LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

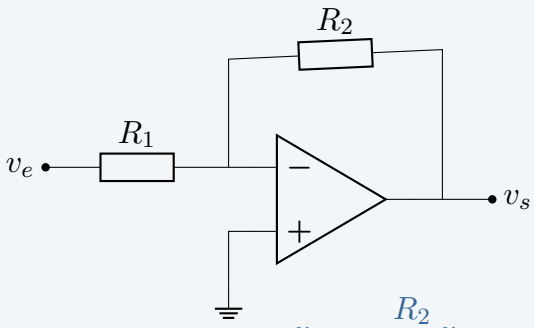
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

E6

ÉLECTRONIQUE

Amplificateur linéaire intégré

Modèle de l'ALI idéal — Rétroaction et stabilité — Montages linéaires : suiveur, amplificateurs, intégrateur, filtres actifs — Limitations — Comparateurs et astable



$$v_s = -\frac{R_2}{R_1}\, v_e$$

> *Le premier principe est que vous ne devez pas vous tromper vous-même, et vous êtes la personne la plus facile à tromper.*
>
> — Richard Feynman, discours *Cargo Cult Science*, Caltech (1974)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Montages à ALI »

E6 — Amplificateur (ALI)

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Connaître le modèle de l'ALI idéal, sa caractéristique statique et les ordres de grandeur d'un ALI réel.
- Relier le régime de fonctionnement (linéaire ou saturé) à la nature de la rétroaction et le justifier par un modèle dynamique du premier ordre.
- Établir les relations des montages suiveur, amplificateurs non inverseur et inverseur, sommateur, soustracteur, intégrateur, dérivateur et filtre actif.
- Prendre en compte les limitations de l'ALI réel : saturations, produit gain-bande, vitesse de balayage.
- Étudier les comparateurs simple et à hystérésis (seuils, cycle, bistabilité) et le multivibrateur astable.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Montages à ALI » permet de choisir un montage à ALI, de régler ses composants et d'observer en direct les tensions d'entrée et de sortie, la saturation et les cycles d'hystérésis.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

Introduction . . . 3
I Présentation de l'ALI . . . 3
I.1 Constitution et symbole . . . 3
I.2 Caractéristique de transfert statique . . . 3
I.3 Modèle de l'ALI idéal . . . 4
I.4 Rétroaction et régime de fonctionnement . . . 4
II Montages en régime linéaire . . . 5
II.1 Suiveur et amplificateur non inverseur . . . 5
II.2 Amplificateur inverseur et sommateur . . . 6
II.3 Intégrateur et dérivateur . . . 6
II.4 Filtres actifs et convertisseur courant-tension . . . 7
III Limitations de l'ALI réel . . . 9
III.1 Saturations en tension et en courant . . . 9
III.2 Bande passante et produit gain-bande . . . 9
III.3 Vitesse de balayage . . . 10
IV Montages en régime saturé . . . 11
IV.1 Comparateur simple . . . 11
IV.2 Comparateur à hystérésis . . . 11
IV.3 Multivibrateur astable . . . 12
V Synthèse . . . 13
VI Exercices d'approfondissement . . . 14
VII Classiques des concours . . . 15

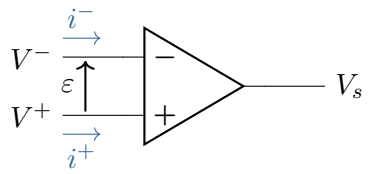
Introduction

L'**amplificateur linéaire intégré** (ALI), longtemps appelé « amplificateur opérationnel », a été conçu dans les années 1940-1950 pour réaliser des opérations mathématiques (additions, intégrations, dérivations) dans les calculateurs analogiques. Devenu un composant de quelques centimes, il est omniprésent : amplification des signaux de capteurs, filtres actifs, comparateurs, générateurs de signaux. Ce chapitre présente un modèle simple de l'ALI, puis ses deux régimes de fonctionnement, linéaire et saturé, à travers les montages fondamentaux. On y réinvestit toutes les méthodes des chapitres précédents : loi des nœuds en potentiels (**E2**), équations différentielles (**E3**), fonctions de transfert (**E5**).

I Présentation de l'ALI

I.1 Constitution et symbole

L'ALI est un circuit intégré contenant une vingtaine de transistors. Il possède deux entrées, l'entrée **inverseuse** $(-)$ et l'entrée **non inverseuse** $(+)$, et une sortie. Il doit être **alimenté** par une source symétrique, typiquement $\pm 15\,\mathrm{V}$, qui fournit l'énergie nécessaire à l'amplification ; cette alimentation n'est généralement pas représentée sur les schémas, mais elle ne doit jamais être oubliée en TP.



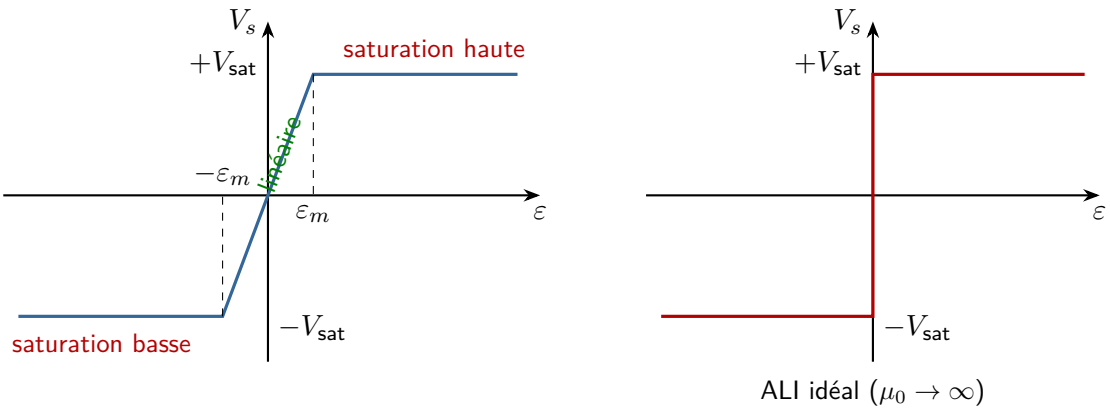
$(-)$: entrée inverseuse ; $(+)$: entrée non inverseuse
sortie V_s (potentiels repérés par rapport à la masse)
tension différentielle d'entrée : $\varepsilon = V^+ - V^-$

✗ Attention, erreurs fréquentes

La tension différentielle ε ne doit pas être confondue avec la tension d'entrée du montage. Par ailleurs, le courant débité par la sortie de l'ALI vers une charge revient par la masse, reliée à l'alimentation : la masse est un nœud où du courant entre et sort, et l'on ne peut pas écrire naïvement la loi des nœuds « autour » de l'ALI.

I.2 Caractéristique de transfert statique

En régime continu, on relève V_s en fonction de ε :

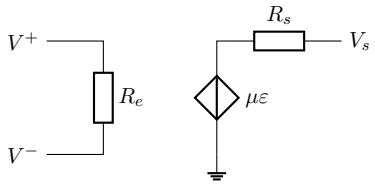


ALI idéal ($\mu_0 \to \infty$)

- **Régime linéaire** ($|\varepsilon| < \varepsilon_m$) : $V_s = \mu_0 \varepsilon$, avec un gain différentiel statique $\mu_0 \sim 10^5$. Comme $V_{\text{sat}} \approx 14\,\mathrm{V}$, $\varepsilon_m = V_{\text{sat}}/\mu_0 \sim 0{,}1\,\mathrm{mV}$: en pratique $\varepsilon \approx 0$.

- **Régime saturé** : $V_s = +V_{\text{sat}}$ si $\varepsilon > \varepsilon_m$, $V_s = -V_{\text{sat}}$ si $\varepsilon < -\varepsilon_m$; V_{sat} est légèrement inférieure à la tension d'alimentation.

Modèle électrique. En régime linéaire, l'ALI réel se modélise par une résistance d'entrée R_e entre ses deux entrées et, en sortie, une source de tension commandée $\mu\varepsilon$ en série avec une résistance de sortie R_s.



Ordres de grandeur

Gain différentiel statique $\mu_0 \sim 10^5$; résistance d'entrée $R_e \sim 1\,\text{M}\Omega$ à $10^{12}\,\Omega$ (entrées à transistors à effet de champ, TL081) ; résistance de sortie $R_s \sim 50\,\Omega$ à $100\,\Omega$; courants d'entrée du pA au nA ; courant de sortie limité à quelques dizaines de milliampères ; vitesse de balayage de l'ordre de $1\,\text{V}\cdot\mu\text{s}^{-1}$ à $10\,\text{V}\cdot\mu\text{s}^{-1}$; produit gain-bande de l'ordre du mégahertz.

I.3 Modèle de l'ALI idéal

ALI idéal R

- Résistance d'entrée infinie :

$$i^+ = i^- = 0$$

- Résistance de sortie nulle : V_s ne dépend pas de la charge (dans la limite du courant de saturation).
- Gain infini : en **régime linéaire**, $\varepsilon = 0$, soit $V^+ = V^-$; en **régime saturé**, $V_s = +V_{\text{sat}}$ si $\varepsilon > 0$ et $V_s = -V_{\text{sat}}$ si $\varepsilon < 0$.

Remarque

Un ALI idéal peut être saturé, et un ALI réel peut fonctionner en régime linéaire : « idéal » et « linéaire » ne sont pas synonymes.

I.4 Rétroaction et régime de fonctionnement

Définition — Rétroaction

Une **rétroaction** est une liaison, par l'intermédiaire de dipôles, entre la sortie et une entrée de l'ALI. Elle est dite **négative** (ou contre-réaction) si elle aboutit sur l'entrée inverseuse, **positive** si elle aboutit sur l'entrée non inverseuse.

Régime de fonctionnement R

Rétroaction	Régime
aucune	saturé (comparateur)
négative seule (sur $-$)	linéaire en général (à vérifier : $\lvert V_s\rvert < V_{\text{sat}}$)
positive seule (sur $+$)	saturé
sur les deux entrées	on ne peut pas conclure a priori

Justification par un modèle dynamique D. L'ALI réel ne répond pas instantanément : on le modélise par

$\tau\dfrac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t} + V_s = \mu_0\varepsilon$, avec $\tau \sim 10\,\mathrm{ms}$. Considérons une rétroaction par pont diviseur, qui renvoie la fraction $\beta = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}$ de la sortie.

- Sur l'entrée inverseuse (non inverseur) : $\varepsilon = e - \beta V_s$, d'où $\tau\dfrac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t} + (1+\mu_0\beta)V_s = \mu_0 e$. Le coefficient de V_s est positif : la solution homogène décroît avec la constante de temps $\tau/(1+\mu_0\beta)$, très courte, et V_s tend vers $\dfrac{\mu_0}{1+\mu_0\beta}e \approx \dfrac{e}{\beta}$: le régime linéaire est **stable**.
- Sur l'entrée non inverseuse : $\varepsilon = \beta V_s - e$, d'où $\tau\dfrac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t} + (1-\mu_0\beta)V_s = -\mu_0 e$. Le coefficient $1-\mu_0\beta$ est négatif : la solution homogène croît exponentiellement, jusqu'à la saturation.

Physiquement, une contre-réaction s'oppose à toute perturbation de la sortie, tandis qu'une réaction positive l'amplifie, comme dans un emballement.

II Montages en régime linéaire

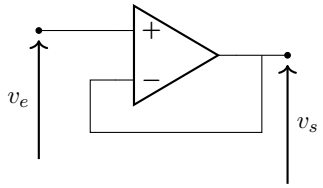
☞ Méthode — Étudier un montage linéaire M

1. Vérifier la présence d'une rétroaction sur l'entrée inverseuse (et seulement sur elle).
2. Écrire $i^+ = i^- = 0$ et $V^+ = V^-$.
3. Exprimer V^+ et V^- par un pont diviseur ou par la loi des nœuds en potentiels. La loi des nœuds ne s'écrit jamais en la sortie de l'ALI, dont le courant est inconnu.
4. Conclure, puis vérifier a posteriori que $|V_s| < V_{\text{sat}}$ et que le courant de sortie reste admissible.

Si l'entrée du montage est appliquée sur l'entrée $(-)$, le montage est inverseur ; si elle est appliquée sur $(+)$, il est non inverseur.

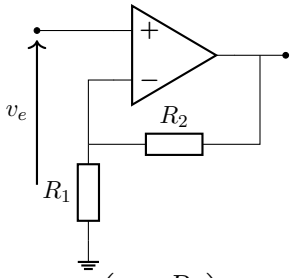
II.1 Suiveur et amplificateur non inverseur

Suiveur



$v_s = v_e$

Amplificateur non inverseur



$v_s = \left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right) v_e$

Suiveur et non inverseur R D

- **Suiveur** : $V^- = v_s$ et $V^+ = v_e$, d'où $v_s = v_e$. Sa résistance d'entrée est infinie ($i^+ = 0$) et sa résistance de sortie nulle : il réalise une **adaptation d'impédance**.

▶ **Non inverseur** : $V^+ = v_e$ et, par pont diviseur ($i^- = 0$), $V^- = \dfrac{R_1}{R_1+R_2} v_s$; $V^+ = V^-$ donne

$$v_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_e$$

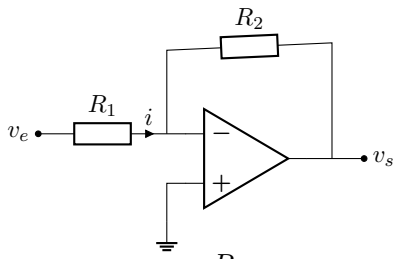
Sa résistance d'entrée est infinie.

Remarque

Intérêt du suiveur. Un générateur de f.é.m. E et de résistance interne r alimente une charge R_c : la tension utile vaut $\dfrac{R_c}{r+R_c}E < E$. Avec un suiveur intercalé, elle vaut E quelle que soit R_c : le générateur ne débite aucun courant, et la puissance fournie à la charge provient de l'alimentation de l'ALI. Le suiveur sépare la *commande* (le signal) de la *puissance*.

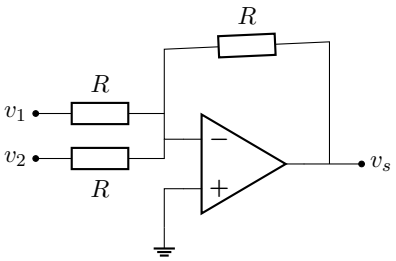
II.2 Amplificateur inverseur et sommateur

Amplificateur inverseur



$$v_s = -\frac{R_2}{R_1} v_e$$

Sommateur inverseur



$$v_s = -(v_1 + v_2)$$

Inverseur et sommateur R D

▶ **Inverseur** : $V^+ = 0$, donc $V^- = 0$ (**masse virtuelle**). La loi des nœuds en potentiels en V^- s'écrit $\dfrac{v_e - 0}{R_1} + \dfrac{v_s - 0}{R_2} = 0$, d'où

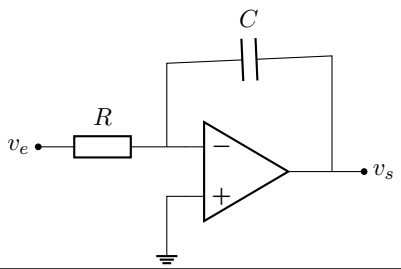
$$v_s = -\frac{R_2}{R_1} v_e$$

Selon les valeurs de R_1 et R_2, il amplifie ou atténue. Sa résistance d'entrée vaut R_1 (car $V^- = 0$).

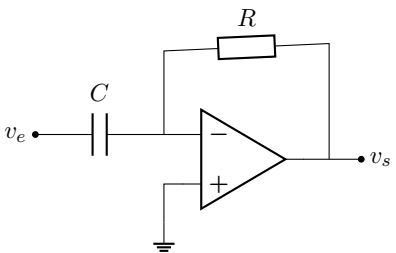
▶ **Sommateur** : en $V^- = 0$, $\dfrac{v_1}{R} + \dfrac{v_2}{R} + \dfrac{v_s}{R} = 0$, soit $v_s = -(v_1 + v_2)$.

II.3 Intégrateur et dérivateur

Intégrateur



Dérivateur



Intégrateur et dérivateur R D

▶ **Intégrateur** : masse virtuelle et $i^- = 0$: le courant $i = v_e/R$ traverse le condensateur, dont la tension vaut $0 - v_s$. Ainsi $\dfrac{v_e}{R} = -C\dfrac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}t}$, soit

$$v_s(t) = v_s(0) - \frac{1}{RC}\int_0^t v_e(t')\,\mathrm{d}t' \qquad \underline{H} = -\frac{1}{\mathrm{j}RC\omega}$$

On n'oublie pas la constante $v_s(0)$, fixée par la charge initiale du condensateur.

▶ **Dérivateur** : $C\dfrac{\mathrm{d}v_e}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{v_s}{R}$, soit $v_s = -RC\dfrac{\mathrm{d}v_e}{\mathrm{d}t}$ et $\underline{H} = -\mathrm{j}RC\omega$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

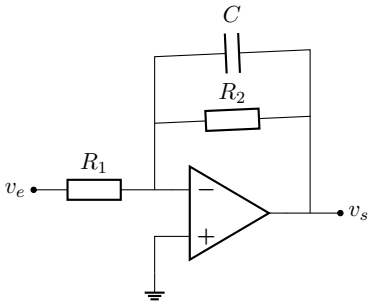
L'intégrateur pur est inutilisable tel quel : la moindre tension de décalage V_d en entrée (quelques millivolts) est intégrée et l'ALI sature en quelques secondes (**dérive**). On place une résistance R' en parallèle sur C (**pseudo-intégrateur**) : $\underline{H} = -\dfrac{R'/R}{1 + \mathrm{j}R'C\omega}$, passe-bas d'ordre 1, intégrateur pour $\omega \gg 1/(R'C)$; le décalage ne produit plus qu'une tension continue constante $-\frac{R'}{R}V_d$. De même, le dérivateur pur amplifie le bruit haute fréquence : on ajoute une résistance en série avec C (pseudo-dérivateur).

II.4 Filtres actifs et convertisseur courant-tension

Passe-bas actif. Avec R_2 en parallèle avec C dans la contre-réaction d'un inverseur, $\underline{Z_2} = \dfrac{R_2}{1 + \mathrm{j}R_2C\omega}$ et

$$\underline{H} = -\frac{\underline{Z_2}}{R_1} = \frac{-R_2/R_1}{1 + \mathrm{j}\omega/\omega_c}, \qquad \omega_c = \frac{1}{R_2C}.$$

C'est un passe-bas du premier ordre de gain statique $-R_2/R_1$, qui peut amplifier. Sa résistance de sortie nulle permet de le mettre en cascade sans perturbation (**E5**).



Convertisseur courant-tension

Une source de courant i (une photodiode, par exemple) branchée sur l'entrée inverseuse d'un ALI dont la contre-réaction est un résistor R fournit $v_s = -Ri$. L'entrée étant une masse virtuelle, la source n'est pas perturbée : c'est le montage **transimpédance** des capteurs optiques.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 Montages amplificateurs ✦✧✧✧✧

L'ALI est idéal, avec $V_{\text{sat}} = 13\,\text{V}$.

Q-1) Gain d'un inverseur avec $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$ et $R_2 = 10\,\text{k}\Omega$? d'un non inverseur avec les mêmes résistances ?

Q-2) Pour l'inverseur, quelle amplitude maximale d'une tension d'entrée sinusoïdale évite la saturation ?

Q-3) Un sommateur inverseur (R identiques) reçoit $v_1 = 2\,\text{V}$ et $v_2 = -0{,}5\,\text{V}$. Que vaut v_s ?

Q-4) Un intégrateur ($R = 10\,\text{k}\Omega$, $C = 100\,\text{nF}$), initialement déchargé, reçoit $v_e = 1\,\text{V}$ constant à partir de $t = 0$. Exprimer $v_s(t)$. Quand sature-t-il ?

Correction

Q-1) $-10\,;\,11$.

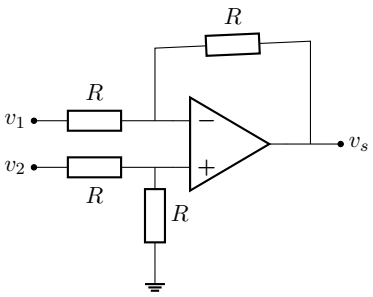
Q-2) $10\,E_m < 13$, soit $E_m < 1{,}3\,\mathrm{V}$.

Q-3) $v_s = -(v_1 + v_2) = -1{,}5\,\mathrm{V}$.

Q-4) $v_s = -\dfrac{v_e}{RC}t = -1000\,t$ (en volts et secondes) : la saturation à $-13\,\mathrm{V}$ est atteinte à $t = 13\,\mathrm{ms}$.

EXERCICE 2 Soustracteur

L'ALI est idéal. Les quatre résistors ont la même résistance R : la tension v_1 est appliquée à l'entrée $(-)$ à travers R, une résistance R relie la sortie à l'entrée $(-)$; la tension v_2 est appliquée à un pont diviseur formé de deux résistances R, dont le point milieu est relié à l'entrée $(+)$.



Q-1) Justifier le régime linéaire.

Q-2) Exprimer V^+ en fonction de v_2, et V^- en fonction de v_1 et v_s.

Q-3) En déduire v_s. Quel est le rôle du montage ?

Correction

Q-1) La seule rétroaction aboutit sur l'entrée inverseuse.

Q-2) Pont diviseur $(i^+ = 0)$: $V^+ = \dfrac{v_2}{2}$; loi des nœuds en potentiels en $(-)$: $V^- = \dfrac{v_1 + v_s}{2}$.

Q-3) $V^+ = V^-$ donne $v_s = v_2 - v_1$: c'est un **soustracteur**, utilisé pour amplifier la différence de deux tensions (sortie d'un pont de Wheatstone, **E1**).

EXERCICE 3 Pseudo-intégrateur

Dans l'intégrateur, on place $R' = 100\,\mathrm{k\Omega}$ en parallèle avec $C = 10\,\mathrm{nF}$, avec $R = 10\,\mathrm{k\Omega}$.

Q-1) Établir $\underline{H}$, identifier la nature du filtre, calculer $|H_0|$ et f_c.

Q-2) On applique un créneau symétrique d'amplitude $1\,\mathrm{V}$ et de fréquence $10\,\mathrm{kHz}$. Décrire v_s et calculer son amplitude crête à crête.

Q-3) L'ALI présente une tension de décalage $V_d = 2\,\mathrm{mV}$. Quel est son effet en sortie ? Comparer avec l'intégrateur pur.

Correction

Q-1) Loi des nœuds en $V^- = 0$: $\dfrac{v_e}{R} + v_s\left(\dfrac{1}{R'} + \mathrm{j}C\omega\right) = 0$, donc $\underline{H} = -\dfrac{R'/R}{1 + \mathrm{j}R'C\omega}$: passe-bas du premier ordre inverseur, $|H_0| = 10$ et $f_c = \dfrac{1}{2\pi R'C} = 159\,\mathrm{Hz}$.

Q-2) $f \gg f_c$: comportement intégrateur, $v_s \approx -\dfrac{1}{RC}\displaystyle\int v_e\,\mathrm{d}t$: triangle. Sur une demi-période de $50\,\mu\mathrm{s}$, $\Delta v_s = \dfrac{1 \times 50 \times 10^{-6}}{1 \times 10^4 \times 1 \times 10^{-8}} = 0{,}5\,\mathrm{V}$ crête à crête.

Q-3) Le décalage, continu, est amplifié par le gain statique : il ajoute une tension constante $-\dfrac{R'}{R}V_d = -20\,\mathrm{mV}$, sans conséquence. L'intégrateur pur l'intégrerait sans fin et saturerait.

III Limitations de l'ALI réel

III.1 Saturations en tension et en courant

La sortie reste comprise entre $-V_{\text{sat}}$ et $+V_{\text{sat}}$; au-delà, le signal est écrêté. Le courant de sortie est lui aussi limité, à quelques dizaines de milliampères : une charge de trop faible résistance provoque un écrêtage, même si la tension calculée est inférieure à V_{sat}.

III.2 Bande passante et produit gain-bande

Conservation du produit gain-bande R D

En régime linéaire, l'ALI réel se comporte comme un passe-bas du premier ordre : $\underline{\mu} = \dfrac{\mu_0}{1+\mathrm{j}\omega/\omega_c}$, avec $\mu_0 \sim 10^5$ et $f_c \sim 10\,\mathrm{Hz}$. Pour un amplificateur non inverseur de rétroaction $\beta = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}$, on obtient

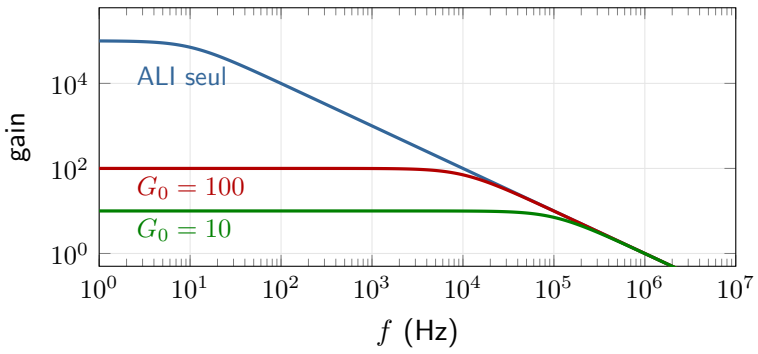
$$\underline{H} = \frac{\underline{\mu}}{1+\beta\underline{\mu}} = \frac{G_0}{1+\mathrm{j}\omega/\omega_c'} \qquad G_0 = \frac{\mu_0}{1+\beta\mu_0} \approx \frac{1}{\beta}, \quad \omega_c' = \omega_c(1+\beta\mu_0),$$

d'où

$$\boxed{G_0\, f_c' = \mu_0 f_c}$$

Le produit gain × bande passante est conservé (de l'ordre du mégahertz) : augmenter le gain réduit d'autant la bande passante.

Démonstration D. $v_s = \underline{\mu}\,\varepsilon$ et $\varepsilon = v_e - \beta v_s$ donnent $\underline{H} = \dfrac{\underline{\mu}}{1+\beta\underline{\mu}} = \dfrac{\mu_0}{1+\mathrm{j}\omega/\omega_c+\beta\mu_0}$; on divise numérateur et dénominateur par $1+\beta\mu_0$.



Le produit gain × bande passante est conservé ($1\,\mathrm{MHz}$ ici).

III.3 Vitesse de balayage

La pente de la tension de sortie est limitée : $\left|\dfrac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t}\right| \leq \sigma$, avec σ de l'ordre de $1\,\mathrm{V}\cdot\mu\mathrm{s}^{-1}$ à $10\,\mathrm{V}\cdot\mu\mathrm{s}^{-1}$ (*slew rate*). Un signal $V_m \sin\omega t$ est déformé, « triangularisé », si $V_m\omega > \sigma$. Contrairement à la bande passante, cette limitation dépend de l'amplitude : c'est un effet non linéaire.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 4 Non inverseur : limites en tension et en courant

✦✦✧✧✧

On veut réaliser un amplificateur non inverseur de gain $K = 10$ avec $R_1 = 500\,\Omega$. L'ALI a pour limites $V_{\text{sat}} = 15\,\mathrm{V}$ et $I_{\text{sat}} = 40\,\mathrm{mA}$. La sortie alimente une charge R_0.

Q-1) Déterminer R_2.

Q-2) Exprimer le courant i_s débité par la sortie de l'ALI en fonction de v_e.

Q-3) Pour $R_0 = 10\,\mathrm{k}\Omega$, quelle est l'amplitude maximale de v_e ? Quelle limitation intervient la première ?

Q-4) Même question pour $R_0 = 100\,\Omega$.

Correction

Q-1) $1 + R_2/R_1 = 10$: $R_2 = 4{,}5\,\mathrm{k}\Omega$.

Q-2) La sortie alimente la charge et le pont de rétroaction : $i_s = v_s\left(\dfrac{1}{R_0} + \dfrac{1}{R_1+R_2}\right)$ avec $v_s = 10\,v_e$.

Q-3) Tension : $10\,v_e < 15$, soit $v_e < 1{,}5\,\mathrm{V}$. Courant : $i_s = v_s \times 3 \times 10^{-4}\,\mathrm{S}$, qui n'atteint $40\,\mathrm{mA}$ que pour $v_s = 133\,\mathrm{V}$: c'est la saturation en tension qui limite, à $1{,}5\,\mathrm{V}$.

Q-4) $i_s = v_s \times 1{,}02 \times 10^{-2}\,\mathrm{S} < 40\,\mathrm{mA}$ impose $v_s < 3{,}9\,\mathrm{V}$, soit $v_e < 0{,}39\,\mathrm{V}$: la saturation en courant intervient la première.

EXERCICE 5 Bande passante d'un amplificateur

✦✦✧✧✧

L'ALI a pour gain $\underline{\mu} = \dfrac{\mu_0}{1+\mathrm{j}f/f_c}$ avec $\mu_0 = 2\times10^5$ et $f_c = 5\,\mathrm{Hz}$. On réalise un amplificateur non inverseur avec $R_1 = 1\,\mathrm{k}\Omega$ et $R_2 = 99\,\mathrm{k}\Omega$.

Q-1) Calculer le gain statique et la fréquence de coupure du montage.

Q-2) On veut amplifier un signal audio jusqu'à $20\,\mathrm{kHz}$ avec un gain de 1000. Est-ce possible avec un seul étage ? Proposer une solution.

Q-3) Un suiveur réalisé avec un ALI de vitesse de balayage $\sigma = 0{,}5\,\mathrm{V}\cdot\mu\mathrm{s}^{-1}$ reçoit $V_m\sin(2\pi f t)$ avec $V_m = 10\,\mathrm{V}$. Au-delà de quelle fréquence la sortie est-elle déformée ?

Correction

Q-1) $\beta = 1/100$: $G_0 = \dfrac{\mu_0}{1+\beta\mu_0} \approx 100$ et $f_c' = f_c(1+\beta\mu_0) \approx 10\,\mathrm{kHz}$; on vérifie $G_0 f_c' = 1\,\mathrm{MHz} = \mu_0 f_c$.

Q-2) Un étage de gain 1000 n'aurait qu'une bande passante de $1\,\mathrm{kHz}$. On cascade deux étages de gain ≈ 32, de bande passante $\approx 31\,\mathrm{kHz}$ chacun.

Q-3) Il faut $2\pi f V_m \leq \sigma$, d'où $f_{\max} = \dfrac{\sigma}{2\pi V_m} \approx 8\,\text{kHz}$. Au-delà, la sortie évolue à pente constante $\pm\sigma$: signal triangulaire d'amplitude réduite.

IV Montages en régime saturé

☞ Méthode — Étudier un montage en régime saturé M

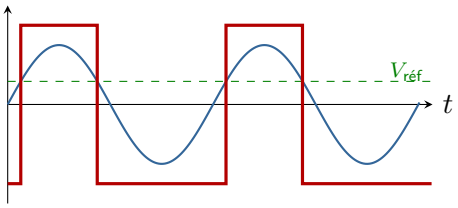
1. Faire une hypothèse sur l'état de la sortie : $v_s = +V_{\text{sat}}$ (alors $\varepsilon > 0$) ou $v_s = -V_{\text{sat}}$ (alors $\varepsilon < 0$).
2. Exprimer ε en fonction de l'entrée et de v_s (pont diviseur, loi des nœuds en potentiels), en se souvenant que $i^+ = i^- = 0$ mais que $\varepsilon \neq 0$.
3. Déterminer la valeur de l'entrée pour laquelle ε s'annule : c'est un **seuil de basculement**.

IV.1 Comparateur simple

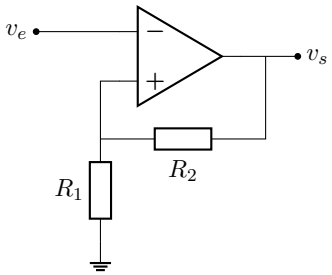
Sans rétroaction, l'ALI compare la tension v_e appliquée sur $(+)$ à une tension de référence $V_{\text{réf}}$ appliquée sur $(-)$:

$$v_s = +V_{\text{sat}} \text{ si } v_e > V_{\text{réf}}, \qquad v_s = -V_{\text{sat}} \text{ si } v_e < V_{\text{réf}}.$$

Il transforme par exemple un signal sinusoïdal en créneau. Inconvénient : en présence de bruit, la sortie bascule de façon erratique quand v_e est voisine de $V_{\text{réf}}$.

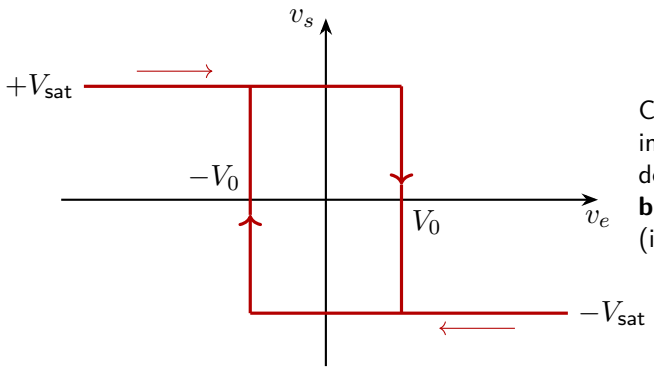


IV.2 Comparateur à hystérésis



La rétroaction se fait sur l'entrée **non inverseuse** : régime saturé, $v_s = \pm V_{\text{sat}}$. Pont diviseur : $V^+ = \dfrac{R_1}{R_1+R_2} v_s = \pm V_0$ avec $V_0 = \dfrac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$.

- Si $v_s = +V_{\text{sat}}$ ($\varepsilon > 0$, soit $v_e < V_0$) : la sortie bascule quand v_e **dépasse** $+V_0$.
- Si $v_s = -V_{\text{sat}}$ ($v_e > -V_0$) : la sortie bascule quand v_e **descend sous** $-V_0$.

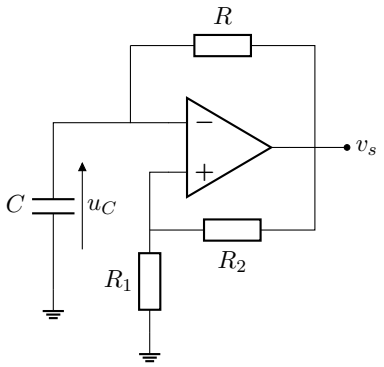


Cycle d'**hystérésis**, parcouru dans le sens indiqué. Pour $-V_0 < v_e < V_0$, deux états de sortie sont possibles : le montage est **bistable**, son état dépend de son histoire (il a une « mémoire »).

Remarque

Intérêt de l'hystérésis. Un store automatique commandé par un capteur de luminosité ne doit pas s'ouvrir et se fermer sans cesse au passage d'un nuage : on impose deux seuils distincts. De même, un bruit d'amplitude inférieure à $2V_0$ ne provoque pas de basculement intempestif. Si v_e est appliquée à l'entrée $(+)$ à travers R_1 et que l'entrée $(-)$ est à la masse (comparateur « non inverseur »), le cycle est parcouru en sens inverse, avec les seuils $\pm\dfrac{R_1}{R_2}V_{\text{sat}}$.

IV.3 Multivibrateur astable



On associe un comparateur à hystérésis $(R_1,\ R_2)$ et un circuit RC qui charge le condensateur vers v_s.

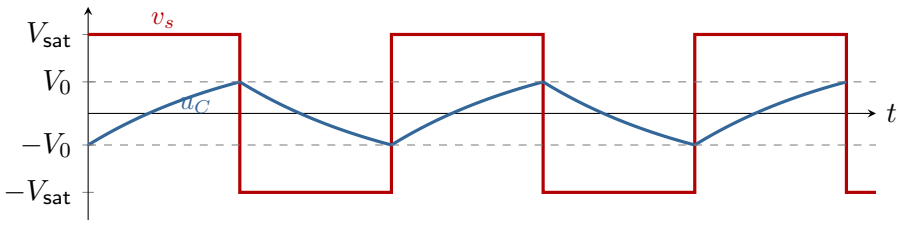
- $v_s = +V_{\text{sat}}$: C se charge vers $+V_{\text{sat}}$; quand u_C atteint $+V_0$, la sortie bascule.
- $v_s = -V_{\text{sat}}$: C se décharge vers $-V_{\text{sat}}$ jusqu'à $-V_0$, nouveau basculement, etc.

Le montage oscille spontanément : il délivre un créneau (v_s) et un signal en arcs d'exponentielles (u_C).

Période de l'astable D

Sur une demi-période, $u_C(t) = V_{\text{sat}} + (-V_0 - V_{\text{sat}})\,\mathrm{e}^{-t/RC}$ **(E3)** ; $u_C = V_0$ pour $t = T/2$, d'où

$$T = 2RC\ln\frac{V_{\text{sat}} + V_0}{V_{\text{sat}} - V_0} = 2RC\ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$



☞ Exercices d'application

EXERCICE 6 Rapport cyclique d'un comparateur ✦✦✧✧✧

Un comparateur simple reçoit sur son entrée $(+)$ la tension $u(t) = E\cos\omega t$ et sur son entrée $(-)$ une tension constante U_0, avec $0 < U_0 < E$.

Q-1) Représenter $u(t)$, U_0 et $v_s(t)$.

Q-2) Montrer que le **rapport cyclique** (fraction de la période pendant laquelle $v_s = +V_{\text{sat}}$) vaut $\alpha = \dfrac{1}{\pi}\arccos\dfrac{U_0}{E}$. Vérifier les cas $U_0 = 0$ et $U_0 = E$.

Q-3) Quel intérêt présente ce montage pour commander la puissance moyenne fournie à une charge ?

Correction

Q-1) v_s est un créneau $\pm V_{\text{sat}}$ de même période que u, à l'état haut tant que $E\cos\omega t > U_0$.

Q-2) Sur une période centrée sur $t = 0$, $E\cos\omega t > U_0$ pour $|\omega t| < \arccos(U_0/E)$: durée $\dfrac{2}{\omega}\arccos\dfrac{U_0}{E} = \dfrac{T}{\pi}\arccos\dfrac{U_0}{E}$, d'où α. Pour $U_0 = 0$: $\alpha = 1/2$; pour $U_0 = E$: $\alpha = 0$.

Q-3) En réglant U_0, on règle la durée relative de l'état haut, donc la valeur moyenne du créneau et la puissance moyenne transmise : c'est le principe de la modulation de largeur d'impulsion.

EXERCICE 7 — Comparateur à hystérésis non inverseur

★★✧✧✧

L'entrée v_e est appliquée à l'entrée $(+)$ à travers $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$; $R_2 = 47\,\text{k}\Omega$ relie la sortie à l'entrée $(+)$; l'entrée $(-)$ est à la masse ; $V_{\text{sat}} = 14\,\text{V}$.

Q-1) Exprimer V^+ en fonction de v_e et v_s.

Q-2) Déterminer les seuils de basculement et tracer le cycle en précisant son sens de parcours.

Correction

Q-1) Loi des nœuds en potentiels en $(+)$ $(i^+ = 0)$: $V^+ = \dfrac{R_2 v_e + R_1 v_s}{R_1 + R_2}$.

Q-2) Le basculement a lieu quand $\varepsilon = V^+$ s'annule : $v_e = -\dfrac{R_1}{R_2}v_s$. Si $v_s = +V_{\text{sat}}$, la sortie bascule vers le bas quand $v_e < -\dfrac{R_1}{R_2}V_{\text{sat}} \approx -3{,}0\,\text{V}$; si $v_s = -V_{\text{sat}}$, elle bascule vers le haut quand $v_e > +3{,}0\,\text{V}$. Le cycle est parcouru en sens inverse de celui du comparateur inverseur.

V Synthèse

★ À retenir

- ALI idéal : $i^+ = i^- = 0$; régime linéaire (contre-réaction sur $-$) : $V^+ = V^-$; régime saturé : $v_s = \pm V_{\text{sat}}$ selon le signe de ε.
- Suiveur $v_s = v_e$ (adaptation d'impédance) ; non inverseur $1 + R_2/R_1$; inverseur $-R_2/R_1$; sommateur ; intégrateur $v_s(0) - \frac{1}{RC}\int v_e$; dérivateur $-RC\,\frac{\mathrm{d}v_e}{\mathrm{d}t}$.
- Limitations : saturation en tension et en courant ; produit gain-bande constant ; vitesse de balayage.
- Comparateur à hystérésis inverseur : seuils $\pm\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{\text{sat}}$; bistabilité ; astable : $T = 2RC\ln(1 + 2R_1/R_2)$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

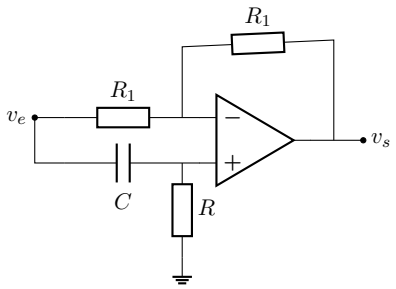
Erreurs classiques : écrire $V^+ = V^-$ pour un montage saturé ; écrire la loi des nœuds en la sortie de l'ALI ; oublier de vérifier a posteriori que $|v_s| < V_{\text{sat}}$; inverser les rôles des entrées $(+)$ et $(-)$; oublier la constante d'intégration de l'intégrateur.

VI Exercices d'approfondissement

EXERCICE 8 Déphaseur pur

★★☆☆☆

L'ALI est idéal et fonctionne en régime linéaire. L'entrée v_e attaque d'une part l'entrée $(-)$ à travers R_1 (une autre résistance R_1 relie la sortie à l'entrée $(-)$), d'autre part un circuit C (en série) – R (vers la masse) dont le point milieu est relié à l'entrée $(+)$.



Q-1) Exprimer V^+ et V^- ; en déduire $\underline{H} = \dfrac{\mathrm{j}x - 1}{1 + \mathrm{j}x}$ avec $x = RC\omega$.

Q-2) Montrer que le gain vaut 1 à toutes les fréquences et tracer la phase en fonction de $\log x$.

Correction

Q-1) $V^+ = v_e \dfrac{R}{R + \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}} = v_e \dfrac{\mathrm{j}x}{1 + \mathrm{j}x}$; loi des nœuds en $(-)$ avec deux résistances égales : $V^- = \dfrac{v_e + v_s}{2}$. $V^+ = V^-$ donne $v_s = v_e \dfrac{2\mathrm{j}x}{1 + \mathrm{j}x} - v_e = v_e \dfrac{\mathrm{j}x - 1}{1 + \mathrm{j}x}$.

Q-2) $|\mathrm{j}x - 1| = |1 + \mathrm{j}x|$: gain unité à toute fréquence. $\varphi = \pi - 2\arctan x$: de π (BF) à 0 (HF), $\pi/2$ en $x = 1$. C'est un déphaseur pur (filtre passe-tout), utilisé pour compenser des retards ou dans des oscillateurs.

EXERCICE 9 Photodiode et convertisseur courant-tension

★★☆☆☆

Une photodiode délivre un courant $i = s\Phi$ proportionnel au flux lumineux reçu ($s = 0{,}5\,\mathrm{A \cdot W^{-1}}$). On la relie à un convertisseur courant-tension de résistance $R = 1\,\mathrm{M\Omega}$, avec $V_{\text{sat}} = 13\,\mathrm{V}$.

Q-1) Quelle est la tension de sortie pour $\Phi = 2\,\mu\mathrm{W}$? Quel flux maximal peut-on mesurer ?

Q-2) Pourquoi ce montage est-il préférable à une simple résistance de charge (**E2**) ?

Q-3) On ajoute un condensateur $C = 10\,\mathrm{pF}$ en parallèle avec R. Quel est son rôle ? Calculer la fréquence de coupure.

Correction

Q-1) $|v_s| = Rs\Phi = 1\,\mathrm{V}$; $\Phi_{\max} = \dfrac{V_{\text{sat}}}{Rs} = 26\,\mu\mathrm{W}$.

Q-2) La photodiode débite dans une masse virtuelle : la tension à ses bornes reste nulle, elle fonctionne idéalement en source de courant quel que soit R, et la sortie à faible impédance peut alimenter n'importe quel étage.

Q-3) $\underline{H} = -\dfrac{R}{1 + \mathrm{j}RC\omega}$: passe-bas qui limite le bruit haute fréquence ; $f_c = \dfrac{1}{2\pi RC} \approx 16\,\mathrm{kHz}$.

EXERCICE 10 Stabilité d'un montage

On modélise l'ALI par $\tau\dfrac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}t}+v_s=\mu_0\varepsilon$, avec $\mu_0=10^5$ et $\tau=10\,\mathrm{ms}$.

Q-1) Pour un suiveur, établir l'équation différentielle vérifiée par v_s et donner sa constante de temps. Commenter.

Q-2) On inverse par erreur les entrées du suiveur (sortie reliée à $(+)$, signal sur $(-)$). Que se passe-t-il ?

Q-3) Montrer que, pour l'amplificateur non inverseur de gain G_0, la constante de temps du montage vaut environ $\tau G_0/\mu_0$, et relier ce résultat au produit gain-bande.

Correction

Q-1) $\varepsilon=v_e-v_s$: $\tau\dfrac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}t}+(1+\mu_0)v_s=\mu_0 v_e$, de constante de temps $\dfrac{\tau}{1+\mu_0}\approx 0{,}1\,\mu\mathrm{s}$: la sortie rejoint très vite $\dfrac{\mu_0}{1+\mu_0}v_e\approx v_e$.

Q-2) $\varepsilon=v_s-v_e$: $\tau\dfrac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}t}+(1-\mu_0)v_s=-\mu_0 v_e$; le coefficient $1-\mu_0<0$ rend la solution homogène divergente : la sortie part en saturation. Le montage est un comparateur, pas un suiveur.

Q-3) Avec $\beta=1/G_0$: constante de temps $\dfrac{\tau}{1+\mu_0/G_0}\approx\dfrac{\tau G_0}{\mu_0}$. La fréquence de coupure correspondante, $\dfrac{\mu_0}{2\pi\tau G_0}$, est inversement proportionnelle au gain : c'est la conservation du produit gain-bande.

VII Classiques des concours

EXERCICE 11 Générateur de signaux triangulaires et carrés

On associe en boucle un comparateur à hystérésis non inverseur (ALI 1, résistances R_1 entre la tension v_2 et l'entrée $(+)$, R_2 entre la sortie v_1 et l'entrée $(+)$, entrée $(-)$ à la masse) et un intégrateur inverseur (ALI 2, R, C). La sortie v_1 du comparateur attaque l'intégrateur, dont la sortie v_2 est réinjectée à l'entrée du comparateur. Les ALI sont idéaux, avec $V_{\text{sat}}=15\,\mathrm{V}$.

Q-1) Rappeler le cycle $v_1(v_2)$ du comparateur : montrer que ses seuils sont $\pm V_0$ avec $V_0=\dfrac{R_1}{R_2}V_{\text{sat}}$. Quelle condition sur R_1 et R_2 est nécessaire ?

Q-2) Lorsque $v_1=+V_{\text{sat}}$, montrer que v_2 décroît linéairement. Jusqu'à quelle valeur ?

Q-3) Tracer $v_1(t)$ et $v_2(t)$ en régime établi. Exprimer la période T en fonction de R, C, R_1, R_2.

Q-4) Application : $R_1=10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2=20\,\mathrm{k\Omega}$, $C=10\,\mathrm{nF}$. Choisir R pour $f=1\,\mathrm{kHz}$.

Q-5) Quel phénomène lié à l'ALI réel limite la fréquence maximale du signal carré ?

Correction

Q-1) $V^+=\dfrac{R_2v_2+R_1v_1}{R_1+R_2}$ s'annule pour $v_2=-\dfrac{R_1}{R_2}v_1$: seuils $\pm V_0=\pm\dfrac{R_1}{R_2}V_{\text{sat}}=\pm 7{,}5\,\mathrm{V}$. L'intégrateur ne peut délivrer plus que V_{sat} : il faut $V_0<V_{\text{sat}}$, soit $R_1<R_2$.

Q-2) $\dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{V_{\text{sat}}}{RC}<0$: décroissance linéaire jusqu'à $-V_0$, où le comparateur bascule.

Q-3) v_1 est un créneau $\pm V_{\text{sat}}$, v_2 un triangle entre $\pm V_0$. Une demi-période dure $\dfrac{2V_0RC}{V_{\text{sat}}}$, d'où $T = \dfrac{4RCR_1}{R_2}$.

Q-4) $T = 1\,\text{ms}$: $R = \dfrac{TR_2}{4CR_1} = 50\,\text{k}\Omega$.

Q-5) La vitesse de balayage limite la raideur des fronts du créneau : avec $\sigma = 10\,\text{V}\cdot\mu\text{s}^{-1}$, chaque front dure $2V_{\text{sat}}/\sigma = 3\,\mu\text{s}$, ce qui devient gênant quand la période n'est plus grande devant cette durée.

EXERCICE 12 Oscillateur à pont de Wien

★★★☆☆

On boucle un amplificateur non inverseur de gain $A = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$ sur un filtre de Wien de fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{1}{3 + \text{j}(x - 1/x)}$, avec $x = RC\omega$ (**E5**) : la sortie de l'amplificateur alimente le filtre, dont la sortie s est appliquée sur l'entrée $(+)$.

Q-1) En régime sinusoïdal établi, montrer que l'existence d'oscillations impose $A\underline{H} = 1$. En déduire la fréquence des oscillations et la condition sur R_2/R_1.

Q-2) Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$: $(RC)^2\dfrac{\text{d}^2s}{\text{d}t^2} + (3-A)RC\dfrac{\text{d}s}{\text{d}t} + s = 0$.

Q-3) Discuter selon la valeur de A. Comment l'amplitude des oscillations est-elle limitée en pratique ?

Q-4) Application : $R = 10\,\text{k}\Omega$, $C = 16\,\text{nF}$. Fréquence ? Pourquoi choisit-on R_2 légèrement supérieur à $2R_1$?

Correction

Q-1) La boucle impose $\underline{S} = \underline{H}\underline{V_s}$ et $\underline{V_s} = A\underline{S}$, donc $(1 - A\underline{H})\underline{S} = 0$; pour $\underline{S} \neq 0$, $A\underline{H} = 1$, soit $3 + \text{j}(x - 1/x) = A$: $x = 1$ ($f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$) et $A = 3$, c'est-à-dire $R_2 = 2R_1$ (condition de Barkhausen).

Q-2) $\underline{S}\left(3 + \text{j}x + \frac{1}{\text{j}x}\right) = A\underline{S}$; en multipliant par $\text{j}x$ et en remplaçant $\text{j}\omega$ par $\text{d}/\text{d}t$: $(RC)^2\ddot{s} + (3-A)RC\dot{s} + s = 0$.

Q-3) $A < 3$: amortissement positif, les oscillations s'éteignent (**E3**). $A > 3$: amortissement négatif, l'amplitude croît exponentiellement jusqu'à la saturation de l'ALI, qui la limite au prix d'une distorsion. Avec A à peine supérieur à 3, on obtient une sinusoïde presque pure.

Q-4) $f_0 = \dfrac{1}{2\pi RC} \approx 1{,}0\,\text{kHz}$. Avec $A = 3$ exactement, la moindre perte éteindrait l'oscillation : A légèrement supérieur à 3 assure le démarrage.

EXERCICE 13 Chaîne d'amplification d'un capteur

★★★☆☆

Le signal d'un pont de jauges de déformation (**E1**) est une tension différentielle $u_d = V_C - V_D$ de l'ordre de $25\,\mu\text{V}$, superposée à une tension de mode commun $2{,}5\,\text{V}$ identique sur les deux points C et D. On dispose d'ALI idéaux de tension de saturation $12\,\text{V}$.

Q-1) Pourquoi ne peut-on pas relier directement un voltmètre ou un amplificateur inverseur entre C et D ? Quel est l'intérêt d'intercaler deux suiveurs ?

Q-2) Les sorties des suiveurs attaquent un soustracteur : V_D est appliquée à l'entrée $(-)$ à travers R, une résistance KR relie la sortie à l'entrée $(-)$; V_C est appliquée à un pont formé de R et de KR (côté masse), dont le point milieu est relié à l'entrée $(+)$. Montrer que $v_s = K(V_C - V_D)$.

Q-3) Quel gain K faut-il pour obtenir $1\,\mathrm{V}$ en sortie ? Est-ce raisonnable avec un seul étage, compte tenu du produit gain-bande de $1\,\mathrm{MHz}$ et d'un signal de fréquence inférieure à $10\,\mathrm{Hz}$?

Correction

Q-1) Le pont a une résistance de Thévenin de l'ordre de R_0 (quelques centaines d'ohms) : un appareil de résistance d'entrée finie le perturberait, et un inverseur a une résistance d'entrée R_1 finie. De plus, on veut amplifier la différence $V_C - V_D$, pas chaque potentiel. Les suiveurs ont une résistance d'entrée infinie et une résistance de sortie nulle : ils prélèvent les tensions sans perturber le pont.

Q-2) Pont diviseur à l'entrée $(+)$: $V^+ = \dfrac{KR}{R+KR}V_C = \dfrac{K}{1+K}V_C$. Loi des nœuds en $(-)$: $V^- = \dfrac{V_D/R + v_s/(KR)}{1/R + 1/(KR)} = \dfrac{KV_D + v_s}{K+1}$. $V^+ = V^-$ donne $v_s = K(V_C - V_D)$: la tension de mode commun est éliminée.

Q-3) $K = \dfrac{1}{25\times10^{-6}} = 4\times10^4$. La bande passante serait $\dfrac{1\,\mathrm{MHz}}{4\times10^4} = 25\,\mathrm{Hz}$, suffisante pour un signal lent, mais la précision du soustracteur (appariement des résistances) et les tensions de décalage rendent préférable un gain réparti sur deux étages (amplificateur d'instrumentation).