LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

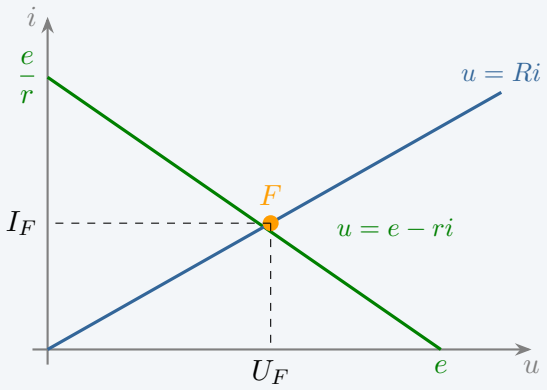
Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

E2

ÉLECTRONIQUE

Éléments de circuits linéaires

Résistor, condensateur, bobine — Associations et ponts diviseurs — Sources, modèles de Thévenin et de Norton — Point de fonctionnement — Résistances d'entrée et de sortie



« *On fait la science avec des faits, comme on fait une maison avec des pierres ; mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison.*

— Henri Poincaré, *La Science et l'Hypothèse* (1902)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Générateur réel et point de fonctionnement »

E2 — Circuits linéaires

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Classer un dipôle (passif ou actif, linéaire, symétrique) à partir de sa caractéristique ; déterminer un point de fonctionnement.
- Connaître les relations courant-tension du résistor, du condensateur et de la bobine, leurs ordres de grandeur et leur comportement en régime continu.
- Établir les énergies stockées $\frac{1}{2}Cu^2$ et $\frac{1}{2}Li^2$ et en déduire la continuité de u_C et de i_L.
- Associer des dipôles en série et en parallèle ; utiliser les ponts diviseurs de tension et de courant.
- Modéliser un générateur réel (Thévenin, Norton) et passer d'un modèle à l'autre ; étudier l'adaptation en puissance.
- Résoudre un réseau par la loi des nœuds en termes de potentiels, la superposition ou le théorème de Thévenin.
- Prendre en compte les résistances d'entrée et de sortie des appareils ; traiter un circuit à diode.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Générateur réel et point de fonctionnement » permet de tracer en direct les caractéristiques d'un générateur réel et d'une charge, leur point d'intersection et la puissance transférée.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

Introduction . . . 4
I Caractéristique d'un dipôle . . . 4
I.1 Caractéristique statique . . . 4
I.2 Point de fonctionnement . . . 4
II Dipôles passifs linéaires : R, C, L . . . 5
II.1 Le résistor (conducteur ohmique) . . . 5
II.2 Le condensateur . . . 6
II.3 La bobine . . . 6
II.4 Régime continu, énergie et continuité . . . 7
III Associations de dipôles et ponts diviseurs . . . 8
III.1 Associations série et parallèle . . . 8
III.2 Ponts diviseurs . . . 9
IV Dipôles actifs : sources et générateurs réels . . . 10
IV.1 Sources idéales . . . 11
IV.2 Générateurs réels : modèles de Thévenin et de Norton . . . 11
IV.3 Générateur réel et point de fonctionnement . . . 12
V Méthodes de résolution d'un réseau linéaire . . . 14
V.1 Loi des nœuds en termes de potentiels . . . 14
V.2 Superposition et théorème de Thévenin . . . 15
VI Résistances d'entrée et de sortie . . . 17
VII Un dipôle non linéaire : la diode . . . 18
VIII Synthèse . . . 19
IX Exercices d'approfondissement . . . 19

X Classiques des concours 22

Introduction

Les lois de Kirchhoff (**E1**) ne suffisent pas à résoudre un circuit : il faut encore connaître la relation entre la tension aux bornes de chaque composant et l'intensité qui le traverse. Ce chapitre présente les **modèles** des composants usuels — résistor, condensateur, bobine, sources — puis les outils qui permettent de résoudre efficacement un réseau : associations, ponts diviseurs, loi des nœuds en termes de potentiels, modèles de Thévenin et de Norton. Il se termine par la notion de point de fonctionnement et de résistances d'entrée et de sortie, essentielle en pratique expérimentale.

I Caractéristique d'un dipôle

I.1 Caractéristique statique

Définition — Caractéristique R

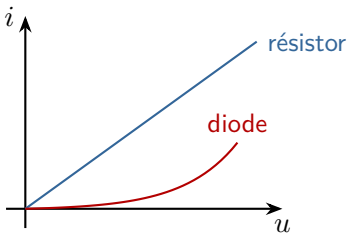
La **caractéristique statique** d'un dipôle est la courbe $i = f(u)$ (ou $u = g(i)$) qui relie l'intensité et la tension **en régime continu**, pour une convention d'orientation donnée. Elle se relève point par point à l'aide d'un voltmètre et d'un ampèremètre, ou en mode XY à l'oscilloscope.

Définition — Classification des dipôles R

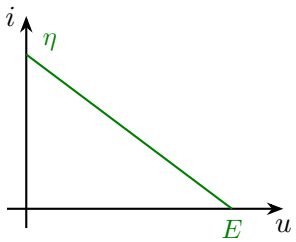
- Un dipôle est **passif** si sa caractéristique passe par l'origine ($i = 0 \Rightarrow u = 0$) ; il est **actif** sinon (il peut débiter un courant sans être alimenté).
- Il est **linéaire** si sa caractéristique est une droite ; plus généralement, en régime variable, si u et i sont reliés par une équation différentielle linéaire à coefficients constants :

$$a_0 u + a_1 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \cdots + a_n \frac{\mathrm{d}^n u}{\mathrm{d}t^n} = b_0 i + b_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \cdots + b_m \frac{\mathrm{d}^m i}{\mathrm{d}t^m}.$$

- Il est **symétrique** si sa caractéristique est symétrique par rapport à l'origine : on peut alors le brancher dans un sens ou dans l'autre.



dipôles passifs (conv. récepteur)

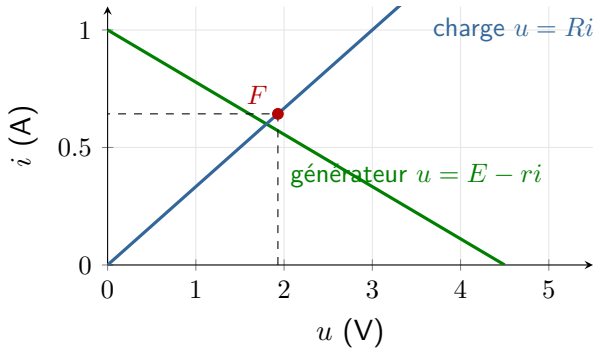


générateur (conv. générateur)

I.2 Point de fonctionnement

Point de fonctionnement R

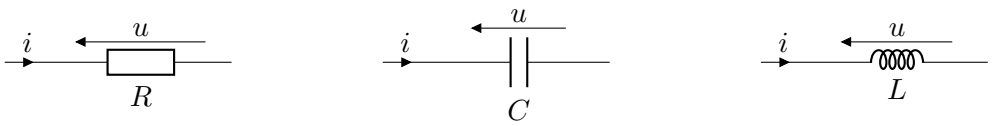
Lorsqu'on relie deux dipôles l'un à l'autre, ils partagent la même tension u et la même intensité i. Le **point de fonctionnement** $F(U_F, I_F)$ est l'**intersection** de leurs caractéristiques, tracées avec les mêmes orientations de u et i (convention générateur pour l'un, récepteur pour l'autre).



Remarque

Tout dipôle réel a un domaine de fonctionnement limité (intensité, tension et puissance maximales admissibles). Un modèle n'est valable que dans un certain domaine : la caractéristique réelle d'une pile n'est une droite que pour des courants modérés.

II Dipôles passifs linéaires : R, C, L



résistor condensateur bobine idéale

II.1 Le résistor (conducteur ohmique)

Loi d'Ohm R

En convention récepteur, un résistor de résistance R (en ohm, Ω) vérifie

$$u = R\,i \qquad \text{ou} \qquad i = G\,u$$

où $G = 1/R$ est la **conductance** (en siemens, S).

Effet Joule R

La puissance reçue par un résistor, $\mathcal{P} = u\,i = R\,i^2 = \dfrac{u^2}{R}$, est toujours positive : elle est intégralement convertie en énergie thermique. Un résistor est un récepteur pur.

Remarque

Pour un conducteur filiforme homogène de longueur ℓ, de section S et de résistivité ρ : $R = \rho\,\ell/S$. Deux cas limites sont utiles : le **fil** ($R = 0$, $u = 0$ quel que soit i) et l'**interrupteur ouvert** ($R \to \infty$, $i = 0$ quel que soit u).

II.2 Le condensateur

Un condensateur est formé de deux armatures conductrices séparées par un isolant (diélectrique). Les armatures portent des charges opposées q et $-q$. En convention récepteur, on note q la charge de l'armature par laquelle entre le courant i.

Relations du condensateur R

$$q = C\,u \qquad\qquad i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

où $C > 0$ est la **capacité**, en farad (F).

Remarque

Pour un condensateur plan d'armatures de surface S séparées par une épaisseur e de vide, $C = \varepsilon_0 S/e$ avec $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$. Pour $S = 1\,\mathrm{cm^2}$ et $e = 1\,\mathrm{mm}$, $C \approx 1\,\mathrm{pF}$: le farad est une unité énorme. Remplir l'espace entre les armatures d'un isolant de permittivité relative ε_r multiplie la capacité par ε_r.

Remarque

Un condensateur réel laisse passer un très faible courant à travers son isolant : on le modélise par un condensateur idéal en parallèle avec une **résistance de fuite** R_f, de l'ordre du mégaohm ou plus. Le constructeur indique aussi la tension maximale admissible et, pour les condensateurs électrochimiques, la polarité à respecter.

II.3 La bobine

Une bobine est un enroulement de fil conducteur, éventuellement autour d'un noyau de fer. Un courant variable y crée un champ magnétique variable qui induit une tension (phénomène d'auto-induction, étudié en seconde période).

Relation de la bobine R

En convention récepteur, une bobine d'inductance L (en henry, H) et de résistance interne r vérifie

$$u = r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

La bobine **idéale** correspond à $r = 0$: $u = L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$. Une bobine réelle se modélise donc par une bobine idéale en série avec un résistor r.

Remarque

Pour une bobine à air, L est une constante. Un noyau de fer augmente fortement l'inductance, mais L dépend alors de l'intensité : le modèle linéaire n'est valable que pour des courants assez faibles.

Ordres de grandeur

R : de $1\,\Omega$ à $10\,\mathrm{M\Omega}$; C : du pF au mF (supercondensateurs : jusqu'à quelques milliers de farads, sous quelques volts) ; L : du µH à $1\,\mathrm{H}$; résistance interne d'une bobine de TP : de l'ordre de $10\,\Omega$.

II.4 Régime continu, énergie et continuité

Régime continu R

En régime continu (permanent), toutes les grandeurs sont constantes, donc $\mathrm{d}/\mathrm{d}t = 0$:

- le condensateur est parcouru par un courant nul : il se comporte comme un **interrupteur ouvert** ;
- la bobine idéale a une tension nulle à ses bornes : elle se comporte comme un **fil** (une bobine réelle comme sa résistance r).

Énergies stockées R

Un condensateur et une bobine idéale ne dissipent pas d'énergie : ils la **stockent** (sous forme électrique et magnétique respectivement) et peuvent la restituer.

$$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{q^2}{2C} \qquad \mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2$$

Démonstration D. La puissance reçue par le condensateur en convention récepteur est $\mathcal{P} = u\,i = Cu\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right)$. De même, pour la bobine idéale, $\mathcal{P} = Li\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$. La puissance reçue est donc la dérivée d'une fonction d'état : l'énergie stockée.

Continuité R

La puissance reçue par un composant réel est nécessairement finie ; l'énergie stockée est donc une fonction **continue** du temps. On en déduit :

la tension u_C aux bornes d'un condensateur et l'intensité i_L traversant une bobine sont des fonctions continues du temps.

En revanche, l'intensité i_C dans un condensateur et la tension u_L aux bornes d'une bobine peuvent être discontinues.

✗ Attention, erreurs fréquentes

Ouvrir brutalement un circuit contenant une bobine parcourue par un courant impose $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ très grand : une surtension apparaît et peut provoquer une étincelle aux bornes de l'interrupteur. C'est le principe de l'allumage des moteurs à essence ; c'est aussi pourquoi on protège les bobines de relais par une diode de roue libre.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 Condensateurs et bobines ✦✧✧✧✧

Q-1) Une tension aux bornes d'un condensateur de $10\,\mu\mathrm{F}$ croît linéairement de $5\,\mathrm{V}$ en $1\,\mathrm{ms}$. Calculer le courant qui le traverse.

Q-2) Calculer l'énergie stockée dans un condensateur de $100\,\mu\mathrm{F}$ chargé sous $12\,\mathrm{V}$, puis dans une bobine de $0{,}2\,\mathrm{H}$ parcourue par $0{,}5\,\mathrm{A}$.

Q-3) Le flash d'un appareil photo restitue l'énergie d'un condensateur de $150\,\mu\mathrm{F}$ chargé sous $300\,\mathrm{V}$ en $1\,\mathrm{ms}$. Calculer la puissance moyenne de l'éclair.

Correction

Q-1) $i = C\dfrac{\Delta u}{\Delta t} = 1\times10^{-5}\times\dfrac{5}{1\times10^{-3}} = 50\,\text{mA}.$

Q-2) $\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}\times1\times10^{-4}\times144 = 7{,}2\,\text{mJ}$; $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}\times0{,}2\times0{,}25 = 25\,\text{mJ}.$

Q-3) $\mathcal{E} = \frac{1}{2}\times1{,}5\times10^{-4}\times9\times10^{4} = 6{,}75\,\text{J}$; $\mathcal{P} = \mathcal{E}/\Delta t \approx 7\,\text{kW}$: le condensateur permet de libérer en peu de temps une énergie accumulée lentement par une pile.

EXERCICE 2 — Caractéristique dynamique d'un condensateur ✦✦✧✧✧

Un condensateur de capacité C est soumis à la tension $u(t) = U_m\cos(\omega t)$.

Q-1) Exprimer $i(t)$ en convention récepteur.

Q-2) Montrer que le point de coordonnées (u, i) décrit une ellipse dont on précisera les demi-axes. Qu'observe-t-on en mode XY à l'oscilloscope ?

Q-3) Quelle est la caractéristique statique de ce dipôle ? Conclure.

Correction

Q-1) $i = C\,\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = -C\omega U_m\sin(\omega t).$

Q-2) $\left(\dfrac{u}{U_m}\right)^2 + \left(\dfrac{i}{C\omega U_m}\right)^2 = \cos^2+\sin^2 = 1$: ellipse de demi-axes U_m et $C\omega U_m$, que l'on visualise en mode XY (en mesurant i par la tension aux bornes d'un petit résistor en série).

Q-3) En régime continu, $i = 0$: la caractéristique statique est l'axe des u. La **caractéristique dynamique** dépend du régime ; pour un résistor seulement, les deux sont confondues.

III Associations de dipôles et ponts diviseurs

III.1 Associations série et parallèle

Définition — Série, parallèle R

Des dipôles sont en **série** lorsqu'ils sont parcourus par le **même courant** (ils appartiennent à la même branche). Ils sont en **parallèle** (en dérivation) lorsqu'ils sont soumis à la **même tension** (ils sont branchés entre les deux mêmes nœuds).

★ À retenir

	Série (même courant)	**Parallèle** (même tension)
Résistors	$R_{\text{éq}} = \sum_k R_k$	$\dfrac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_k \dfrac{1}{R_k}$ $\quad (G_{\text{éq}} = \sum_k G_k)$
Condensateurs	$\dfrac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum_k \dfrac{1}{C_k}$	$C_{\text{éq}} = \sum_k C_k$
Bobines idéales	$L_{\text{éq}} = \sum_k L_k$	$\dfrac{1}{L_{\text{éq}}} = \sum_k \dfrac{1}{L_k}$

Démonstrations D.

- Résistors en série : même courant i et $u = \sum u_k = \sum R_k i = \left(\sum R_k\right) i$.
- Résistors en parallèle : même tension u et $i = \sum i_k = \sum u/R_k = u \sum (1/R_k)$.
- Condensateurs en série : même courant i et $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \sum \dfrac{\mathrm{d}u_k}{\mathrm{d}t} = \sum \dfrac{i}{C_k}$, d'où $\dfrac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum \dfrac{1}{C_k}$.
- Condensateurs en parallèle : même tension et $i = \sum C_k \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$; les bobines se traitent de même.

✗ Attention, erreurs fréquentes

Pour deux résistors en parallèle, $R_{\text{éq}} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (« produit sur somme »). Cette formule ne se généralise **pas** à trois résistors ! Par ailleurs, $R_{\text{éq}}$ en parallèle est toujours inférieure à la plus petite des résistances.

III.2 Ponts diviseurs

Diviseur de tension R

Pour des résistors **en série**, parcourus par le même courant (aucun courant n'est prélevé entre eux), soumis à la tension totale u :

$$u_k = \frac{R_k}{\sum_j R_j} u \qquad \text{soit pour deux résistors : } u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

Diviseur de courant R

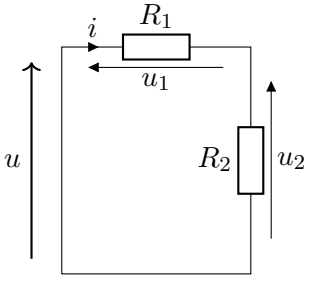
Pour des résistors **en parallèle**, soumis à la même tension, alimentés par le courant total i :

$$i_k = \frac{G_k}{\sum_j G_j} i \qquad \text{soit pour deux résistors : } i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

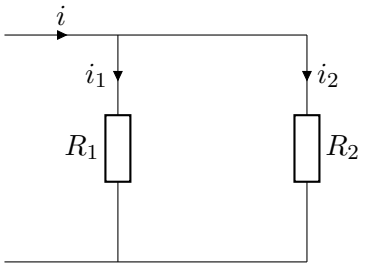
Démonstration D. Diviseur de tension : $i = u/\sum R_j$ et $u_k = R_k i$. Diviseur de courant : $u = i/\sum G_j$ et $i_k = G_k u$.

Remarque

Si $R_1 = R_2$, la tension (ou le courant) se partage en deux moitiés égales. D'où deux méthodes de mesure en TP : la méthode de la **demi-tension** (pour les résistances élevées) et la méthode du **demi-courant** (pour les faibles résistances), où l'on règle une résistance étalonnée jusqu'à obtenir la moitié de la grandeur initiale.



diviseur de tension



diviseur de courant

✗ Attention, erreurs fréquentes

La formule du diviseur de tension suppose que **le même courant** traverse R_1 et R_2. Elle devient fausse si l'on branche une charge R_L aux bornes de R_2, sauf à remplacer R_2 par $R_2 \parallel R_L$. Attention aussi au « piège des indices » dans le diviseur de courant : c'est l'**autre** résistance qui apparaît au numérateur.

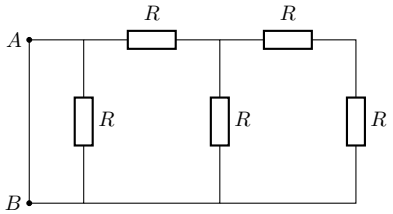
☞ Exercices d'application

EXERCICE 3 Résistances équivalentes

✦✧✧✧✧

Q-1) Calculer sans calculatrice la résistance équivalente de $2\,\mathrm{k\Omega}$ et $3\,\mathrm{k\Omega}$ en série, puis en parallèle ; de n résistors identiques en parallèle ; de $R(1+a)$ en parallèle avec $R(1-a)$.

Q-2) Déterminer la résistance équivalente R_{AB} du réseau ci-contre, où tous les résistors valent R.



Correction

Q-1) $5\,\mathrm{k\Omega}$; $\dfrac{2\times 3}{2+3} = 1{,}2\,\mathrm{k\Omega}$; R/n ; $\dfrac{R^2(1-a^2)}{2R} = \dfrac{R(1-a^2)}{2}$.

Q-2) On réduit de la droite vers la gauche : $R+R=2R$ en parallèle avec R donne $\dfrac{2R}{3}$; en série avec R : $\dfrac{5R}{3}$; en parallèle avec R : $R_{AB} = \dfrac{(5R/3)R}{5R/3+R} = \dfrac{5R}{8}$.

EXERCICE 4 Diviseur de tension chargé

✦✧✧✧✧

Un pont diviseur est formé de $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ et $R_2 = 4\,\mathrm{k\Omega}$, alimentés sous $E = 12\,\mathrm{V}$.

Q-1) Calculer la tension U_2 aux bornes de R_2 à vide.

Q-2) On branche une charge $R_L = 4\,\mathrm{k\Omega}$ en parallèle sur R_2. Calculer la nouvelle valeur de U_2. Commenter.

Q-3) Un courant $I = 30\,\mathrm{mA}$ se partage entre $R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ et $R_2 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ en parallèle. Calculer I_1 et I_2.

Correction

Q-1) $U_2 = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}E = 8\,\mathrm{V}$.

Q-2) $R_2 \parallel R_L = 2\,\mathrm{k\Omega}$, donc $U_2 = \dfrac{2}{2+2}\times 12 = 6\,\mathrm{V}$: la charge « tire » la tension vers le bas. Le diviseur n'est fidèle qu'à vide, ou si $R_L \gg R_2$.

Q-3) $I_1 = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}I = 20\,\mathrm{mA}$ et $I_2 = 10\,\mathrm{mA}$: le courant passe préférentiellement par la plus petite résistance.

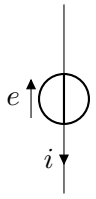
IV Dipôles actifs : sources et générateurs réels

IV.1 Sources idéales

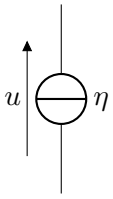
Définition — Sources idéales R

- Une **source idéale de tension** impose la tension $u = e$ à ses bornes quelle que soit l'intensité qu'elle débite ; e est sa **force électromotrice** (f.é.m.).
- Une **source idéale de courant** impose l'intensité $i = \eta$ quelle que soit la tension à ses bornes ; η est son **courant électromoteur** (c.é.m.).

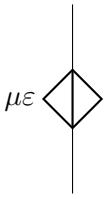
Une source est **libre** (ou indépendante) si e ou η ne dépend d'aucune grandeur du circuit ; elle est **liée** (ou commandée) si elle dépend d'une tension ou d'un courant du circuit, comme la source $\mu\varepsilon$ du modèle de l'amplificateur linéaire intégré (**E6**) ou le courant de collecteur $I_C = \beta I_B$ d'un transistor, commandé par son courant de base.



source de tension



source de courant



source liée

✗ Attention, erreurs fréquentes

On ne court-circuite jamais une source idéale de tension (courant infini) et on ne laisse jamais une source idéale de courant en circuit ouvert (tension infinie). Ces situations signalent les limites du modèle.

IV.2 Générateurs réels : modèles de Thévenin et de Norton

Une pile réelle voit sa tension diminuer quand elle débite : sa caractéristique est une droite de pente négative (en convention générateur), qui coupe les axes en $u = e$ (à vide, $i = 0$) et en $i = \eta$ (en court-circuit, $u = 0$).

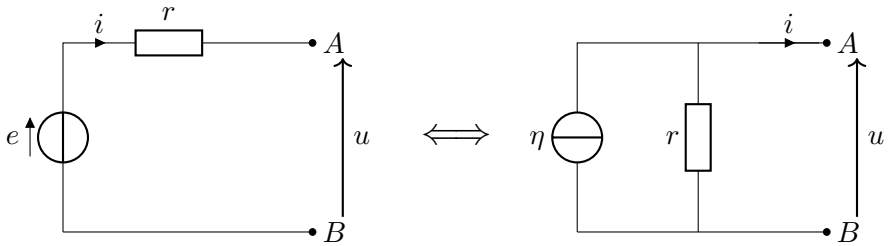
Modèles linéaires d'un générateur réel R

- **Modèle de Thévenin** : source idéale de tension e en série avec une résistance interne r : $u = e - r\,i$.
- **Modèle de Norton** : source idéale de courant η en parallèle avec une résistance r : $i = \eta - u/r$.

Les deux modèles sont **équivalents** (même caractéristique) si et seulement s'ils ont la même résistance interne r et

$$\eta = \frac{e}{r} \qquad \text{soit} \qquad e = r\,\eta$$

Démonstration D. Thévenin : $u = e - ri \iff i = \dfrac{e}{r} - \dfrac{u}{r}$. Norton : $i = \eta - \dfrac{u}{r}$. Les deux droites coïncident si et seulement si $\eta = e/r$ (même pente $-1/r$, même ordonnée à l'origine).



☞ Méthode — Associer des générateurs M

- Générateurs de Thévenin **en série** : on additionne algébriquement les f.é.m. et les résistances : $e = \sum \varepsilon_k e_k$, $r = \sum r_k$.
- Générateurs de Norton **en parallèle** : on additionne algébriquement les c.é.m. et les conductances : $\eta = \sum \varepsilon_k \eta_k$, $\dfrac{1}{r} = \sum \dfrac{1}{r_k}$.
- Association mixte : on convertit Thévenin ↔ Norton pour se ramener à l'un des deux cas. On retient : **tensions en série, courants en parallèle**.

✗ Attention, erreurs fréquentes

Deux sources idéales de tension de f.é.m. différentes ne peuvent pas être placées en parallèle (la loi des mailles imposerait $e_1 = e_2$) ; deux sources idéales de courant différentes ne peuvent pas être placées en série (la loi des nœuds imposerait $\eta_1 = \eta_2$). En pratique, de tels branchements conduisent à des courants ou des tensions très élevés qui détériorent les générateurs.

IV.3 Générateur réel et point de fonctionnement

Un générateur de Thévenin (e, r) alimente une résistance de charge R. Le point de fonctionnement vérifie à la fois $u = e - ri$ et $u = Ri$:

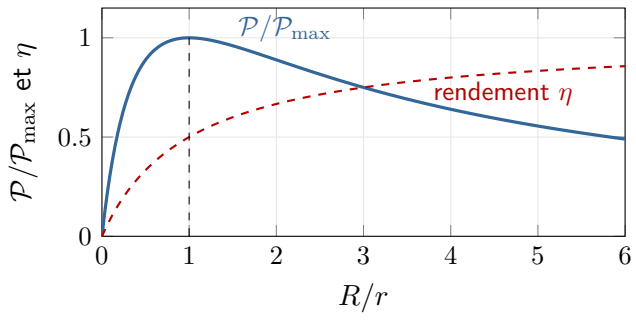
$$I_F = \frac{e}{R+r} \qquad U_F = \frac{R}{R+r}\,e$$

Graphiquement, c'est l'intersection de la droite de charge du générateur et de la caractéristique de la charge. Lorsque R augmente, F glisse vers le point à vide $(e, 0)$; lorsque R diminue, vers le point de court-circuit $(0, e/r)$.

Adaptation en puissance R

La puissance reçue par la charge, $\mathcal{P} = RI_F^2 = \dfrac{R\,e^2}{(R+r)^2}$, est maximale pour $R = r$ (charge **adaptée**) et vaut alors $\mathcal{P}_{\max} = \dfrac{e^2}{4r}$. Le rendement $\eta = \dfrac{R}{R+r}$ n'est alors que de $50\,\%$.

Démonstration D. $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}R} = e^2\dfrac{(R+r)-2R}{(R+r)^3} = e^2\dfrac{r-R}{(R+r)^3}$ s'annule pour $R = r$, est positive avant et négative après : c'est un maximum.



Remarque

La simulation PhysioNova « Générateur réel et point de fonctionnement » trace en direct les deux caractéristiques, le point F et la puissance transférée lorsqu'on fait varier e, r et R. On y vérifie le

maximum de puissance pour $R = r$.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 5 Caractériser une pile

✦✧✧✧✧

On mesure la tension aux bornes d'une pile : $U_1 = 4{,}40\,\text{V}$ lorsqu'elle débite $I_1 = 0{,}10\,\text{A}$ et $U_2 = 4{,}00\,\text{V}$ lorsqu'elle débite $I_2 = 0{,}30\,\text{A}$.

Q-1) Déterminer la f.é.m. e et la résistance interne r du modèle de Thévenin.

Q-2) Donner son modèle de Norton. Quel est le courant de court-circuit ?

Q-3) La pile alimente une ampoule de résistance $R = 8\,\Omega$. Déterminer le point de fonctionnement et la puissance reçue par l'ampoule.

Correction

Q-1) $U = e - rI$: $r = \dfrac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = 2{,}0\,\Omega$ et $e = U_1 + rI_1 = 4{,}6\,\text{V}$.

Q-2) $\eta = e/r = 2{,}3\,\text{A}$ en parallèle avec $r = 2\,\Omega$: c'est le courant de court-circuit (mais une pile réelle ne tolère pas un court-circuit prolongé).

Q-3) $I_F = \dfrac{e}{R + r} = 0{,}46\,\text{A}$, $U_F = RI_F = 3{,}68\,\text{V}$, $\mathcal{P} = U_F I_F = 1{,}7\,\text{W}$.

EXERCICE 6 Alimentation stabilisée

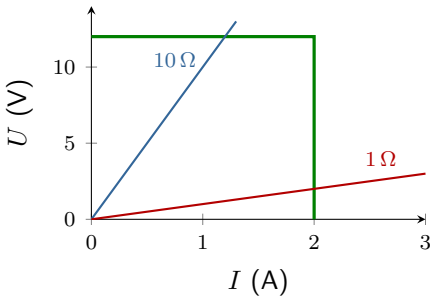
✦✦✧✧✧

Une alimentation de laboratoire possède une caractéristique à deux régimes (ci-contre) : elle impose $U_0 = 12\,\text{V}$ tant que l'intensité débitée reste inférieure à $I_0 = 2\,\text{A}$, puis impose $I = I_0$ (limitation de courant).

Q-1) Modéliser chacun des deux régimes par une source idéale.

Q-2) Déterminer le point de fonctionnement et la puissance reçue par une résistance $R = 10\,\Omega$, puis $R = 1\,\Omega$.

Q-3) Pour quelle valeur de R la puissance reçue est-elle maximale ? Que vaut-elle ?



Correction

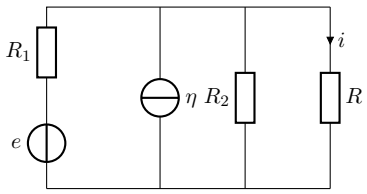
Q-1) Pour $I < I_0$: source idéale de tension U_0 ; pour $U < U_0$: source idéale de courant I_0. Un dispositif de rétroaction interne compense la résistance interne, d'où ce comportement « idéal ».

Q-2) $R = 10\,\Omega$: en régime tension, $I = U_0/R = 1{,}2\,\text{A} < I_0$: cohérent ; $\mathcal{P} = U_0^2/R = 14{,}4\,\text{W}$. $R = 1\,\Omega$: le régime tension donnerait $12\,\text{A} > I_0$, c'est donc le régime courant : $I = 2\,\text{A}$, $U = RI_0 = 2\,\text{V}$, $\mathcal{P} = RI_0^2 = 4\,\text{W}$.

Q-3) $\mathcal{P} = U_0^2/R$ croît quand R diminue tant que $R > U_0/I_0$, puis $\mathcal{P} = RI_0^2$ croît avec R pour $R < U_0/I_0$. Le maximum est atteint au coude de la caractéristique : $R = U_0/I_0 = 6\,\Omega$ et $\mathcal{P}_{\max} = U_0 I_0 = 24\,\text{W}$.

EXERCICE 7 **Transformations Thévenin-Norton successives** ✦✦✧✧✧

On donne $e = 10\,\text{V}$, $\eta = 1\,\text{A}$, $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R = 5\,\Omega$.



Q-1) Remplacer le générateur (e, R_1) par son modèle de Norton.

Q-2) En déduire le générateur de Norton équivalent à l'ensemble situé à gauche de R, puis son modèle de Thévenin.

Q-3) Calculer l'intensité i dans R et la tension à ses bornes.

Correction

Q-1) $\eta_1 = e/R_1 = 1\,\text{A}$ en parallèle avec $R_1 = 10\,\Omega$.

Q-2) Sources de courant en parallèle : $\eta_N = \eta_1 + \eta = 2\,\text{A}$; résistances en parallèle : $R_N = R_1 \parallel R_2 = 6{,}67\,\Omega$. Thévenin : $E_{\text{Th}} = R_N \eta_N = 13{,}3\,\text{V}$ en série avec R_N.

Q-3) $i = \dfrac{E_{\text{Th}}}{R_N + R} = \dfrac{13{,}3}{11{,}67} \approx 1{,}14\,\text{A}$ et $u = Ri \approx 5{,}7\,\text{V}$.

V Méthodes de résolution d'un réseau linéaire

V.1 Loi des nœuds en termes de potentiels

☞ Méthode — Loi des nœuds en termes de potentiels M

1. Choisir une masse (de préférence un nœud où arrivent beaucoup de branches) et nommer les potentiels inconnus des autres nœuds.
2. En chaque nœud inconnu N, exprimer chaque courant **arrivant** en fonction des potentiels : pour un résistor R_k relié au nœud A_k, $i_k = \dfrac{V_{A_k} - V_N}{R_k}$; une source de courant donne directement $\pm\eta_j$.
3. Écrire la loi des nœuds $\sum i_k = 0$ et résoudre.

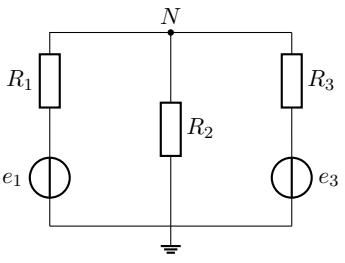
Pour des branches résistives et des sources de courant η_j arrivant en N, on obtient le **théorème de Millman** (à savoir *retrouver*, non à mémoriser) :

$$V_N = \frac{\displaystyle\sum_k \frac{V_{A_k}}{R_k} + \sum_j \eta_j}{\displaystyle\sum_k \frac{1}{R_k}}.$$

Exemple. On cherche V_N, la masse étant en bas. Loi des nœuds en N :

$$\frac{e_1 - V_N}{R_1} + \frac{0 - V_N}{R_2} + \frac{e_3 - V_N}{R_3} = 0$$

$$\Longrightarrow\ V_N = \frac{\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}.$$



Une seule équation remplace les trois équations de Kirchhoff.

V.2 Superposition et théorème de Thévenin

Superposition

Dans un réseau **linéaire** comportant plusieurs sources **libres**, toute intensité (ou tension) est la somme des intensités (tensions) obtenues lorsqu'on laisse agir chaque source seule, les autres étant **éteintes** : une source de tension éteinte est remplacée par un **fil**, une source de courant éteinte par un **interrupteur ouvert**.

✗ Attention, erreurs fréquentes

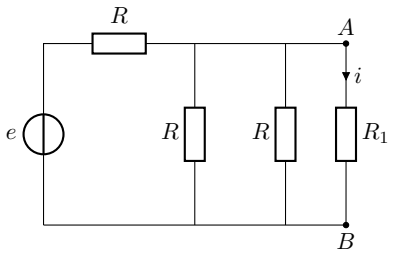
On n'éteint jamais une source **liée**. La superposition ne s'applique ni aux puissances (grandeurs quadratiques) ni aux circuits contenant des dipôles non linéaires.

Théorème de Thévenin-Norton

Tout réseau linéaire vu entre deux bornes A et B est équivalent à un générateur de Thévenin $(E_{\text{Th}}, R_{\text{Th}})$, ou à un générateur de Norton (η_N, R_{Th}), avec :

- $E_{\text{Th}} = u_{AB}$ **à vide** (aucune charge branchée entre A et B) ;
- $\eta_N =$ courant de **court-circuit** de A vers B ;
- $R_{\text{Th}} =$ résistance vue entre A et B lorsque **toutes les sources libres sont éteintes** ; on a $E_{\text{Th}} = R_{\text{Th}}\,\eta_N$.

Exemple. On cherche le courant i dans R_1. On isole R_1 et on détermine le générateur de Thévenin équivalent au reste du réseau entre A et B.



- À vide : R en série avec $R \parallel R = R/2$; diviseur de tension : $E_{\text{Th}} = e\,\dfrac{R/2}{R + R/2} = \dfrac{e}{3}$.
- Source éteinte : $R_{\text{Th}} = R \parallel R \parallel R = \dfrac{R}{3}$.

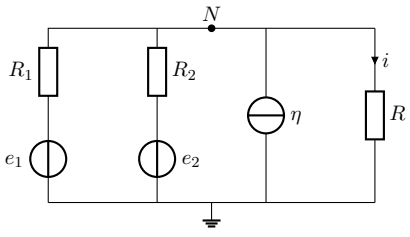
D'où $i = \dfrac{e/3}{R/3 + R_1} = \dfrac{e}{R + 3R_1}$.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 8 Potentiel d'un nœud

✦✦✧✧✧

Établir l'expression de V_N par la loi des nœuds en termes de potentiels, puis l'intensité i dans R. Application numérique : $e_1 = 12\,\text{V}$, $e_2 = 6\,\text{V}$, $R_1 = R_2 = R = 1\,\text{k}\Omega$, $\eta = 3\,\text{mA}$.



Correction

Loi des nœuds en N : $\dfrac{e_1 - V_N}{R_1} + \dfrac{e_2 - V_N}{R_2} + \eta - \dfrac{V_N}{R} = 0$, d'où $V_N = \dfrac{e_1/R_1 + e_2/R_2 + \eta}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R} = \dfrac{12 + 6 + 3}{3} = 7\,\text{V}$ (en mA et kΩ) et $i = V_N/R = 7\,\text{mA}$.

EXERCICE 9 Superposition

Un résistor $R = 40\,\Omega$ est alimenté par un générateur de tension $E = 6\,\text{V}$ de résistance interne $r = 40\,\Omega$, en parallèle avec un générateur de courant $\eta = 0{,}1\,\text{A}$ de résistance interne $r' = 40\,\Omega$.

Q-1) Calculer la tension u aux bornes de R par superposition.

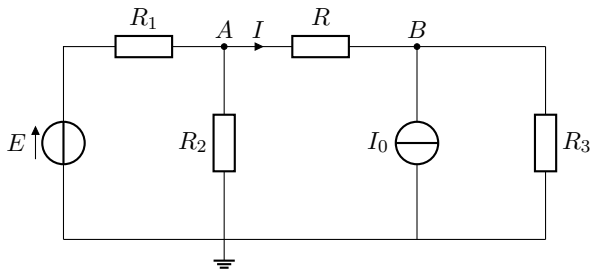
Q-2) Vérifier le résultat par la loi des nœuds en termes de potentiels.

Correction

Q-1) Source de tension seule (source de courant ouverte) : $u_1 = E\,\dfrac{r' \parallel R}{r + r' \parallel R} = E\,\dfrac{20}{60} = 2\,\text{V}$. Source de courant seule (source de tension remplacée par un fil) : $u_2 = \eta\,(r \parallel r' \parallel R) = 0{,}1 \times \dfrac{40}{3} = 1{,}33\,\text{V}$. Donc $u = u_1 + u_2 = 3{,}33\,\text{V}$.

Q-2) $u = \dfrac{E/r + \eta}{1/r + 1/r' + 1/R} = \dfrac{0{,}15 + 0{,}1}{0{,}075} = 3{,}33\,\text{V}$.

EXERCICE 10 Un même réseau, trois méthodes



On cherche l'intensité I dans le résistor R. Données : $E = 12\,\text{V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 2\,\text{k}\Omega$, $R = 1\,\text{k}\Omega$, $I_0 = 1\,\text{mA}$.

Q-1) **Transformations de générateurs.** Remplacer l'ensemble (E, R_1, R_2) par un générateur de Thévenin vu de A, et l'ensemble (I_0, R_3) par un générateur de Thévenin vu de B. En déduire I.

Q-2) **Potentiels.** Écrire la loi des nœuds en termes de potentiels en A et en B et retrouver I.

Q-3) **Superposition.** Retrouver I en faisant agir successivement E seule puis I_0 seule.

Q-4) Quelle méthode vous paraît la plus efficace ici ?

Correction

Q-1) Vu de A (diviseur de tension et sources éteintes) : $E_1 = \dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2} = 6\,\text{V}$ et $r_1 = R_1 \parallel R_2 = 1\,\text{k}\Omega$. Vu de B : I_0 en parallèle avec R_3 équivaut à une f.é.m. $R_3 I_0 = 2\,\text{V}$ (pôle + côté B) en série avec R_3. Loi des mailles :

$$I = \frac{E_1 - R_3 I_0}{r_1 + R + R_3} = \frac{R_2 E - R_3(R_1 + R_2) I_0}{R_1 R_2 + (R + R_3)(R_1 + R_2)} = \frac{6 - 2}{1 + 1 + 2} = 1\,\text{mA}.$$

Q-2) En A : $\dfrac{E - V_A}{R_1} - \dfrac{V_A}{R_2} - \dfrac{V_A - V_B}{R} = 0$; en B : $\dfrac{V_A - V_B}{R} + I_0 - \dfrac{V_B}{R_3} = 0$. Numériquement (en V, mA, kΩ) : $6 - 2V_A + V_B = 0$ et $V_A - 1{,}5V_B + 1 = 0$, d'où $V_A = 5\,\text{V}$, $V_B = 4\,\text{V}$ et $I = (V_A - V_B)/R = 1\,\text{mA}$.

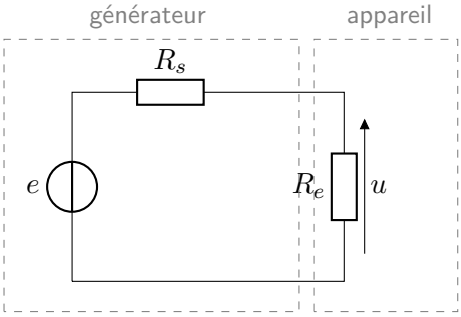
Q-3) E seule (I_0 ouverte) : $I' = \dfrac{E_1}{r_1 + R + R_3} = 1{,}5\,\text{mA}$. I_0 seule (E remplacée par un fil) : I_0 se partage entre R_3 et la branche $R + r_1 = 2\,\text{k}\Omega$, et $I'' = -\dfrac{R_3}{R_3 + R + r_1} I_0 = -0{,}5\,\text{mA}$ (orienté de B vers A). Donc $I = I' + I'' = 1\,\text{mA}$.

Q-4) Les trois méthodes donnent évidemment le même résultat. Les transformations de générateurs sont ici les plus rapides car on cherche une seule intensité ; la loi des nœuds en potentiels est la plus systématique quand on cherche plusieurs grandeurs.

VI Résistances d'entrée et de sortie

Définition — Résistances d'entrée et de sortie R

- La **résistance d'entrée** R_e d'un appareil (ou d'un étage) est la résistance équivalente qu'il présente au circuit qui l'alimente : $R_e = u_e / i_e$.
- La **résistance de sortie** R_s d'un générateur (ou d'un étage) est la résistance de Thévenin du générateur équivalent vu par la charge.



$$u = \frac{R_e}{R_e + R_s}\, e \approx e \quad \text{si } R_e \gg R_s.$$

Conséquences pratiques R

- Un **voltmètre** doit avoir une résistance d'entrée très grande devant les résistances du circuit (multimètre : $R_e \approx 10\,\text{M}\Omega$; oscilloscope : $1\,\text{M}\Omega$).
- Un **ampèremètre** doit avoir une résistance d'entrée très faible devant celles du circuit.
- Un générateur de tension délivre une tension peu dépendante de la charge si sa résistance de sortie est faible devant la résistance de la charge (GBF : $R_s = 50\,\Omega$).

☞ Méthode — Mesurer la résistance de sortie d'un générateur M

On mesure la tension à vide $u_0 = e$, puis on branche une résistance variable R et on la règle jusqu'à obtenir $u = u_0/2$: alors $R = R_s$ (méthode de la **demi-tension**). La même méthode, avec une résistance en série à l'entrée d'un appareil, donne sa résistance d'entrée.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 11 Influence d'un voltmètre ✦✦✧✧✧

On mesure la tension aux bornes de R_2 dans un pont diviseur ($e = 10\,\text{V}$, $R_1 = R_2 = R$) avec un voltmètre de résistance d'entrée $R_V = 10\,\text{M}\Omega$.

Q-1) Exprimer la tension mesurée u_{mes}.

Q-2) Calculer l'erreur relative pour $R = 1\,\text{k}\Omega$ puis pour $R = 1\,\text{M}\Omega$. Conclure.

Correction

Q-1) R_2 est remplacée par $R' = \dfrac{RR_V}{R+R_V}$, d'où $u_{\text{mes}} = e\,\dfrac{R'}{R+R'}$. Sans voltmètre, $u = e/2$.

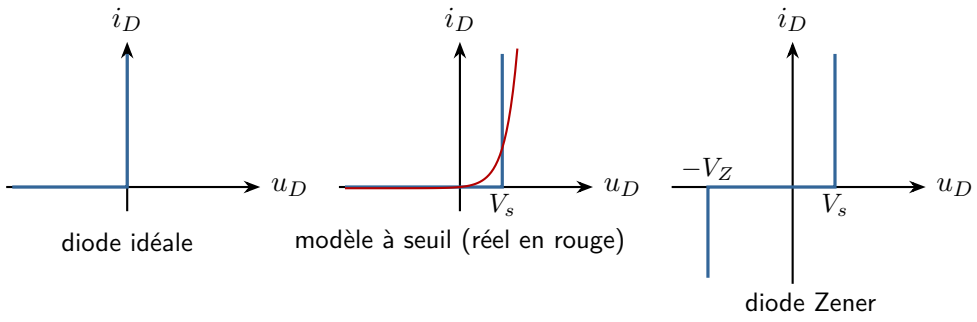
Q-2) Pour $R \ll R_V$, l'erreur relative vaut $\dfrac{u-u_{\text{mes}}}{u} \approx \dfrac{R}{2R_V}$: 5×10^{-5} pour $R = 1\,\text{k}\Omega$ (négligeable). Pour $R = 1\,\text{M}\Omega$: $R' = 0{,}909\,\text{M}\Omega$, $u_{\text{mes}} = 4{,}76\,\text{V}$, soit $4{,}8\,\%$ d'erreur. Un voltmètre perturbe peu la mesure si $R_V \gg R_{\text{Th}}$ du circuit étudié.

VII Un dipôle non linéaire : la diode

Définition — Diode à jonction

Une diode ne laisse passer le courant que dans un sens, de l'anode vers la cathode (sens de la flèche du symbole). Sa caractéristique est fortement non linéaire ; on la remplace par des modèles linéaires **par morceaux** :

- **diode idéale** : interrupteur fermé ($u_D = 0$) si $i_D > 0$, ouvert ($i_D = 0$) si $u_D < 0$;
- **diode à seuil** : passante avec $u_D = V_s \approx 0{,}6\,\text{V}$ (silicium) si $i_D > 0$, bloquée si $u_D < V_s$;
- **diode Zener** : comme la précédente en direct, mais elle conduit en inverse sous la tension $-V_Z$ (régulation de tension).



☞ Méthode — Résoudre un circuit à diode M

1. Faire une **hypothèse** sur l'état de la diode (passante ou bloquée).
2. Résoudre le circuit linéaire correspondant.
3. **Vérifier** la cohérence : $i_D > 0$ si elle est supposée passante, $u_D < V_s$ si elle est supposée bloquée. Sinon, changer d'hypothèse.

Le point de fonctionnement peut aussi être déterminé graphiquement, à l'intersection de la caractéristique de la diode et de la droite de charge du générateur.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 12 **Point de fonctionnement d'une diode** ✦✦✧✧✧

Une diode modélisée par $i = 0$ si $u < U_s = 0{,}6\,\text{V}$, et $u = U_s + r_d i$ sinon ($r_d = 2\,\Omega$), est alimentée dans le sens passant par un générateur ($E = 6\,\text{V},\ r = 10\,\Omega$).

Q-1) Déterminer le point de fonctionnement par le calcul, puis l'interpréter graphiquement.

Q-2) Que se passe-t-il si l'on inverse la diode ?

Correction

Q-1) Hypothèse : diode passante. $E - ri = U_s + r_d i$ donne $i = \dfrac{E - U_s}{r + r_d} = 0{,}45\,\text{A} > 0$ et $u = U_s + r_d i = 1{,}5\,\text{V} > U_s$: hypothèse vérifiée. Graphiquement, c'est l'intersection de la droite de charge $u = E - ri$ avec la demi-droite $u = U_s + r_d i$.

Q-2) Diode bloquée : $i = 0$ et $u_D = -E = -6\,\text{V}$; la droite de charge coupe la caractéristique sur l'axe $i = 0$.

VIII Synthèse

★ À retenir

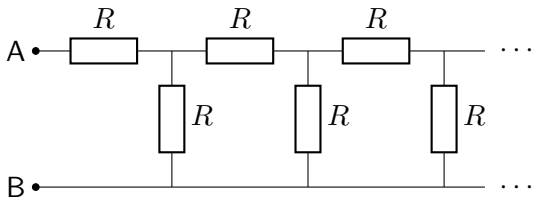
- Convention récepteur : $u = Ri$; $i = C\,\mathrm{d}u/\mathrm{d}t$; $u = ri + L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$.
- Énergies : $\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu^2$, $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2$; u_C et i_L sont continus ; effet Joule $\mathcal{P} = Ri^2 \geq 0$.
- Régime continu : condensateur = interrupteur ouvert ; bobine idéale = fil.
- Série : R et L s'ajoutent, $1/C$ s'ajoutent ; parallèle : $1/R$ et $1/L$ s'ajoutent, C s'ajoutent.
- Diviseur de tension $u_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}u$ (à vide) ; diviseur de courant $i_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2}i$.
- Thévenin $(e, r) \Leftrightarrow$ Norton $(\eta = e/r,\ r)$; point de fonctionnement $I_F = \frac{e}{R+r}$; puissance maximale pour $R = r$.
- Loi des nœuds en potentiels (Millman) ; superposition (sources libres seulement) ; Thévenin : E_{Th} à vide, R_{Th} sources éteintes.
- Voltmètre : R_e très grande ; ampèremètre : R_e très faible ; générateur de tension : R_s faible.

✗ Attention, erreurs fréquentes

Erreurs classiques : appliquer un diviseur de tension à des résistors qui ne sont pas parcourus par le même courant ; éteindre une source liée ; additionner des puissances par superposition ; oublier de vérifier l'hypothèse sur l'état d'une diode ; écrire la continuité de i_C ou de u_L.

IX Exercices d'approfondissement

EXERCICE 13 Réseau en échelle infini



Le réseau est constitué d'une infinité de cellules identiques (une résistance R en série suivie d'une résistance R en parallèle).

Q-1) Justifier que le réseau vu après la première cellule a la même résistance $R_{\text{éq}}$ que le réseau complet.

Q-2) En déduire $R_{\text{éq}}$ entre A et B.

Q-3) On applique U entre A et B. Montrer que la tension est multipliée par un facteur constant d'une cellule à la suivante, et calculer ce facteur.

Correction

Q-1) Retirer une cellule à un réseau infini laisse un réseau infini identique.

Q-2) $R_{\text{éq}} = R + \dfrac{R\,R_{\text{éq}}}{R + R_{\text{éq}}}$, soit $R_{\text{éq}}^2 - R R_{\text{éq}} - R^2 = 0$, dont la racine positive est $R_{\text{éq}} = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} R \approx 1{,}618\,R$ (le nombre d'or). On rejette la racine négative, non physique.

Q-3) La tension aux bornes du premier R vertical est donnée par un diviseur de tension entre R et $R \parallel R_{\text{éq}} = R_{\text{éq}} - R$: $U_1 = \dfrac{R_{\text{éq}} - R}{R_{\text{éq}}} U = \left(1 - \dfrac{2}{1+\sqrt{5}}\right) U = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} U \approx 0{,}38\,U$. Le même facteur s'applique de cellule en cellule : la tension décroît géométriquement (modèle d'un câble à pertes ou d'une fibre nerveuse).

EXERCICE 14 Linéarisation d'une thermistance

Une thermistance CTN a pour résistance $R_T = R_\infty \exp(a/T)$ avec $a = 3500\,\text{K}$ et $R_T(T_0 = 298\,\text{K}) = 10\,\text{k}\Omega$.

Q-1) Calculer R_∞, puis R_T à $273\,\text{K}$ et à $323\,\text{K}$. La loi $R_T(T)$ est-elle linéaire ?

Q-2) On place un résistor R_p en parallèle sur la thermistance. Montrer que la résistance équivalente $R_{\text{éq}}(T)$ présente un point d'inflexion en T_0 si $R_p = R_T(T_0)\,\dfrac{a - 2T_0}{a + 2T_0}$. Calculer R_p et commenter.

Correction

Q-1) $R_\infty = R_T(T_0)\,\mathrm{e}^{-a/T_0} = 7{,}9 \times 10^{-2}\,\Omega$; $R_T(273\,\text{K}) = 29\,\text{k}\Omega$; $R_T(323\,\text{K}) = 4{,}0\,\text{k}\Omega$: la loi est fortement non linéaire.

Q-2) On pose $x = R_T/R_p$: $R_{\text{éq}} = \dfrac{R_p\,x}{1+x}$ et $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}T} = -\dfrac{a}{T^2}x$. Alors $\dfrac{\mathrm{d}R_{\text{éq}}}{\mathrm{d}T} = -\dfrac{a R_p}{T^2}\dfrac{x}{(1+x)^2}$. En dérivant une seconde fois et en annulant le résultat en T_0 on obtient $\dfrac{2}{T_0} = \dfrac{a}{T_0^2}\dfrac{1-x_0}{1+x_0}$, d'où $x_0 = \dfrac{a+2T_0}{a-2T_0}$, soit la relation demandée. Numériquement, $R_p = 10 \times \dfrac{3500 - 596}{3500 + 596} = 7{,}1\,\text{k}\Omega$. Au voisinage de T_0, $R_{\text{éq}}$ varie alors linéairement avec T : le capteur est linéarisé, au prix d'une sensibilité réduite.

EXERCICE 15 Écrêtage par diodes

★★☆☆☆

Une source $e(t) = e_m \cos \omega t$ ($e_m = 5\,\text{V}$) alimente un résistor $R = 1\,\text{k}\Omega$ en série avec une diode à seuil ($V_s = 0{,}6\,\text{V}$). On note u la tension aux bornes de la diode (convention récepteur).

Q-1) Déterminer u et i selon le signe de $e - V_s$.

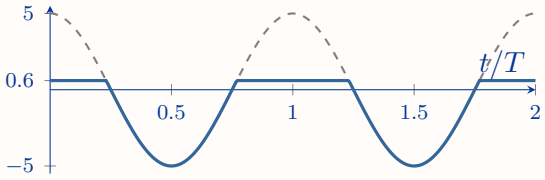
Q-2) Tracer l'allure de $e(t)$ et $u(t)$. Quelle est l'intensité maximale ?

Q-3) On remplace la diode par deux diodes Zener identiques ($V_Z = 3{,}5\,\text{V}$, $V_s = 0{,}6\,\text{V}$) en série tête-bêche. Montrer que $|u|$ est limitée à $V_Z + V_s$ et justifier le nom d'écrêteur symétrique.

Correction

Q-1) Si $e < V_s$: diode bloquée, $i = 0$ et $u = e$. Si $e > V_s$: diode passante, $u = V_s$ et $i = \dfrac{e - V_s}{R} > 0$ (cohérent).

Q-2) $u(t)$ suit $e(t)$ tant que $e < 0{,}6\,\text{V}$ et est écrêtée à $0{,}6\,\text{V}$ au-delà. $i_{\max} = \dfrac{e_m - V_s}{R} = 4{,}4\,\text{mA}$.



Q-3) Pour $u > 0$, l'une des diodes est en direct (tension V_s) et l'autre ne conduit en inverse (tension V_Z) que si u atteint $V_Z + V_s = 4{,}1\,\text{V}$; même raisonnement pour $u < 0$. Ainsi $|u| \leq 4{,}1\,\text{V}$: les deux alternances sont écrêtées au même niveau.

EXERCICE 16 Pont non équilibré et transformation triangle-étoile

★★★☆☆

On admet le théorème de Kennelly : un triangle de résistances R_{AB}, R_{BC}, R_{CA} est équivalent à une étoile de centre O de résistances $R_A = \dfrac{R_{AB}R_{CA}}{\Sigma}$, $R_B = \dfrac{R_{AB}R_{BC}}{\Sigma}$, $R_C = \dfrac{R_{BC}R_{CA}}{\Sigma}$, avec $\Sigma = R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}$. Un pont de Wheatstone comporte $R_1 = R_2 = 100\,\Omega$ (branche supérieure), $R_3 = 100\,\Omega$, $R_4 = 200\,\Omega$ (branche inférieure) et une résistance $R_5 = 100\,\Omega$ entre les points milieux.

Q-1) Pourquoi ne peut-on pas calculer la résistance équivalente du pont par de simples associations série-parallèle ?

Q-2) En transformant le triangle supérieur (R_1, R_2, R_5) en étoile, calculer la résistance équivalente du pont entre ses bornes d'alimentation.

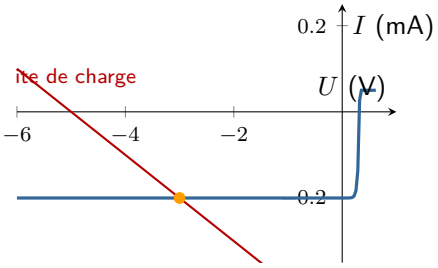
Correction

Q-1) Le pont n'étant pas équilibré ($R_1R_4 \neq R_2R_3$), R_5 est parcourue par un courant et n'est ni en série ni en parallèle avec les autres résistors.

Q-2) Triangle de trois résistances de $100\,\Omega \to$ étoile de trois résistances de $33{,}3\,\Omega$. Il reste $33{,}3 + \big[(33{,}3 + 100) \parallel (33{,}3 + 200)\big] = 33{,}3 + \dfrac{133{,}3 \times 233{,}3}{366{,}7} = 33{,}3 + 84{,}8 \approx 118\,\Omega$.

EXERCICE 17 Point de fonctionnement d'une photodiode

Une photodiode éclairée, étudiée en convention récepteur, a la caractéristique $I = I_s\left(\mathrm{e}^{U/U_T} - 1\right) - I_{\text{ph}}$, où le photocourant I_{ph} est proportionnel à l'éclairement ; ici $I_{\text{ph}} = 0{,}20\,\text{mA}$, et I_s est négligeable devant I_{ph}. On la place en série avec un résistor $R = 10\,\text{k}\Omega$ et une source idéale de f.é.m. $E = -5\,\text{V}$, de sorte que $U = E - RI$.



Q-1) Montrer que pour $U < 0$ (polarisation inverse), $I \approx -I_{\text{ph}}$. Tracer la droite de charge et déterminer graphiquement puis par le calcul le point de fonctionnement.

Q-2) Quelle est la valeur maximale de R pour que la photodiode reste polarisée en inverse ?

Q-3) Montrer que la tension aux bornes de R est alors proportionnelle à l'éclairement : la photodiode est un capteur de lumière linéaire.

Correction

Q-1) Pour $U < 0$ et $|U| \gg U_T$, $\mathrm{e}^{U/U_T} \approx 0$ et $I \approx -I_s - I_{\text{ph}} \approx -I_{\text{ph}}$: la photodiode se comporte comme une source de courant. La droite de charge $I = (E-U)/R$ coupe ce palier en $I = -0{,}20\,\text{mA}$, $U = E - RI = -5 + 2 = -3\,\text{V} < 0$: cohérent.

Q-2) Il faut $U = E + RI_{\text{ph}} < 0$, soit $R < \dfrac{|E|}{I_{\text{ph}}} = 25\,\text{k}\Omega$.

Q-3) $u_R = RI$ a pour valeur absolue RI_{ph}, proportionnelle au photocourant donc à l'éclairement, tant que $R < 25\,\text{k}\Omega$.

X Classiques des concours

EXERCICE 18 Puissance maximale transférée

Un générateur réel de f.é.m. E et de résistance interne r alimente une résistance ajustable R.

Q-1) Exprimer la puissance $\mathcal{P}(R)$ reçue par la charge et tracer son allure.

Q-2) Montrer qu'elle est maximale pour $R = r$ et calculer $\mathcal{P}_{\max}$.

Q-3) Que vaut alors le rendement $\eta = \dfrac{\mathcal{P}}{EI}$? Pourquoi n'utilise-t-on pas l'adaptation pour le réseau de distribution électrique ? Dans quels cas l'utilise-t-on ?

Q-4) On dispose de n piles identiques (E, r) et d'une charge R. Comparer les puissances reçues par la charge lorsque les piles sont toutes en série, puis toutes en parallèle. Quel groupement choisir si $R \gg r$? si $R \ll r$?

Correction

Q-1) $I = \dfrac{E}{R+r}$, donc $\mathcal{P} = \dfrac{RE^2}{(R+r)^2}$: nulle en $R = 0$, tend vers 0 quand $R \to \infty$, maximale entre les deux.

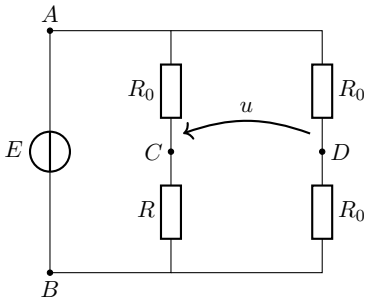
Q-2) $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}R} = E^2\dfrac{r-R}{(R+r)^3}$: maximum en $R=r$ et $\mathcal{P}_{\max} = \dfrac{E^2}{4r}$.

Q-3) $\eta = \dfrac{R}{R+r} = \dfrac{1}{2}$: la moitié de la puissance est perdue dans le générateur. Pour le transport d'énergie, on recherche un rendement proche de 1 ($R \gg r$). L'adaptation sert à transmettre le maximum de puissance d'un signal faible : antennes, haut-parleurs, câbles $50\,\Omega$.

Q-4) En série : générateur (nE, nr), $\mathcal{P}_s = \dfrac{Rn^2E^2}{(R+nr)^2}$. En parallèle : générateur $(E, r/n)$, $\mathcal{P}_p = \dfrac{RE^2}{(R+r/n)^2} = \dfrac{Rn^2E^2}{(nR+r)^2}$. Ainsi $\mathcal{P}_s > \mathcal{P}_p \iff R+nr < nR+r \iff R > r$: groupement série si $R \gg r$, parallèle si $R \ll r$.

EXERCICE 19 Sonde de température en pont

Un pont est alimenté par une source idéale E. Trois résistors valent R_0 ; le quatrième est une sonde au platine de résistance $R = R_0(1+\alpha\theta)$, où θ est la température en °C et $\alpha = 3{,}9\times10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$.



Q-1) Exprimer V_C et V_D (masse en B), puis la tension de déséquilibre $u = V_C - V_D$.

Q-2) À quelle condition le pont est-il équilibré ?

Q-3) Montrer que, pour $\alpha\theta \ll 1$, $u \approx \dfrac{E\alpha\theta}{4}$. Calculer la sensibilité $\mathrm{d}u/\mathrm{d}\theta$ pour $E = 5\,\mathrm{V}$.

Q-4) On mesure u avec un voltmètre de résistance R_V. Déterminer le générateur de Thévenin équivalent vu entre C et D et préciser la condition sur R_V pour que la mesure soit fidèle.

Correction

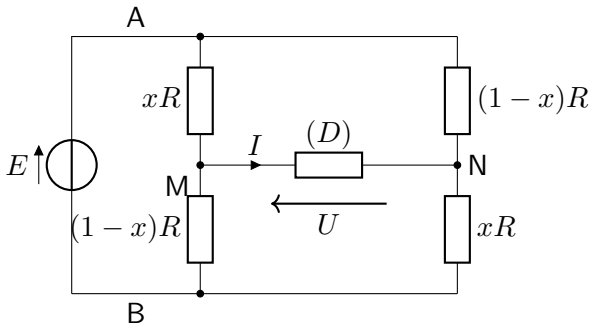
Q-1) Diviseurs de tension : $V_C = E\dfrac{R}{R_0+R}$ et $V_D = \dfrac{E}{2}$, d'où $u = E\left(\dfrac{R}{R_0+R} - \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{E}{2}\dfrac{R-R_0}{R+R_0}$.

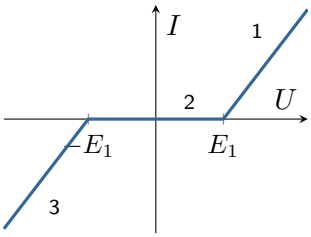
Q-2) $u = 0$ pour $R = R_0$, soit $\theta = 0\,°\mathrm{C}$.

Q-3) $u = \dfrac{E}{2}\dfrac{\alpha\theta}{2+\alpha\theta} \approx \dfrac{E\alpha\theta}{4}$; sensibilité $\dfrac{E\alpha}{4} \approx 4{,}9\,\mathrm{mV}\cdot\mathrm{K}^{-1}$.

Q-4) $E_{\mathrm{Th}} = u$ (tension à vide). Source éteinte (A relié à B) : $R_{\mathrm{Th}} = (R_0 \parallel R) + (R_0 \parallel R_0) \approx R_0$. Le voltmètre mesure $u\dfrac{R_V}{R_V + R_{\mathrm{Th}}}$: il faut $R_V \gg R_0$.

EXERCICE 20 Étude d'un électrolyseur





Deux potentiomètres de résistance totale R sont branchés en parallèle sur une source idéale de f.é.m. E ; leurs curseurs M et N découpent les résistances en xR et $(1-x)R$ ($0 \leq x \leq 1$). Un électrolyseur (D) est branché entre M et N ($U = V_M - V_N$, convention récepteur). Sa caractéristique comporte trois régimes : $I = 0$ pour $|U| < E_1$ (régime 2) ; $U = E_1 + R_1 I$ avec $I > 0$ (régime 1) ; $U = -E_1 + R_1 I$ avec $I < 0$ (régime 3). Données : $E = 4{,}0\,\text{V}$, $R = 10\,\Omega$, $E_1 = 2{,}0\,\text{V}$, $R_1 = 2{,}0\,\Omega$.

Q-1) L'électrolyseur est-il un dipôle passif ? symétrique ? linéaire ?

Q-2) **Régime 2.** Exprimer U en fonction de x et E. En déduire l'intervalle de x pour lequel ce régime existe.

Q-3) Déterminer le générateur de Thévenin équivalent au réseau vu des bornes M et N ; montrer que $R_{\text{Th}} = 2x(1-x)R$.

Q-4) **Régimes 1 et 3.** Exprimer I en fonction de x et préciser les conditions sur x.

Q-5) Calculer I pour $x = 0$ et $x = 0{,}1$. Pour $x = 0$, quelle puissance l'électrolyseur reçoit-il ? Quelle part est convertie en énergie chimique ?

Q-6) Tracer l'allure de I en fonction de x sur $[0, 1]$.

Correction

Q-1) Passif : sa caractéristique passe par l'origine. Symétrique : elle est impaire. Non linéaire : ce n'est pas une droite.

Q-2) $I = 0$: (D) est équivalent à un interrupteur ouvert. Diviseurs de tension (par rapport à B) : $V_M = (1-x)E$ et $V_N = xE$, donc $U = (1-2x)E$. La condition $|U| < E_1$ s'écrit $|1-2x| < \dfrac{E_1}{E} = \dfrac{1}{2}$, soit $\dfrac{1}{4} < x < \dfrac{3}{4}$.

Q-3) $E_{\text{Th}} = U_{\text{à vide}} = (1-2x)E$. Source éteinte (A relié à B) : M est relié à la masse par $xR \parallel (1-x)R = x(1-x)R$, de même pour N, d'où $R_{\text{Th}} = 2x(1-x)R$.

Q-4) Régime 1 : $(1-2x)E = E_1 + \big(R_1 + 2x(1-x)R\big)I$, d'où $I = \dfrac{(1-2x)E - E_1}{R_1 + 2x(1-x)R}$, positif si $x < \frac{1}{4}$. Régime 3 : $I = \dfrac{(1-2x)E + E_1}{R_1 + 2x(1-x)R}$, négatif si $x > \frac{3}{4}$.

Q-5) $x = 0$: $I = \dfrac{4-2}{2} = 1{,}0\,\text{A}$; $x = 0{,}1$: $I = \dfrac{3{,}2-2}{2+1{,}8} = 0{,}32\,\text{A}$. Pour $x = 0$: $U = 4\,\text{V}$, $\mathcal{P} = UI = 4\,\text{W}$, dont $E_1 I = 2\,\text{W}$ convertis en énergie chimique et $R_1 I^2 = 2\,\text{W}$ dissipés par effet Joule.

Q-6) I décroît de $1\,\text{A}$ ($x = 0$) à 0 ($x = \frac{1}{4}$), reste nul jusqu'à $x = \frac{3}{4}$, puis décroît jusqu'à $-1\,\text{A}$ ($x = 1$) ; la courbe est symétrique par rapport au point $(\frac{1}{2}, 0)$. On peut inverser le sens de l'électrolyse en déplaçant les curseurs.