LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

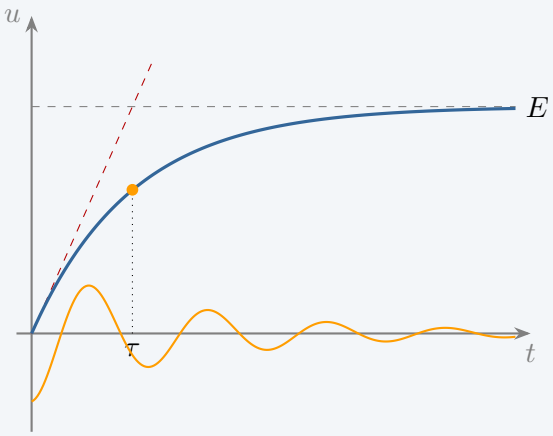
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

FICHE RÉSUMÉ

E3 ÉLECTRONIQUE

Régime transitoire des circuits du premier et du second ordre

Échelon et conditions initiales — Circuits RC et RL — Méthode d'Euler — Oscillateur harmonique LC — Circuit RLC et facteur de qualité — Portrait de phase



« *Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit.*

— Gaston Bachelard, *La Formation de l'esprit scientifique* (1938)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Circuit RC ou RL : premier ordre »

E3 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Soumis à un échelon, un circuit passe d'un régime permanent à un autre par un **régime transitoire** dont la durée est fixée par ses constantes caractéristiques : $\tau = RC$ ou L/R au premier ordre, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et Q au second ordre. Les conditions initiales se déduisent de la **continuité de u_C et de i_L** (énergie stockée continue). Selon la valeur de Q par rapport à $1/2$, le circuit RLC revient à l'équilibre de façon apériodique, critique ou pseudo-périodique, l'énergie étant dissipée par effet Joule.

I Échelon, régimes et conditions initiales

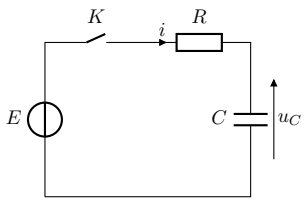
Définition — Échelon, régime transitoire, régime permanent R

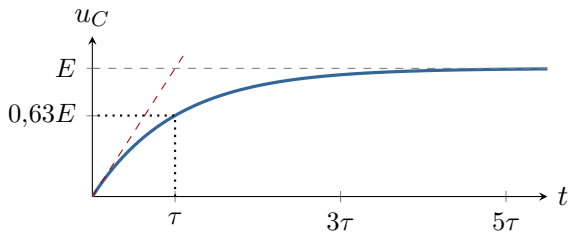
Échelon de tension d'amplitude E : $e(t) = 0$ pour $t < 0$, $e(t) = E$ pour $t > 0$ (fermeture d'un interrupteur sur une source continue). Le **régime transitoire** est la phase d'évolution qui suit ; le **régime permanent** est atteint lorsque les grandeurs ne varient plus. En régime permanent continu : condensateur = **interrupteur ouvert**, bobine idéale = **fil**.

☞ Méthode — Déterminer les conditions initiales M

1. Étudier le circuit pour $t < 0$ (en général en régime permanent continu).
2. Écrire la **continuité** : $u_C(0^+) = u_C(0^-)$ (donc q continue) et $i_L(0^+) = i_L(0^-)$.
3. En déduire les autres grandeurs à $t = 0^+$ (i_C, u_L, u_R…, qui peuvent être discontinues) par les lois de Kirchhoff.

II Circuits du premier ordre : RC et RL





Charge d'un condensateur R D

Maille $u_C + Ri = E$, $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$; solution homogène + particulière, puis $u_C(0^+) = 0$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau} \quad \tau = RC \qquad u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) \qquad i(t) = \frac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

☞ Méthode — Écrire directement la solution d'un premier ordre M

Pour une excitation constante après $t = 0$, toute grandeur x d'un circuit du premier ordre vérifie

$$x(t) = x_\infty + \big(x(0^+) - x_\infty\big)\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

x_∞ : régime permanent (C ouvert, L fil) ; $x(0^+)$: continuités ; $\tau = R_{\text{éq}}C$ ou $L/R_{\text{éq}}$, avec $R_{\text{éq}}$ la résistance vue par C ou L, sources éteintes.

Situation (x_∞)	τ	Condition initiale	Solution
Charge RC ($u_C \to E$)	RC	$u_C(0^+) = 0$	$u_C = E(1-\mathrm{e}^{-t/\tau}),\quad i = \frac{E}{R}\mathrm{e}^{-t/\tau}$
Décharge RC ($u_C \to 0$)	RC	$u_C(0^+) = E$	$u_C = E\mathrm{e}^{-t/\tau},\quad i = -\frac{E}{R}\mathrm{e}^{-t/\tau}$
Établissement RL ($i \to E/R$)	L/R	$i(0^+) = 0$	$i = \frac{E}{R}(1-\mathrm{e}^{-t/\tau}),\quad u_L = E\mathrm{e}^{-t/\tau}$
Rupture RL ($i \to 0$)	L/R	$i(0^+) = E/R$	$i = \frac{E}{R}\mathrm{e}^{-t/\tau},\ u_L = -E\mathrm{e}^{-t/\tau}$

Lecture de τ et bilan énergétique R D

- À $t = \tau$: 63 % de la variation totale ; la tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau$; temps de montée $10\,\% \to 90\,\%$: $t_m = \tau \ln 9 \approx 2{,}2\tau$; 95 % à 3τ, 99 % à $4{,}6\tau$: **le transitoire dure quelques** τ ($\approx 5\tau$).
- Bilan (on multiplie la loi des mailles par i, puis on intègre) : $Ei = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big(\tfrac{1}{2}Cu_C^2\big) + Ri^2$. Le générateur fournit $W_g = CE^2$: **la moitié** est stockée dans C, **l'autre moitié** dissipée par effet Joule, quelle que soit R. Lors d'une décharge, toute l'énergie $\frac{1}{2}CE^2$ (ou $\frac{1}{2}LI^2$) est dissipée dans R.

Méthode d'Euler (activité numérique) M

Pour $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \dfrac{e(t)-u}{\tau}$ discrétisée au pas h ($t_k = kh$) : $\quad u_{k+1} = u_k + \dfrac{h}{\tau}\big(e(t_k) - u_k\big)$. Choisir $h \ll \tau$ (instabilité si $h > 2\tau$) ; comparer à la solution exacte pour un échelon.

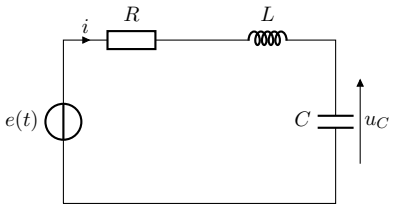
III Second ordre : oscillateur LC et circuit RLC série

Définition — Forme canonique R

Loi des mailles $u_C + Ri + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = e(t)$ avec $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$:

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 e(t)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$



Notations équivalentes : $\ddot{q} + 2\alpha\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$ avec $\alpha = \dfrac{R}{2L} = \dfrac{\omega_0}{2Q}$; facteur d'amortissement $\sigma = \dfrac{\alpha}{\omega_0} = \dfrac{1}{2Q}$.

Oscillateur harmonique (circuit LC, $R = 0$) R D

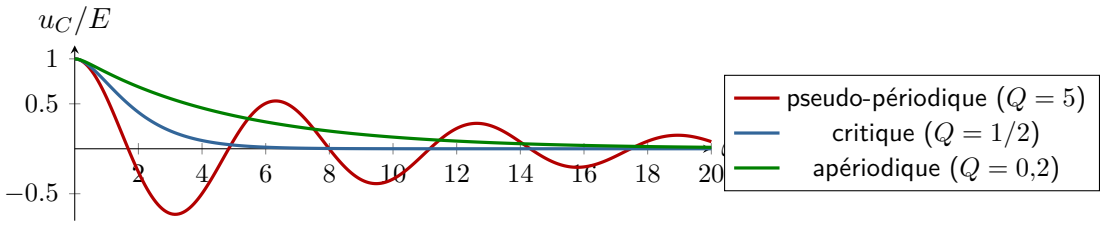
$\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0$: $u(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t = U_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$, constantes fixées par $u(0)$ et $\dot{u}(0) = i(0)/C$. Période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, indépendante des conditions initiales (**isochronisme**). L'énergie $\frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2$ se **conserve** et s'échange entre C et L à la pulsation $2\omega_0$.

★ À retenir

Équation caractéristique $r^2 + \dfrac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$, $\quad \Delta = \omega_0^2\left(\dfrac{1}{Q^2} - 4\right)$ $\quad$ (ou $\Delta' = \alpha^2 - \omega_0^2$)

Régime libre	Condition	Solution	Portrait de phase
Apériodique	$Q < \frac{1}{2}$	$u = Ae^{r_+ t} + Be^{r_- t}$ $\quad (r_\pm < 0)$	convergence sans enroulement
Critique	$Q = \frac{1}{2}$	$u = (A + Bt)\,e^{-\omega_0 t}$	retour le plus rapide sans dépassement
Pseudo-périodique	$Q > \frac{1}{2}$	$u = e^{-t/\tau}(A\cos\Omega t + B\sin\Omega t)$	spirale vers l'équilibre
Harmonique ($R = 0$)	$Q \to \infty$	$u = U_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$	ellipse (cercle en $\dot{u}/\omega_0$)

Apériodique : $r_\pm = -\dfrac{\omega_0}{2Q} \pm \omega_0\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2} - 1}$. Pseudo-périodique : $\tau = \dfrac{2Q}{\omega_0} = \dfrac{1}{\alpha}$, $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}$, $T = \dfrac{2\pi}{\Omega} > T_0$. Réponse à un échelon E : on ajoute la solution particulière $u_C = E$ **avant** d'appliquer les conditions initiales.



Régime libre du RLC série avec $u_C(0) = E$, $i(0) = 0$.

Décrément logarithmique et bilan d'énergie R D

$$\delta = \ln\frac{u(t)}{u(t+T)} = \frac{1}{n}\ln\frac{u(t)}{u(t+nT)} = \frac{T}{\tau} = \alpha T \approx \frac{\pi}{Q} \quad (Q \gg 1)$$

Environ Q oscillations visibles (amplitude divisée par $e^\pi \approx 23$ au bout de Q pseudo-périodes). Bilan : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2\right) = -Ri^2 \le 0$: l'énergie totale décroît par effet Joule.

IV Analogie électromécanique et portrait de phase

Électrique	q	$i = \dot{q}$	L	$1/C$	R	$e(t)$	$\frac{1}{2}Li^2$, $\frac{q^2}{2C}$
Mécanique	x	$v = \dot{x}$	m	k	λ (frottement)	$F(t)$	$\frac{1}{2}mv^2$, $\frac{1}{2}kx^2$

$L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = e(t) \;\leftrightarrow\; m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + kx = F(t)$; $\quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC} \leftrightarrow \sqrt{k/m}$; $\quad Q = L\omega_0/R \leftrightarrow m\omega_0/\lambda$

Définition — Portrait de phase R

Courbe $(x, \dot{x}/\omega_0)$ paramétrée par t, une par condition initiale, parcourue dans le sens **horaire**. Fermée $\Leftrightarrow$ **périodique** (pas de dissipation) ; **spirale** $\Leftrightarrow$ pseudo-périodique ($\sim Q$ tours, vers l'équilibre stable) ; sans enroulement $\Leftrightarrow$ apériodique ou critique.

Ordres de grandeur

$R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 100\,\mathrm{nF}$: $\tau = 0{,}1\,\mathrm{ms}$, transitoire $\approx 0{,}5\,\mathrm{ms}$. $L = 10\,\mathrm{mH}$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$: $\omega_0 = 1\times10^4\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $f_0 \approx 1{,}6\,\mathrm{kHz}$; avec $R = 10\,\Omega$, $Q = 10$: une dizaine d'oscillations visibles. Résistance critique $R_c = 2\sqrt{L/C} = 200\,\Omega$.

V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Étudier un régime transitoire M

1. Conditions initiales ($t = 0^-$ puis continuités) et régime permanent final ($t \to \infty$).
2. Loi des mailles (ou des nœuds) $\to$ équation différentielle mise sous forme **canonique** ; identifier τ, ou ω_0 et Q ; vérifier l'homogénéité.
3. Solution = solution homogène (selon le régime) + solution particulière (constante) ; **puis** constantes par les conditions initiales.
4. Contrôler la limite $t \to \infty$ et faire, si demandé, le bilan énergétique (multiplier par i, intégrer).

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Appliquer les conditions initiales à la solution **complète**, pas à la seule solution homogène.
- Ce sont u_C et i_L qui sont continus ; i_C et u_L peuvent sauter (ex. $i(0^+) = E/R$ dans la charge RC).
- Ne pas confondre ω_0 et la pseudo-pulsation Ω quand Q est proche de $1/2$.
- La lecture « $63\,\%$ » ou par la tangente ne vaut que pour une exponentielle unique (premier ordre).
- Ouverture brutale d'un circuit inductif : $u_L = L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ devient énorme (étincelle) ; protection par diode de roue libre.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je sais déterminer conditions initiales et régime permanent par continuité de u_C et i_L.
- ☐ Je sais établir et résoudre l'équation d'un circuit RC ou RL, et écrire directement $x_\infty + (x(0^+) - x_\infty)\mathrm{e}^{-t/\tau}$.
- ☐ Je sais lire τ sur un relevé et faire le bilan énergétique de la charge d'un condensateur.
- ☐ Je sais écrire la méthode d'Euler pour une équation du premier ordre.
- ☐ Je sais mettre l'équation du RLC sous forme canonique et exprimer ω_0 et Q.
- ☐ Je reconnais les trois régimes (courbe ou portrait de phase) et j'exploite T et δ pour trouver Q.
- ☐ J'utilise l'analogie électromécanique.