, perpendiculaire au courant, vaut $\mathrm{d}I = j_s\,\mathrm{d}\ell$. Pour une surface chargée σ en mouvement, $\vec{j}_s = \sigma\vec{v}$.
- Pour un fil de section négligeable, on ne retient que l'intensité I.

L'**élément de courant** s'écrit, selon le modèle, $\vec{j}\,\mathrm{d}\tau$, $\vec{j}_s\,\mathrm{d}S$ ou $I\,\mathrm{d}\vec{\ell}$.

Conservation de la charge en régime permanent R

En régime permanent, aucune charge ne s'accumule : le flux de $\vec{j}$ à travers toute surface fermée est nul, $\oiint \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$. L'intensité est la même à travers toutes les sections d'un tube de courant ; c'est l'origine de la **loi des nœuds** (chapitre E1).

Ordres de grandeur

Fil de cuivre de section $1\,\mathrm{mm^2}$ parcouru par $1\,\mathrm{A}$: $j = 10^6\,\mathrm{A\cdot m^{-2}}$. Avec $n^* = 8{,}5\times10^{28}\,\mathrm{m^{-3}}$ électrons libres, la vitesse d'ensemble vaut $v = \frac{j}{n^* e} \approx 0{,}07\,\mathrm{mm\cdot s^{-1}}$: les électrons avancent très lentement, alors que le signal électrique se propage presque à la vitesse de la lumière.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 — **Courants associés à des charges en rotation** ✦✦✧✧✧

Q-1) Un conducteur cylindrique creux, de rayons $R_i < R_e$, est parcouru par un courant de densité uniforme $\vec{j} = j\vec{u}_z$. Exprimer l'intensité I.

Q-2) Un disque isolant de rayon R, de densité surfacique uniforme σ, tourne à la vitesse angulaire ω autour de son axe. Exprimer $\vec{j}_s$ puis l'intensité totale traversant un rayon du disque.

Q-3) Application : $\sigma = 10^{-5}\,\mathrm{C\cdot m^{-2}}$, $R = 10\,\mathrm{cm}$, 50 tours par seconde.

Correction

Q-1) $I = \iint j\, r\, \mathrm{d}r\, \mathrm{d}\theta = j\pi(R_e^2 - R_i^2)$.

Q-2) Un point à la distance r de l'axe a la vitesse $r\omega\vec{u}_\theta$: $\vec{j}_s = \sigma r\omega\, \vec{u}_\theta$. À travers un rayon, $I = \int_0^R \sigma\omega r\, \mathrm{d}r = \frac{\sigma\omega R^2}{2}$.

Q-3) $\omega = 314\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et $I = 16\,\mu\mathrm{A}$: un très faible courant, d'où la difficulté de l'expérience de Rowland (exercice d'approfondissement).

II Le champ magnétique et ses cartes

II.1 Définition et ordres de grandeur

Définition — Champ magnétique R

Une particule de charge q et de vitesse $\vec{v}$ subit, dans un champ magnétique $\vec{B}$, la **force de Lorentz magnétique** $\vec{F} = q\,\vec{v}\wedge\vec{B}$ (chapitre M4). Le champ $\vec{B}$ s'exprime en **teslas** (T) ; l'analyse dimensionnelle de $F = qvB$ donne $1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{A}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-2}$. On rencontre aussi le gauss : $1\,\mathrm{G} = 10^{-4}\,\mathrm{T}$.

Ordres de grandeur

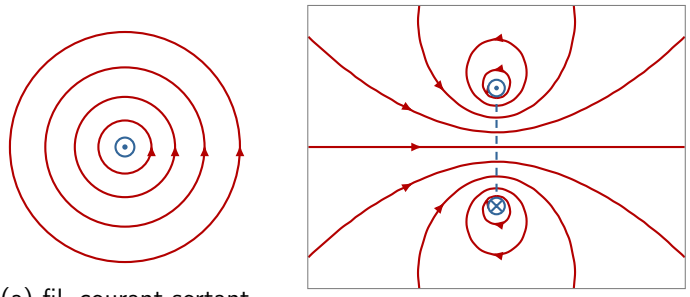
Champ magnétique terrestre (en France ou au Maroc)	$\approx 50\,\mu\mathrm{T}$
Aimant de réfrigérateur	quelques mT
Aimant permanent au néodyme, entrefer d'une machine électrique	$0{,}1\,\mathrm{T}$ à $1{,}5\,\mathrm{T}$
Imagerie par résonance magnétique (IRM)	$1{,}5\,\mathrm{T}$ à $3\,\mathrm{T}$
Bobines supraconductrices de laboratoire ; champs pulsés	$20\,\mathrm{T}$ à $45\,\mathrm{T}$; plus de $100\,\mathrm{T}$
Surface d'une étoile à neutrons	$10^8\,\mathrm{T}$

II.2 Sources du champ et cartes de champ

Le champ magnétique est créé par des **courants** et par la **matière aimantée** (aimants, dont les propriétés proviennent de courants microscopiques et du spin des électrons). Comme pour $\vec{E}$, il obéit au **principe de superposition**.

Propriétés des cartes de champ magnétique R

- Les lignes de champ s'enroulent autour des courants, dans le sens donné par la **règle de la main droite** : le pouce dans le sens du courant, les doigts indiquent le sens de $\vec{B}$.
- Les lignes de champ sont **fermées** (ou partent à l'infini) : il n'existe pas de « charge magnétique » d'où elles divergeraient.
- À l'extérieur d'un aimant, les lignes vont du pôle **nord** au pôle **sud** (« le champ sort par le nord ») et se referment à l'intérieur de l'aimant.
- Le champ est intense là où les lignes sont serrées.



(a) fil, courant sortant (b) spire, dans un plan contenant son axe

Fig. 1 : Cartes de champ d'un fil rectiligne et d'une spire circulaire ($\odot$: courant sortant, $\otimes$: courant entrant).

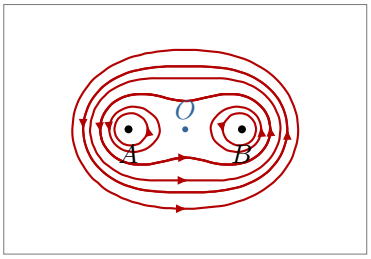
Remarque

Un champ **uniforme** (lignes parallèles et équidistantes) n'existe que dans une région limitée : à l'intérieur d'un long solénoïde, entre deux bobines de Helmholtz, dans l'entrefer d'un aimant en U. Il ne peut pas être uniforme partout, puisque ses lignes doivent se refermer.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 2 **Lecture d'une carte de champ** ✦✧✧✧✧

La carte ci-dessous représente les lignes de champ créées par deux fils rectilignes parallèles, perpendiculaires au plan de la figure, aux points A et B.



Q-1) Les courants dans les deux fils sont-ils de même sens ? Sortent-ils ou entrent-ils dans le plan de la figure ?

Q-2) Où le champ est-il le plus intense ? Que vaut-il au milieu O ?

Q-3) Comment la carte se présente-t-elle très loin des fils ?

Correction

Q-1) Les lignes tournent dans le même sens autour des deux fils : courants de même sens. Elles tournent dans le sens trigonométrique, donc les courants **sortent** du plan (règle de la main droite).

Q-2) Le champ est intense au voisinage immédiat des fils, où les lignes sont serrées. En O, les deux champs sont opposés : $\vec{B}(O) = \vec{0}$ (point où les lignes semblent se croiser, en forme de « X »).

Q-3) Loin des fils, les lignes deviennent des cercles centrés sur O : on voit un fil unique parcouru par le courant total $2I$.

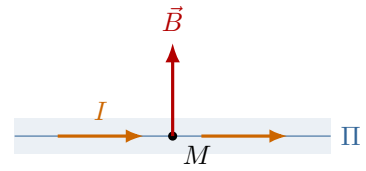
III Symétries et invariances

Caractère axial du champ magnétique R

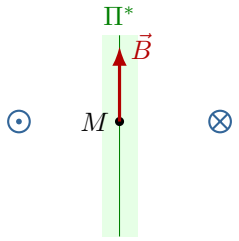
$\vec{B}$ est un **pseudo-vecteur** (vecteur axial) : sa définition fait intervenir un produit vectoriel, dont le sens dépend de l'orientation de l'espace. Par conséquent, en un point M :

- d'un **plan de symétrie** Π de la distribution de courants, $\vec{B}(M)$ est **perpendiculaire** à Π ;
- d'un **plan d'antisymétrie** Π^*, $\vec{B}(M)$ est **contenu** dans Π^*.

C'est l'inverse des propriétés de $\vec{E}$ (vecteur polaire). Les invariances se traitent comme en électrostatique.



courant contenu dans le plan : symétrie, $\vec{B} \perp \Pi$



courants opposés de part et d'autre : antisymétrie, $\vec{B} \in \Pi^*$

Fig. 2 : Comportement de $\vec{B}$ vis-à-vis des plans de symétrie et d'antisymétrie des courants.

☞ Méthode — Analyse des symétries en magnétostatique M

- Astuce : un plan qui **contient** le courant en ses points est un plan de symétrie ; un plan **perpendiculaire** au courant en ses points est (localement) un plan d'antisymétrie.
- Un seul plan de symétrie passant par M suffit à fixer la direction de $\vec{B}(M)$; avec des plans d'antisymétrie, il en faut deux.
- Les invariances (translation, rotation) éliminent des variables ; on néglige les effets de bord pour une distribution très longue.

Distribution	Plan de symétrie ou d'antisymétrie	Champ
Fil infini d'axe Oz	$(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$: symétrie	$B(r)\,\vec{u}_\theta$
Spire, point de l'axe	tout plan contenant l'axe : antisymétrie	$B(z)\,\vec{u}_z$
Solénoïde infini	$(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$: symétrie	$B(r)\,\vec{u}_z$
Nappe $z=0$, $\vec{j}_s = j_s\vec{u}_x$	$(M, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$: symétrie	$B(z)\,\vec{u}_y$
Bobine torique d'axe Oz	$(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$: symétrie	$B(r,z)\,\vec{u}_\theta$

Tab. 1 : Analyse des symétries pour les distributions usuelles.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Ne pas transposer sans réfléchir les règles de l'électrostatique : $\vec{B}$ est **perpendiculaire** aux plans de symétrie.
- Pour le fil infini, $\vec{B}$ est **orthoradial** et non radial : les lignes de champ sont des cercles autour du fil.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 3 Symétries de deux fils parallèles ✦✦✧✧✧

Deux fils infinis parallèles à Oz, en $x=-a$ et $x=+a$, sont parcourus par des courants d'intensité I.

Q-1) Courants de même sens. Quelle est la direction de $\vec{B}$ en un point de l'axe Ox ? de l'axe Oy ? Que vaut $\vec{B}(O)$?

Q-2) Mêmes questions pour des courants de sens opposés.

Correction

Q-1) Le plan (xOz) contient les fils : plan de symétrie, donc sur Ox, $\vec{B} \parallel \vec{u}_y$. Le plan (yOz) échange les fils, de même courant : plan de symétrie, donc sur Oy, $\vec{B} \parallel \vec{u}_x$. En O, $\vec{B}$ est perpendiculaire à deux plans orthogonaux : $\vec{B}(O) = \vec{0}$.

Q-2) (xOz) reste plan de symétrie : sur Ox, $\vec{B} \parallel \vec{u}_y$. (yOz) devient plan d'antisymétrie : sur Oy, $\vec{B}$ est contenu dans ce plan et, comme le plan $z=$ cte passant par M est aussi d'antisymétrie, $\vec{B} \parallel \vec{u}_y$. En O, $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{\pi a}\vec{u}_y$ en norme (les deux contributions s'ajoutent).

IV Loi de Biot et Savart

IV.1 Énoncé

Loi de Biot et Savart R

Un circuit filiforme fermé $\mathcal{C}$, parcouru par le courant permanent I, crée en M le champ

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{P\in\mathcal{C}} \frac{I\,\mathrm{d}\vec{\ell}\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad \mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$$

Pour une distribution volumique ou surfacique, on remplace $I\,\mathrm{d}\vec{\ell}$ par $\vec{j}\,\mathrm{d}\tau$ ou $\vec{j}_s\,\mathrm{d}S$.

Remarque

Le produit vectoriel explique le caractère axial de $\vec{B}$ et la règle de la main droite. On peut décomposer un circuit en portions (segments, arcs) et additionner leurs contributions, à condition que le circuit total soit fermé.

IV.2 Segment et fil rectiligne

Champ d'un segment de courant R D

Un segment porté par Oz, parcouru par I dans le sens de $\vec{u}_z$, crée en un point M situé à la distance r de son support un champ orthoradial

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right)\vec{u}_\theta$$

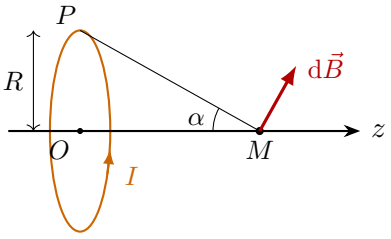
où $\alpha_1 < \alpha_2$ sont les angles sous lesquels on voit les extrémités depuis M, comptés à partir de la perpendiculaire au fil (même géométrie que le fil chargé du chapitre EM1). Pour un fil infini :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\vec{u}_\theta$$

Démonstration. Le plan contenant le fil et M est un plan de symétrie : $\vec{B} = B\vec{u}_\theta$. Avec $\overrightarrow{PM} = r\vec{u}_r - z\vec{u}_z$, $\mathrm{d}\vec{\ell}\wedge\overrightarrow{PM} = \mathrm{d}z\,\vec{u}_z\wedge r\vec{u}_r = r\,\mathrm{d}z\,\vec{u}_\theta$. En posant $z = r\tan\alpha$: $\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{r\,\mathrm{d}z}{(r^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\cos\alpha\,\mathrm{d}\alpha$, qu'on intègre de α_1 à α_2.

IV.3 Spire circulaire : champ sur l'axe

Une spire de centre O, de rayon R, d'axe Oz, est parcourue par I (sens trigonométrique autour de $\vec{u}_z$). On note α le demi-angle sous lequel la spire est vue depuis le point M de l'axe.



Champ sur l'axe d'une spire R D

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{u}_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\,\vec{u}_z$$

Au centre : $B(O) = \frac{\mu_0 I}{2R}$. Pour N spires jointives (bobine plate), le champ est multiplié par N.

Démonstration. Tout plan contenant l'axe est un plan d'antisymétrie : sur l'axe, $\vec{B} = B(z)\vec{u}_z$. Pour un élément $\mathrm{d}\vec{\ell}$ en P, $\mathrm{d}\vec{\ell}\perp\overrightarrow{PM}$ et $PM = \frac{R}{\sin\alpha}$: $\|\mathrm{d}\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}\ell}{4\pi PM^2}$, et sa projection sur l'axe vaut $\|\mathrm{d}\vec{B}\|\sin\alpha$. En sommant sur la spire ($\oint\mathrm{d}\ell = 2\pi R$) : $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2\pi R\sin^2\alpha}{R^2}\sin\alpha$.

Remarque

$B(z)$ est une fonction paire de z, maximale au centre ; pour $|z|\gg R$, $B\approx\frac{\mu_0 I R^2}{2|z|^3}$: décroissance en $\frac{1}{|z|^3}$, caractéristique d'un **dipôle magnétique** (chapitre EM4).

IV.4 Solénoïde : champ sur l'axe

Un solénoïde de longueur L et de rayon R comporte N spires jointives, soit $n = \frac{N}{L}$ spires par unité de longueur, parcourues par I.

Champ sur l'axe d'un solénoïde R D

$$B(M) = \frac{\mu_0 n I}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$$

où α_1 et α_2 sont les demi-angles sous lesquels on voit, depuis M, les faces d'extrémité (angles comptés à partir de $\vec{u}_z$). Solénoïde infini : $\alpha_1 \to 0$, $\alpha_2 \to \pi$ et $B = \mu_0 n I$.

Démonstration. Les $n\,\mathrm{d}z$ spires situées entre z et $z+\mathrm{d}z$ créent en M le champ $\frac{\mu_0 n\,\mathrm{d}z\,I}{2R}\sin^3\alpha$. Avec $z_M - z = \frac{R}{\tan\alpha}$, $\mathrm{d}z = \frac{R\,\mathrm{d}\alpha}{\sin^2\alpha}$, d'où $\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 n I}{2}\sin\alpha\,\mathrm{d}\alpha$, qu'on intègre entre α_1 et α_2.

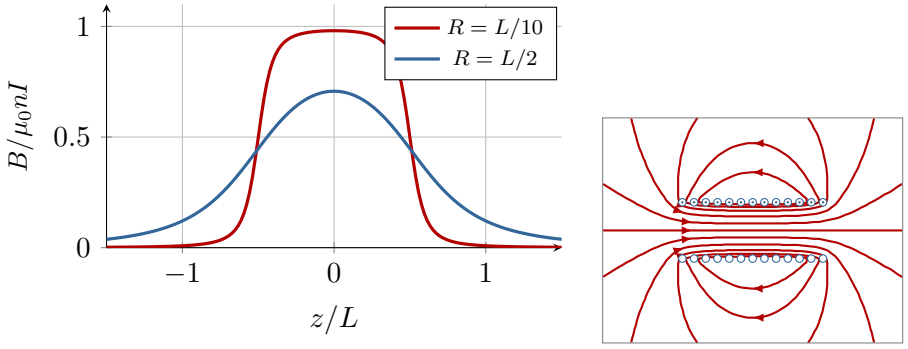


Fig. 3 : À gauche : champ sur l'axe d'un solénoïde de longueur L. À droite : lignes de champ d'un solénoïde court ; le champ est quasi uniforme à l'intérieur et faible à l'extérieur.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 4 Bobines de Helmholtz ✦✦✧✧✧

Deux bobines plates identiques (N spires de rayon R), coaxiales, de centres O_1 et O_2 distants de d, sont parcourues dans le même sens par I. On repère un point de l'axe par sa cote z comptée depuis le milieu O.

Q-1) Exprimer $B(z)$ sur l'axe. Justifier que B est une fonction paire de z.

Q-2) On admet que $\frac{\mathrm{d}^2 B}{\mathrm{d}z^2}(0)$ s'annule pour $d = R$. Que peut-on dire du champ au voisinage de O ? Pourquoi utilise-t-on ce dispositif ?

Q-3) Calculer $B(O)$ pour $N = 100$, $R = 10\,\mathrm{cm}$, $I = 1\,\mathrm{A}$, $d = R$.

Correction

Q-1) Par superposition, $B(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[\frac{1}{\left(R^2+(z-\frac{d}{2})^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(R^2+(z+\frac{d}{2})^2\right)^{3/2}}\right]$, invariante par $z \to -z$ (le plan médiateur est un plan de symétrie du dispositif).

Q-2) Le développement de Taylor de B en 0 ne contient que des puissances paires ; le terme en z^2 étant nul, $B(z) = B(0) + O(z^4)$: le champ est très uniforme au centre, d'où son usage pour créer un champ uniforme accessible (déflexion d'électrons, compensation du champ terrestre). Pour $d > R$, le champ présente un creux au centre ; pour $d < R$, une bosse.

Q-3) $B(O) = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 NI}{R} = 9{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$.

EXERCICE 5 Le fil en épingle à cheveux

★★☆☆☆

Un fil est formé de deux demi-droites parallèles reliées par un demi-cercle de centre O et de rayon R ; il est parcouru par le courant I. Les demi-droites sont tangentes au demi-cercle.

Q-1) Montrer que chaque portion crée en O un champ perpendiculaire au plan du fil.

Q-2) Calculer le champ créé en O par le demi-cercle.

Q-3) Calculer, à l'aide du champ d'un segment, le champ créé en O par une demi-droite. En déduire $\vec{B}(O)$.

Correction

Q-1) $I\,\mathrm{d}\vec{\ell}$ et $\overrightarrow{PO}$ sont dans le plan du fil : leur produit vectoriel lui est perpendiculaire.

Q-2) Sur le demi-cercle, $\mathrm{d}\vec{\ell} \perp \overrightarrow{PO}$ et $PO = R$: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \times \pi R = \frac{\mu_0 I}{4R}$.

Q-3) O est à la distance R de la demi-droite, vue sous les angles 0 (extrémité) et $\frac{\pi}{2}$ (infini) : $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$. Les trois contributions ont le même sens (le courant tourne toujours dans le même sens autour de O) : $B(O) = \frac{\mu_0 I}{4R}\left(1 + \frac{2}{\pi}\right)$.

V Flux et circulation du champ magnétique

V.1 Conservation du flux magnétique

Conservation du flux (admise) R

Le flux de $\vec{B}$ à travers toute surface fermée est nul :

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

Conséquences : le flux est le même à travers toutes les sections d'un **tube de champ** (le champ est intense là où le tube se resserre) ; les lignes de champ ne divergent d'aucun point ; on ne peut pas isoler un pôle d'aimant (en coupant un aimant, on obtient deux aimants complets).

Remarque

Comme en électrostatique, les lignes de champ vérifient $\vec{B} \wedge \mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \vec{0}$. Pour le fil infini, $\vec{B} = B\vec{u}_\theta$ impose $\mathrm{d}r = 0$ et $\mathrm{d}z = 0$: les lignes sont des cercles d'axe le fil.

V.2 Théorème d'Ampère

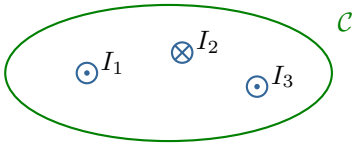
Théorème d'Ampère (admis) R

La circulation de $\vec{B}$ le long d'un contour fermé orienté $\mathcal{C}$ est égale à μ_0 fois l'intensité totale **enlacée**

par $\mathcal{C}$:

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

Les courants traversant une surface qui s'appuie sur $\mathcal{C}$ sont comptés positivement s'ils sont orientés selon la normale associée à $\mathcal{C}$ par la règle de la main droite, négativement sinon.



Contour orienté dans le sens trigonométrique : normale sortant de la feuille. $I_{\text{enl}} = I_1 - I_2 + I_3$; I_4 n'est pas enlacé.

Fig. 4 : Courant enlacé par un contour orienté.

☞ Méthode — Utiliser le théorème d'Ampère M

1. Symétries et invariances : direction de $\vec{B}$ et variables.
2. Choisir un **contour d'Ampère** passant par M, formé de portions où $\vec{B}$ est tangent et de norme constante, ou perpendiculaire : un **cercle** d'axe la distribution si les courants sont axiaux (champ orthoradial), un **rectangle** sinon (solénoïde, nappe).
3. Orienter le contour, calculer la circulation et le courant enlacé (avec son signe) ; conclure.

V.3 Fil rectiligne infini

Fil de section nulle D**.** $\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$; sur le cercle d'axe le fil, de rayon r, orienté selon $\vec{u}_\theta$: $2\pi r B(r) = \mu_0 I$. On retrouve $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$, beaucoup plus rapidement qu'avec Biot et Savart.

Conducteur cylindrique de rayon a D**.** Si le courant est réparti uniformément ($j = \frac{I}{\pi a^2}$), le cercle de rayon $r < a$ enlace $I\frac{r^2}{a^2}$:

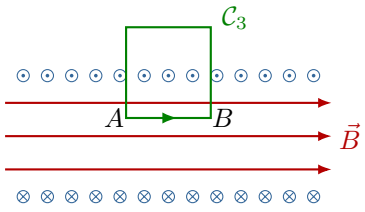
$$B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \ (r \le a) \qquad B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \ (r \ge a)$$

Le champ est continu (distribution volumique), maximal à la surface du conducteur, et nul sur l'axe.

V.4 Solénoïde infini

Démonstration D**.** Le plan perpendiculaire à l'axe passant par M est un plan de symétrie : $\vec{B} = B(r)\vec{u}_z$ (invariances par translation et rotation).

- Un rectangle de côtés parallèles à l'axe, entièrement **intérieur** (ou entièrement extérieur), n'enlace aucun courant : $B(r_1)L - B(r_2)L = 0$. Le champ est uniforme à l'intérieur, et uniforme à l'extérieur, donc nul à l'extérieur puisqu'il tend vers zéro à l'infini.
- Un rectangle $\mathcal{C}_3$ de longueur L, à cheval sur l'enroulement, enlace nLI : $B_{\text{int}}L = \mu_0 nLI$.



$$\vec{B} = \mu_0 n I\, \vec{u}_z \text{ à l'intérieur}, \qquad \vec{B} = \vec{0} \text{ à l'extérieur}$$

Le sens de $\vec{B}$ est donné par la règle de la main droite appliquée au sens de rotation du courant.

V.5 Nappe de courant et bobine torique

Nappe plane infinie. Une nappe $z = 0$ parcourue par $\vec{j}_s = j_s\vec{u}_x$ uniforme crée $\vec{B} = B(z)\vec{u}_y$, avec $B(-z) = -B(z)$ (le plan $z = 0$ est de symétrie). Un rectangle du plan (yOz) à cheval sur la nappe, de largeur L, enlace j_sL :

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 j_s}{2}\vec{u}_y \ (z > 0) \qquad \vec{B} = +\frac{\mu_0 j_s}{2}\vec{u}_y \ (z < 0)$$

Le champ est uniforme de chaque côté et **discontinu** à la traversée de la nappe.

Bobine torique. N spires régulièrement enroulées sur un tore d'axe Oz créent un champ orthoradial. Un cercle d'axe Oz de rayon r enlace NI s'il est à l'intérieur du tore, et un courant total nul sinon :

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \text{ dans le tore,} \qquad B = 0 \text{ à l'extérieur.}$$

Le champ est entièrement confiné dans le tore : c'est l'intérêt de cette géométrie (transformateurs toriques).

Relations de passage (hors programme, à titre de culture) R

À la traversée d'une nappe de courant $\vec{j}_s$, de la région 1 vers la région 2 (normale $\vec{n}_{1\to2}$), la composante normale de $\vec{B}$ est continue (conservation du flux) et

$$\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0\,\vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1\to2}.$$

On le vérifie sur la nappe ($\mu_0 j_s\vec{u}_x \wedge \vec{u}_z = -\mu_0 j_s\vec{u}_y$) et sur le solénoïde infini, assimilable à une nappe cylindrique de densité $j_s = nI$.

★ À retenir

Fil infini	$\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$
Spire, centre ; axe	$\frac{\mu_0 I}{2R}$; $\frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha$
Solénoïde infini	$\mu_0 nI$ dedans, 0 dehors
Nappe plane	$\frac{\mu_0 j_s}{2}$, uniforme de chaque côté
Tore	$\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$ dedans, 0 dehors

	$\vec{E}$ (électrostatique)	$\vec{B}$ (magnétostatique)
Sources	charges fixes	courants (charges en mouvement)
Nature	vecteur polaire	vecteur axial
Plan de symétrie des sources	$\vec{E}$ contenu dans le plan	$\vec{B}$ perpendiculaire
Plan d'antisymétrie	$\vec{E}$ perpendiculaire	$\vec{B}$ contenu dans le plan
Lignes de champ	des charges + vers les charges −	fermées, autour des courants
Flux à travers une surface fermée	$\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$ (Gauss)	0
Circulation sur un contour fermé	0	$\mu_0 I_{\text{enl}}$ (Ampère)

Tab. 2 : Comparaison des champs électrostatique et magnétostatique.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 6 Câble coaxial parcouru par un courant

★★✧✧✧

Un câble coaxial est formé d'un conducteur central plein de rayon R_1, parcouru par I uniformément réparti, et d'une gaine mince de rayon R_2 parcourue par $-I$.

Q-1) Déterminer $B(r)$ dans les trois régions et tracer son allure.

Q-2) Quel est l'intérêt de cette géométrie ?

Correction

Q-1) $\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$ et le cercle de rayon r donne $2\pi r B = \mu_0 I_{\text{enl}}$: $B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$ pour $r < R_1$ (croissance linéaire), $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ pour $R_1 < r < R_2$, $B = 0$ pour $r > R_2$ (courant enlacé nul). La courbe monte linéairement, décroît en $\frac{1}{r}$ puis chute à zéro en R_2 (discontinuité due à la nappe).

Q-2) Le câble ne crée aucun champ à l'extérieur : il ne perturbe pas son environnement et est peu sensible aux champs extérieurs.

EXERCICE 7 Flux à travers un cadre voisin d'un fil

★★✧✧✧

Un cadre carré de côté a est coplanaire avec un fil infini parcouru par I ; ses côtés parallèles au fil sont aux distances D et $D + a$.

Q-1) Montrer que le flux de $\vec{B}$ à travers le cadre vaut $\phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{D+a}{D}$.

Q-2) Donner un équivalent pour $a \ll D$ et l'interpréter. Que vaut ϕ si le cadre est dans un plan perpendiculaire au fil ?

Q-3) Application : $I = 10\,\text{A}$, $a = D = 10\,\text{cm}$.

Correction

Q-1) On découpe le cadre en bandes parallèles au fil, de largeur $\mathrm{d}r$, où B est uniforme : $\mathrm{d}\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a\,\mathrm{d}r$, puis on intègre de D à $D + a$.

Q-2) $\ln\left(1 + \frac{a}{D}\right) \approx \frac{a}{D}$: $\phi \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi D} a^2$, champ quasi uniforme sur le cadre. Dans un plan perpendiculaire au fil, le champ orthoradial est contenu dans le plan du cadre : $\phi = 0$.

Q-3) $\phi = 1{,}4 \times 10^{-7}\,\text{Wb}$.

EXERCICE 8 Champ sous une ligne à haute tension

★★✧✧✧

Une ligne est modélisée par deux fils horizontaux parallèles, à la hauteur $h = 20\,\text{m}$, distants de $2a = 10\,\text{m}$, parcourus à un instant donné par des courants opposés d'intensité $I = 1000\,\text{A}$.

Q-1) Exprimer le champ au sol, à la verticale du milieu des fils.

Q-2) Comparer au champ d'un fil seul, au champ terrestre et à la valeur limite recommandée pour le public, $100\,\mu\text{T}$.

Correction

Q-1) Avec $r^2 = h^2 + a^2$, chaque fil crée $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, perpendiculairement au segment qui le joint au point. Les courants étant opposés, les composantes horizontales se compensent et les composantes verticales s'ajoutent : $B = 2\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{a}{r} = \frac{\mu_0 I a}{\pi(h^2+a^2)}$, vertical.

Q-2) $B = 4{,}7\,\mu\mathrm{T}$, contre $9{,}7\,\mu\mathrm{T}$ pour un fil seul : les courants opposés réduisent le champ, qui décroît en $\frac{1}{r^2}$ loin de la ligne. Il reste inférieur au champ terrestre et vingt fois inférieur à la limite recommandée.

VI Synthèse

★ À retenir

- $\vec{j} = n^* q\vec{v}$, $I = \iint \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$; élément de courant $I\mathrm{d}\vec{\ell}$, $\vec{j}_s\mathrm{d}S$, $\vec{j}\mathrm{d}\tau$.
- Lignes de $\vec{B}$ fermées, autour des courants (main droite) ; ordres de grandeur : $50\,\mu\mathrm{T}$ (Terre), $1\,\mathrm{T}$ (aimant fort, IRM).
- $\vec{B}$ est axial : perpendiculaire aux plans de symétrie, contenu dans les plans d'antisymétrie.
- Biot et Savart : $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint \frac{I\mathrm{d}\vec{\ell}\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3}$; spire $\frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha$; solénoïde $\frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$.
- $\oiint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$; Ampère : $\oint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$ (cercle ou rectangle).
- Fil $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$; solénoïde infini $\mu_0 nI$ (nul dehors) ; nappe $\frac{\mu_0 j_s}{2}$; tore $\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$.

Pour aller plus loin

Les versions locales $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$ et $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\vec{j}$ des deux propriétés fondamentales seront établies en deuxième année. Chapitre suivant : EM4, le dipôle magnétique, qui décrit à grande distance le champ d'une spire ou d'un aimant et leur comportement dans un champ extérieur.

VII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 9 Champ au voisinage de l'axe d'une spire

✦✦✦✧✧

On note $B_z(0,z) = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}$ le champ sur l'axe d'une spire. Près de l'axe, le champ a aussi une composante radiale $B_r(r,z)$.

Q-1) Justifier que $\vec{B} = B_r(r,z)\vec{u}_r + B_z(r,z)\vec{u}_z$.

Q-2) En écrivant la conservation du flux à travers un petit cylindre d'axe Oz, de rayon r et de hauteur $\mathrm{d}z$, et en confondant $B_z(r,z)$ avec $B_z(0,z)$, montrer que $B_r(r,z) \approx -\frac{r}{2}\dfrac{\mathrm{d}B_z(0,z)}{\mathrm{d}z}$.

Q-3) En déduire B_r et commenter son signe pour $z > 0$.

Correction

Q-1) Tout plan contenant l'axe et M est d'antisymétrie : $\vec{B}$ y est contenu ($B_\theta = 0$) ; l'invariance par rotation élimine θ.

Q-2) Flux sortant : $\pi r^2\,[B_z(z+\mathrm{d}z) - B_z(z)] + 2\pi r\,\mathrm{d}z\,B_r = 0$, d'où $B_r = -\frac{r}{2}\frac{\partial B_z}{\partial z}$.

Q-3) $\dfrac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z} = -\frac{3\mu_0 IR^2 z}{2(R^2+z^2)^{5/2}}$, donc $B_r = \frac{3\mu_0 IR^2 rz}{4(R^2+z^2)^{5/2}}$. Pour $z > 0$, $B_r > 0$: les lignes de champ s'écartent de l'axe là où le champ axial diminue, comme le montre la carte de la spire.

EXERCICE 10 Cylindre parcouru par un courant, avec cavité

★★★☆☆

Un cylindre infini d'axe $(O_1, \vec{u}_z)$, de rayon R, est parcouru par une densité de courant uniforme $\vec{j} = j\vec{u}_z$, sauf dans une cavité cylindrique d'axe parallèle $(O_2, \vec{u}_z)$, entièrement intérieure, où $\vec{j} = \vec{0}$.

Q-1) Montrer que, dans un cylindre plein, $\vec{B} = \frac{\mu_0 j}{2}\,\vec{u}_z \wedge \overrightarrow{O_1M}$ pour $r < R$ ($\overrightarrow{O_1M}$ désignant la composante perpendiculaire à l'axe).

Q-2) En déduire le champ dans la cavité. Commenter.

Correction

Q-1) Ampère sur un cercle de rayon r : $2\pi r B = \mu_0 j \pi r^2$, $\vec{B} = \frac{\mu_0 j r}{2}\vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 j}{2}\vec{u}_z \wedge \overrightarrow{O_1M}$.

Q-2) Superposition d'un cylindre plein parcouru par $\vec{j}$ et d'un cylindre (la cavité) parcouru par $-\vec{j}$: $\vec{B} = \frac{\mu_0 j}{2}\vec{u}_z \wedge \left(\overrightarrow{O_1M} - \overrightarrow{O_2M}\right) = \frac{\mu_0 j}{2}\,\vec{u}_z \wedge \overrightarrow{O_1O_2}$. Le champ est **uniforme** dans la cavité, perpendiculaire à O_1O_2 : même méthode que pour la cavité dans une boule chargée (chapitre EM1).

EXERCICE 11 Nappe épaisse

★★★☆☆

La couche $-\frac{e}{2} < z < \frac{e}{2}$ est parcourue par un courant volumique uniforme $\vec{j} = j\vec{u}_x$.

Q-1) Montrer que $\vec{B} = B(z)\vec{u}_y$ avec B impaire.

Q-2) Déterminer $B(z)$ dans la couche et à l'extérieur par le théorème d'Ampère. Tracer $B(z)$.

Q-3) Retrouver le cas de la nappe infiniment mince ($e \to 0$ avec $je = j_s$).

Correction

Q-1) Invariances selon x et y ; le plan $(M, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ est de symétrie : $\vec{B} \parallel \vec{u}_y$. Le plan $z = 0$ est de symétrie : la composante B_y, parallèle au plan, change de signe, $B(-z) = -B(z)$.

Q-2) Rectangle du plan (yOz) de largeur L entre les cotes $-z$ et z, orienté pour que sa normale soit $+\vec{u}_x$: $L[B(-z) - B(z)] = -2LB(z) = \mu_0 I_{\text{enl}}$. Dans la couche, $I_{\text{enl}} = 2jzL$: $B(z) = -\mu_0 jz$. À l'extérieur, $I_{\text{enl}} = jeL$: $B = \mp\frac{\mu_0 je}{2}$ pour $z \gtrless \frac{e}{2}$. Le profil est linéaire dans la couche, constant à l'extérieur, et continu.

Q-3) $B = \mp\frac{\mu_0 j_s}{2}$: on retrouve la nappe mince ; la pente $\mu_0 j$ devient infinie et le champ discontinu quand $e \to 0$.

EXERCICE 12 Disque chargé en rotation (expérience de Rowland)

★★★☆☆

Le disque de l'exercice « Courants associés à des charges en rotation » (rayon R, densité σ, vitesse angulaire ω) est vu comme une juxtaposition de spires.

Q-1) Quelle est l'intensité $\mathrm{d}I$ associée à la couronne de rayons r et $r + \mathrm{d}r$?

Q-2) En déduire le champ au centre du disque.

Q-3) Application numérique avec les valeurs de l'exercice. Commenter.

Correction

Q-1) $\mathrm{d}I = j_s\,\mathrm{d}r = \sigma\omega r\,\mathrm{d}r$.

Q-2) Chaque couronne est une spire de rayon r : $\mathrm{d}B = \frac{\mu_0\,\mathrm{d}I}{2r} = \frac{\mu_0\sigma\omega}{2}\mathrm{d}r$, d'où $B = \frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}$.

Q-3) $B = 2\times10^{-10}\,\mathrm{T}$, deux cent mille fois plus faible que le champ terrestre : Rowland (1876) dut faire preuve d'une grande habileté pour montrer qu'une charge en mouvement crée un champ magnétique, exactement comme un courant dans un fil.

VIII Classiques des concours

EXERCICE 13 Aimant d'IRM supraconducteur

★★★★☆

L'aimant principal d'un appareil d'IRM est un solénoïde de longueur $L = 1{,}8\,\mathrm{m}$ et de rayon $R = 0{,}50\,\mathrm{m}$, qui doit créer $B_0 = 1{,}5\,\mathrm{T}$ en son centre.

Q-1) Rappeler l'expression du champ sur l'axe d'un solénoïde de longueur finie. Calculer le produit nI nécessaire.

Q-2) Le fil supraconducteur supporte $I = 400\,\mathrm{A}$. Combien de spires faut-il ? Quelle longueur de fil ?

Q-3) Évaluer l'écart relatif de champ entre le centre et un point de l'axe situé à $20\,\mathrm{cm}$ du centre. Comment l'imagerie, qui exige une homogénéité de l'ordre de 10^{-5}, peut-elle être assurée ?

Q-4) On admet que l'énergie magnétique est répartie avec la densité volumique $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$. En assimilant le champ intérieur à B_0 et en négligeant le champ extérieur, calculer l'énergie stockée. Pourquoi la perte brutale de supraconductivité (« quench ») est-elle dangereuse ?

Q-5) Pourquoi ne peut-on pas obtenir un tel champ avec un bobinage en cuivre ordinaire, qui ne supporte guère plus de $5\,\mathrm{A\cdot mm^{-2}}$ en régime permanent ?

Correction

Q-1) Au centre, $\cos\alpha_1 = -\cos\alpha_2 = \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2+R^2}} = 0{,}874$: $B_0 = 0{,}874\,\mu_0 nI$, d'où $nI = 1{,}37\times10^{6}\,\mathrm{A\cdot m^{-1}}$.

Q-2) $n = 3{,}4\times10^{3}\,\mathrm{m^{-1}}$, $N = nL \approx 6100$ spires ; longueur $2\pi RN \approx 19\,\mathrm{km}$.

Q-3) En $z = 0{,}2\,\mathrm{m}$, les faces sont à $1{,}1\,\mathrm{m}$ et $0{,}7\,\mathrm{m}$: $\cos\alpha_1 = \frac{1{,}1}{\sqrt{1{,}1^2+0{,}5^2}} = 0{,}910$ et $-\cos\alpha_2 = \frac{0{,}7}{\sqrt{0{,}7^2+0{,}5^2}} = 0{,}814$, d'où $B = 0{,}862\,\mu_0 nI$. L'écart relatif vaut $1{,}4\,\%$, bien trop grand : on ajoute des bobines de correction (« shims ») dont les champs compensent les inhomogénéités.

Q-4) $\mathcal{E} = \frac{B_0^2}{2\mu_0}\pi R^2 L = 8{,}95\times10^{5}\,\mathrm{J\cdot m^{-3}}\times 1{,}41\,\mathrm{m^3} = 1{,}3\,\mathrm{MJ}$. Lors d'un quench, cette énergie est dissipée en quelques secondes par effet Joule dans le fil devenu résistif, ce qui vaporise brutalement l'hélium liquide de refroidissement.

Q-5) $nI = 1{,}37\times10^{6}\,\mathrm{A\cdot m^{-1}}$, soit $1{,}4\,\mathrm{kA}$ par millimètre de longueur de solénoïde. À $5\,\mathrm{A\cdot mm^{-2}}$, il faudrait un enroulement de cuivre d'environ $27\,\mathrm{cm}$ d'épaisseur, soit $1{,}5\,\mathrm{m^3}$ de cuivre, qui dissiperait par effet Joule $\rho j^2 \times V \approx 7\times10^{5}\,\mathrm{W}$ (avec $\rho = 1{,}7\times10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$) : le supraconducteur, sans résistance, est indispensable.

EXERCICE 14 Mesure de la charge massique de l'électron

★★★★☆

Dans une ampoule contenant un gaz sous très faible pression, un canon émet des électrons accélérés sous la tension U ; leur trajectoire est rendue visible par la luminescence du gaz. L'ampoule est placée au centre de deux bobines de Helmholtz ($N = 130$ spires de rayon $R = 15\,\text{cm}$, distantes de R, parcourues dans le même sens par I). Valeur de référence : $\frac{e}{m} = 1{,}76 \times 10^{11}\,\text{C}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Q-1) Montrer qu'au centre du dispositif $B_0 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\frac{\mu_0 NI}{R}$. Calculer B_0 pour $I = 1{,}5\,\text{A}$.

Q-2) Exprimer la vitesse v_0 des électrons à la sortie du canon. Calculer v_0 pour $U = 200\,\text{V}$. Un traitement non relativiste est-il justifié ?

Q-3) Le faisceau est émis perpendiculairement à $\vec{B}_0$. Montrer que la trajectoire est un cercle de rayon r (chapitre M4) et en déduire $\frac{e}{m} = \frac{2U}{B_0^2 r^2}$.

Q-4) Calculer le rayon attendu. On mesure $r = 4{,}1\,\text{cm}$: en déduire $\frac{e}{m}$.

Q-5) Le champ terrestre perturbe-t-il la mesure ? Comment s'en affranchir ?

Q-6) Que se passe-t-il si le faisceau n'est pas exactement perpendiculaire à $\vec{B}_0$?

Correction

Q-1) Chaque bobine est à la distance $\frac{R}{2}$ du centre : $B_0 = 2 \times \frac{\mu_0 NIR^2}{2\left(\frac{5}{4}R^2\right)^{3/2}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\frac{\mu_0 NI}{R} = 1{,}17\,\text{mT}$.

Q-2) $\frac{1}{2}mv_0^2 = eU$ donne $v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 8{,}4 \times 10^6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 0{,}03\,c$: la mécanique classique suffit.

Q-3) La force magnétique $-e\vec{v}\wedge\vec{B}_0$ ne travaille pas : $v = v_0$ constante ; elle est perpendiculaire à $\vec{v}$ et à $\vec{B}_0$, de norme ev_0B_0 : mouvement circulaire uniforme de rayon $r = \frac{mv_0}{eB_0}$. Avec $v_0^2 = \frac{2eU}{m}$: $r^2 = \frac{2mU}{eB_0^2}$.

Q-4) $r = 4{,}1\,\text{cm}$ attendu ; la mesure donne $\frac{e}{m} = 1{,}74 \times 10^{11}\,\text{C}\cdot\text{kg}^{-1}$, à $1\,\%$ de la valeur de référence.

Q-5) $50\,\mu\text{T}$ représente $4\,\%$ de B_0 : effet sensible. On oriente l'axe des bobines selon le champ terrestre et on fait deux mesures en inversant le courant, ou on compense le champ terrestre par une autre paire de bobines.

Q-6) La composante de la vitesse parallèle à $\vec{B}_0$ n'est pas modifiée : la trajectoire devient une hélice.