LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MPSI — Physique-chimie
Année 2026-2027

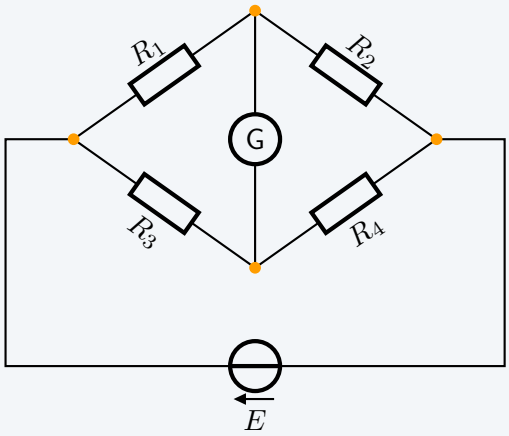
E1

ÉLECTRONIQUE

Lois générales dans le cadre de l'ARQP

Charge et courant — Potentiel et tension — Approximation des régimes quasi-permanents — Lois de Kirchhoff — Puissance électrique — Pont de Wheatstone

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$



« *Lorsque vous pouvez mesurer ce dont vous parlez et l'exprimer par des nombres, vous savez quelque chose de votre sujet.*

— Lord Kelvin, conférence *Electrical Units of Measurement* (1883)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Pont de Wheatstone »

E1 — Lois générales (ARQP)

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Définir l'intensité comme un débit de charge et la tension comme une différence de potentiel ; connaître les ordres de grandeur usuels.
- Énoncer la condition de validité de l'approximation des régimes quasi-permanents (ARQP) et l'appliquer à un circuit donné.
- Énoncer et justifier la loi des nœuds (conservation de la charge) et la loi des mailles (existence du potentiel).
- Choisir une convention d'orientation et exprimer la puissance reçue ou fournie par un dipôle ; identifier un comportement générateur ou récepteur.
- Brancher correctement voltmètre, ampèremètre et oscilloscope (problème des masses).
- Établir la condition d'équilibre d'un pont de Wheatstone et l'exploiter pour une mesure.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Pont de Wheatstone » permet de faire varier les quatre résistances du pont et d'observer en direct le courant dans le galvanomètre et la condition d'équilibre.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

Introduction . . . 3
I Charge et courant électriques . . . 3
I.1 La charge électrique . . . 3
I.2 Intensité du courant électrique . . . 3
I.3 Aspect microscopique : densité de courant . . . 4
II Potentiel et tension électriques . . . 5
II.1 Potentiel et tension . . . 5
II.2 Mesurer une intensité et une tension . . . 7
III L'approximation des régimes quasi-permanents (ARQP) . . . 7
III.1 Position du problème . . . 7
III.2 Condition de validité . . . 8
IV Lois de Kirchhoff . . . 9
IV.1 Vocabulaire des réseaux . . . 9
IV.2 Loi des nœuds . . . 10
IV.3 Loi des mailles . . . 10
IV.4 Nombre d'équations indépendantes . . . 11
V Dipôles, conventions et puissance . . . 12
V.1 Conventions d'orientation . . . 12
V.2 Deux dipôles idéaux : le fil et l'interrupteur . . . 13
V.3 Puissance électrique reçue . . . 13
VI Application : le pont de Wheatstone . . . 15
VII Synthèse . . . 16
VIII Exercices d'approfondissement . . . 17
IX Classiques des concours . . . 19

Introduction

L'électrocinétique étudie le mouvement d'ensemble des porteurs de charge dans les circuits électriques. Plutôt que de suivre chaque électron, on décrit le circuit à l'aide de deux grandeurs macroscopiques mesurables : l'**intensité du courant** dans chaque branche et la **tension** entre deux points. Ce premier chapitre pose le cadre de travail de toute l'électronique de première année : l'**approximation des régimes quasi-permanents** (ARQP, aussi appelée ARQS), dans laquelle s'appliquent les deux lois de Kirchhoff, et le bilan d'énergie à travers la notion de puissance électrique.

On distingue souvent deux usages de l'électricité : l'**électronique**, qui met en jeu de faibles puissances mais transporte et traite beaucoup d'*information* (capteurs, ordinateurs, télécommunications), et l'**électrotechnique**, qui transporte et convertit beaucoup d'*énergie* (réseau électrique, moteurs). Les lois établies ici valent pour les deux.

I Charge et courant électriques

I.1 La charge électrique

La **charge électrique** q, mesurée en coulomb (C), est une grandeur scalaire algébrique qui caractérise la façon dont une particule est sensible à l'interaction électromagnétique. Deux charges de même signe se repoussent, deux charges de signes opposés s'attirent.

Propriétés fondamentales de la charge R

- **Quantification** : toute charge observable est un multiple entier de la charge élémentaire $e = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$: $q = n\,e$ avec $n \in \mathbb{Z}$. L'électron porte $-e$, le proton $+e$.
- **Conservation** : la charge totale d'un système isolé est constante. La charge ne peut ni être créée ni être détruite ; elle ne peut qu'être transportée.
- **Extensivité** : la charge d'un système est la somme des charges de ses parties.

Les **porteurs de charge mobiles** dépendent du milieu :

- dans les métaux, ce sont les **électrons libres** (de conduction), de charge $-e$;
- dans les solutions électrolytiques, ce sont les **ions** (cations et anions) ;
- dans les semi-conducteurs, ce sont les électrons et les **trous** (lacunes d'électrons, de charge $+e$).

> **Remarque**
>
> Un courant usuel met en jeu un nombre colossal de porteurs (environ 10^{19} électrons par seconde pour $1\,\mathrm{A}$). À l'échelle macroscopique, la quantification est imperceptible : on traite la charge comme une grandeur **continue**, ce qui autorise l'emploi de dérivées et d'intégrales.

I.2 Intensité du courant électrique

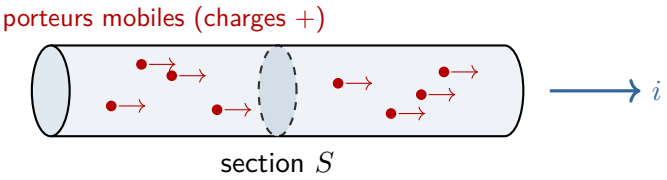
Un **courant électrique** est un déplacement d'ensemble ordonné de porteurs de charge. Pour le quantifier, on oriente le conducteur (flèche sur le fil) et on compte la charge qui traverse une section dans le sens de l'orientation.

Définition — Intensité du courant R

L'intensité $i(t)$ du courant dans un conducteur orienté est le **débit de charge** à travers une section S du conducteur :

$$i(t) = \frac{\delta q}{\mathrm{d}t}$$

où δq est la charge algébrique qui traverse S dans le sens de l'orientation entre t et $t + \mathrm{d}t$. Unité : l'ampère, $1\,\mathrm{A} = 1\,\mathrm{C}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ (unité de base du Système international).



✗ Attention, erreurs fréquentes

L'intensité est une grandeur **algébrique** : son signe dépend du sens d'orientation choisi. Si $i < 0$, le courant réel (déplacement des charges positives) circule en sens inverse de la flèche. Dans un métal, les électrons se déplacent en sens inverse du courant.

Pour un courant constant I, la charge qui traverse une section pendant Δt vaut $Q = I\,\Delta t$. Plus généralement, $Q = \int_{t_1}^{t_2} i(t)\,\mathrm{d}t$. C'est ainsi que l'on exprime la capacité d'une batterie en **ampère-heure** : $1\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{C}$.

Ordres de grandeur

Électronique de signal (capteurs, circuits intégrés)	du µA au mA
Appareils domestiques	de 0,1 A à 10 A (disjoncteur 16 A ou 20 A)
Démarreur de voiture, motrice de TGV	de 100 A à 1 kA
Foudre	de 10 kA à 100 kA
Diode électroluminescente (LED)	environ 10 mA
Seuil de perception par le corps humain	environ 1 mA
Seuil de danger (tétanisation)	environ 30 mA (d'où les disjoncteurs différentiels)

I.3 Aspect microscopique : densité de courant

Définition — Vecteur densité de courant

Un conducteur contient n porteurs mobiles de charge q par unité de volume, animés d'une vitesse d'ensemble (vitesse de dérive) $\vec{v}$. Le **vecteur densité volumique de courant** est $\vec{j} = nq\,\vec{v}$ (en $\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-2}$). L'intensité à travers une surface orientée S est le flux de $\vec{j}$:

$$i = \iint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \qquad \text{soit} \qquad i = n\,q\,v\,S \text{ pour un fil de section } S \text{ et } \vec{j} \text{ uniforme.}$$

Pour un métal où chaque atome libère p électrons, la densité de porteurs se déduit de la masse volumique μ et de la masse molaire M : $n = \dfrac{p\,\mu\,N_A}{M}$.

Justification D. Pendant $\mathrm{d}t$, les porteurs qui traversent S sont ceux contenus dans le cylindre de base S et de longueur $v\,\mathrm{d}t$. Ils sont au nombre de $nSv\,\mathrm{d}t$ et transportent la charge $\delta q = nqSv\,\mathrm{d}t$, d'où $i = \delta q/\mathrm{d}t = nqvS$.

Ordres de grandeur

Le cuivre possède environ un électron libre par atome, soit $n \approx 8{,}5 \times 10^{28}\,\mathrm{m^{-3}}$. Pour $I = 10\,\mathrm{A}$ dans un fil de $2{,}5\,\mathrm{mm^2}$, la vitesse de dérive vaut $v = \dfrac{I}{neS} \approx 0{,}3\,\mathrm{mm \cdot s^{-1}}$: les électrons avancent à la vitesse d'un escargot ! Ce qui se propage presque à la vitesse de la lumière, c'est le **signal** électromagnétique qui met en mouvement simultanément tous les électrons du circuit.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 — Compter les électrons ✦✧✧✧✧

Q-1) Un courant constant de $2\,\mathrm{mA}$ circule pendant $3\,\mathrm{min}$. Quelle charge a traversé une section du conducteur ? Combien d'électrons cela représente-t-il ?

Q-2) Convertir en coulombs la capacité d'une batterie de voiture de $50\,\mathrm{A \cdot h}$.

Q-3) Une batterie de téléphone de $4000\,\mathrm{mA \cdot h}$ alimente un circuit qui consomme en moyenne $250\,\mathrm{mA}$. Quelle est son autonomie ?

Correction

Q-1) $Q = I\Delta t = 2 \times 10^{-3} \times 180 = 0{,}36\,\mathrm{C}$, soit $N = Q/e = 2{,}2 \times 10^{18}$ électrons.

Q-2) $Q = 50 \times 3600 = 1{,}8 \times 10^{5}\,\mathrm{C}$.

Q-3) $\Delta t = Q/I = 4000/250 = 16\,\mathrm{h}$.

EXERCICE 2 — Intensité d'un faisceau de particules ✦✦✧✧✧

Dans l'ancien collisionneur LEP du CERN, de circonférence $\mathcal{C} = 27\,\mathrm{km}$, circulaient $N = 2 \times 10^{12}$ électrons et autant de positons à une vitesse pratiquement égale à c, les positons tournant en sens inverse des électrons.

Q-1) Combien de fois par seconde une particule donnée passe-t-elle devant un point fixe de l'anneau ?

Q-2) En déduire l'intensité du courant associé à l'ensemble du faisceau.

Correction

Q-1) La durée d'un tour est $T = \mathcal{C}/c = 9{,}0 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}$, soit $f = 1/T \approx 1{,}1 \times 10^{4}$ passages par seconde.

Q-2) Chaque section est traversée par les N électrons à chaque tour, d'où une intensité Ne/T. Les positons, de charge opposée et tournant en sens opposé, donnent un courant **de même sens** : leurs contributions s'ajoutent. $I = \dfrac{2Ne}{T} = \dfrac{2Nec}{\mathcal{C}} \approx 7\,\mathrm{mA}$.

II Potentiel et tension électriques

II.1 Potentiel et tension

Définition — Potentiel et tension R

À chaque point A d'un circuit, on associe un **potentiel électrique** V_A (en volt, V), défini à une constante additive près. La **tension** entre A et B est la différence de potentiel :

$$u_{AB} = V_A - V_B$$

On la représente sur un schéma par une **flèche dirigée de B vers A** (la pointe vers le premier indice).



Propriétés de la tension R

- La tension est **antisymétrique** : $u_{BA} = -u_{AB}$.
- Elle est **additive** (relation de Chasles) : $u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$ quel que soit le point B.
- Seules les tensions sont mesurables (voltmètre, oscilloscope) ; un potentiel n'a de sens qu'une fois choisie une **référence**.

Remarque

Analogie hydraulique. Le potentiel joue pour les charges le rôle de l'altitude pour l'eau : une charge q au potentiel V possède l'énergie potentielle qV, et les charges positives « descendent » spontanément vers les potentiels faibles, comme l'eau d'une rivière s'écoule vers l'aval. Le générateur joue le rôle d'une pompe qui remonte les charges vers les potentiels élevés ; la tension est l'analogue d'une *différence* d'altitude, seule grandeur ayant un sens physique.

Définition — Masse et terre

La **masse** d'un circuit est le point choisi comme référence des potentiels : $V_{\text{masse}} = 0$. La **terre** est la masse reliée physiquement au sol (prise de terre de l'installation électrique), pour des raisons de sécurité. La masse d'un oscilloscope ou d'un générateur de laboratoire est généralement reliée à la terre.

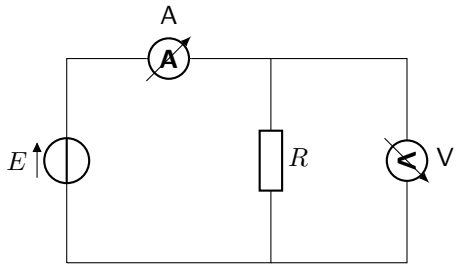
Ordres de grandeur

Signal d'un capteur ou d'un électrocardiogramme : du µV au mV ; potentiel d'action d'un neurone : environ $70\,\mathrm{mV}$; pile : $1{,}5\,\mathrm{V}$; alimentation USB : $5\,\mathrm{V}$; circuits électroniques : $5\,\mathrm{V}$ à $15\,\mathrm{V}$; batterie de voiture : $12\,\mathrm{V}$; réseau domestique : $230\,\mathrm{V}$ efficaces ; lignes de transport : $225\,\mathrm{kV}$ à $400\,\mathrm{kV}$; nuage orageux–sol : $10^8\,\mathrm{V}$.

II.2 Mesurer une intensité et une tension

☞ Méthode — Brancher un appareil de mesure M

- Un **voltmètre** se branche en **dérivation** (en parallèle) entre les deux points : il affiche $u = V_{\mathrm{V}} - V_{\mathrm{COM}}$. Idéal, il ne dérive aucun courant (résistance interne infinie).
- Un **ampèremètre** se branche en **série** dans la branche : il affiche l'intensité qui entre par sa borne A (ou mA) et sort par COM. Idéal, il n'impose aucune tension (résistance interne nulle).
- Un **oscilloscope** mesure des tensions par rapport à sa masse, reliée à la terre. Les masses de tous les appareils reliés à la terre (générateur, oscilloscope) doivent être branchées **au même point** du circuit, sous peine de court-circuiter une partie du montage.



ampèremètre en série, voltmètre en parallèle

✗ Attention, erreurs fréquentes

Un ampèremètre branché en parallèle se comporte comme un court-circuit : il est parcouru par un courant intense et son fusible fond. C'est l'erreur de montage la plus fréquente en TP.

III L'approximation des régimes quasi-permanents (ARQP)

III.1 Position du problème

Lorsqu'on ferme un interrupteur, l'information « le courant passe » ne parvient pas instantanément à tous les points du circuit : elle se propage le long des conducteurs sous la forme d'une onde électromagnétique, à une célérité de l'ordre de $c = 3 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (un peu moins dans un câble). Pour un circuit de taille caractéristique L, le retard de propagation vaut $\tau = L/c$. Pendant ce retard, l'intensité peut différer d'un point à l'autre d'un même fil.

Remarque

Une image mécanique. Dans un tuyau rempli de billes jointives, pousser la première bille met en mouvement la dernière presque instantanément, alors que chaque bille n'avance que très peu. De même, dans un circuit, ce n'est pas un électron qui voyage du générateur jusqu'à la lampe : c'est la mise en mouvement de tous les électrons qui se transmet, à une vitesse proche de c. La durée de cette transmission est ce que l'ARQP néglige.

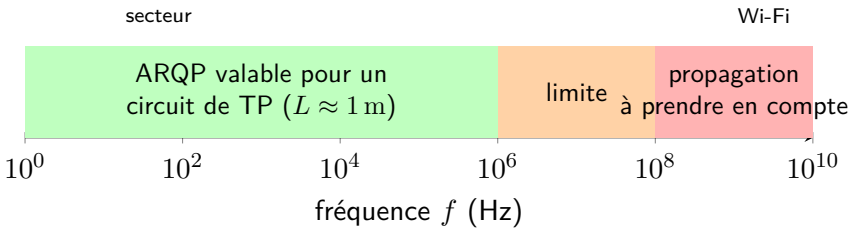
III.2 Condition de validité

Approximation des régimes quasi-permanents R

Si la durée de propagation $\tau = L/c$ est négligeable devant le temps caractéristique T des variations des grandeurs électriques (la période pour un signal sinusoïdal de fréquence f) :

$$\tau \ll T \iff L \ll cT = \frac{c}{f} = \lambda$$

on peut considérer la propagation comme instantanée. C'est l'**approximation des régimes quasi-permanents** (ARQP). Dans ce cadre, **l'intensité est la même en tout point d'une branche** et les lois de Kirchhoff s'appliquent à chaque instant.



Exemples.

- Réseau électrique, $f = 50\,\mathrm{Hz}$: $\lambda = c/f = 6000\,\mathrm{km}$; l'ARQP est valable pour tout circuit de laboratoire et même pour une ligne de quelques dizaines de kilomètres.
- Signal de $1\,\mathrm{MHz}$: $\lambda = 300\,\mathrm{m}$; l'ARQP est valable sur une paillasse.
- Un montage de TP a une taille typique $L \approx 20\,\mathrm{cm}$: l'ARQP impose $f \ll c/L = 1{,}5\,\mathrm{GHz}$, ce que vérifient largement les signaux de laboratoire (du Hz au MHz).
- Téléphonie mobile, $f = 1{,}8\,\mathrm{GHz}$: $\lambda \approx 17\,\mathrm{cm}$; l'ARQP impose une miniaturisation poussée des circuits, et il faut souvent tenir compte de la propagation (lignes de transmission, antennes).
- À l'inverse, un réseau électrique interconnecté à l'échelle d'un continent (plusieurs milliers de kilomètres) n'est plus petit devant $\lambda = 6000\,\mathrm{km}$: les effets de propagation doivent y être pris en compte, même à $50\,\mathrm{Hz}$.

Remarque

Les noms ARQP et ARQS (approximation des régimes quasi-stationnaires) désignent la même approximation. En pratique, « très petit devant » signifie un facteur 10 à 100 : on exige souvent $L < \lambda/10$. Dans toute l'électronique de MPSI, l'ARQP est supposée vérifiée.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 3 **L'ARQP est-elle valable ?** ✦✧✧✧✧

Un circuit de taille caractéristique $L = 1\,\mathrm{m}$ est alimenté par une tension de fréquence f. Calculer $\lambda = c/f$ et conclure sur la validité de l'ARQP pour :

Q-1) le réseau électrique $(50\,\mathrm{Hz})$;

Q-2) une émission radio en grandes ondes $(200\,\mathrm{kHz})$;

Q-3) un signal Wi-Fi ($2{,}4\,\mathrm{GHz}$).

Q-4) Jusqu'à quelle fréquence peut-on appliquer l'ARQP à une ligne de $100\,\mathrm{km}$ si l'on exige $L < \lambda/10$?

Correction

Q-1) $\lambda = 6000\,\mathrm{km} \gg L$: valable.
Q-2) $\lambda = 1{,}5\,\mathrm{km} \gg L$: valable.
Q-3) $\lambda = 12{,}5\,\mathrm{cm} < L$: non valable.

Q-4) $f < \dfrac{c}{10L} = 300\,\mathrm{Hz}$: le $50\,\mathrm{Hz}$ reste dans le cadre de l'ARQP, mais de justesse pour les lignes très longues.

EXERCICE 4 — Pistes d'un microprocesseur ✦✦✧✧✧

Un microprocesseur cadencé à $f = 3\,\mathrm{GHz}$ possède des pistes de longueur $\ell \approx 2\,\mathrm{cm}$, dans lesquelles les signaux se propagent à environ $2c/3$.

Q-1) Calculer la longueur d'onde dans les pistes. L'ARQP est-elle justifiée ?

Q-2) Quelle est la durée de propagation sur une piste ? La comparer à la période d'horloge.

Correction

Q-1) $\lambda = v/f = \dfrac{2\times10^{8}}{3\times10^{9}} \approx 6{,}7\,\mathrm{cm}$: ℓ n'est pas négligeable devant λ, l'ARQP est **mise en défaut**.

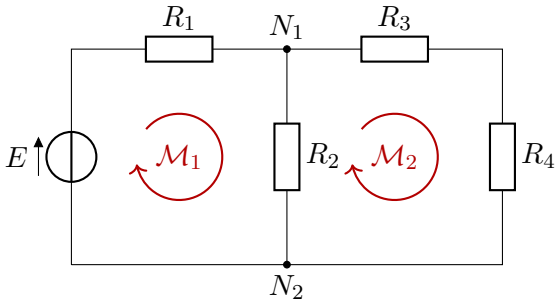
Q-2) $\tau = \ell/v = 0{,}1\,\mathrm{ns}$, à comparer à $T = 1/f = 0{,}33\,\mathrm{ns}$: le retard représente un tiers de période ! Les concepteurs doivent traiter les pistes comme des lignes de propagation.

IV Lois de Kirchhoff

IV.1 Vocabulaire des réseaux

Définition — Nœud, branche, maille R

- Un **nœud** est un point de connexion d'au moins trois conducteurs.
- Une **branche** est une portion de circuit comprise entre deux nœuds consécutifs ; elle est parcourue par un même courant (dans l'ARQP).
- Une **maille** est un ensemble de branches formant un contour fermé, que l'on parcourt sans passer deux fois par le même nœud.



Ce réseau comporte deux nœuds (N_1 et N_2), trois branches et trois mailles ($\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ et la maille extérieure), dont deux seulement sont indépendantes.

IV.2 Loi des nœuds

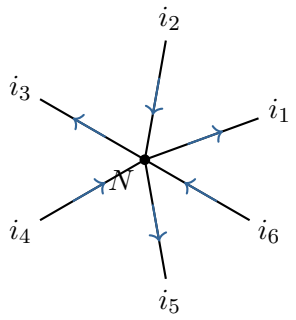
Loi des nœuds R

Dans l'ARQP, en tout nœud N :

$$\sum_k \varepsilon_k\, i_k = 0 \qquad \text{avec } \varepsilon_k = +1 \text{ si } i_k \text{ est orienté vers } N,\ \varepsilon_k = -1 \text{ sinon.}$$

Autrement dit, la somme des intensités des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme des intensités de ceux qui en partent.

Démonstration D. Considérons une petite surface fermée entourant le nœud. Pendant $\mathrm{d}t$, la charge qui y entre vaut $\mathrm{d}q = \sum \varepsilon_k i_k \,\mathrm{d}t$. En régime permanent, la charge contenue dans cette surface est constante ; par conservation de la charge, $\mathrm{d}q = 0$. Dans l'ARQP, on étend ce résultat aux régimes variables : la charge ne s'accumule pas au nœud.



$i_2 + i_4 + i_6 = i_1 + i_3 + i_5$
(flèches dirigées vers N : i_2, i_4, i_6)

Remarque

La loi des nœuds s'étend à toute surface fermée entourant une partie du circuit (« super-nœud ») : le courant total qui entre dans un dipôle ou un quadripôle est égal au courant total qui en sort. En particulier, le courant entrant par une borne d'un dipôle est égal au courant sortant par l'autre.

IV.3 Loi des mailles

Loi des mailles R

Le long d'une maille parcourue dans un sens arbitraire :

$$\sum_k \varepsilon_k\, u_k = 0 \qquad \text{avec } \varepsilon_k = +1 \text{ si la flèche de } u_k \text{ est dans le sens de parcours, } -1 \text{ sinon.}$$

Démonstration D. Notons $A_1, A_2, \ldots, A_n$ les nœuds successifs de la maille, avec $A_{n+1} = A_1$. Par définition des tensions, $\sum_{k=1}^{n} u_{A_k A_{k+1}} = \sum_{k=1}^{n} (V_{A_k} - V_{A_{k+1}}) = V_{A_1} - V_{A_{n+1}} = 0$. La loi des mailles traduit l'existence d'un potentiel : en revenant au point de départ, on retrouve le même potentiel.

☞ Méthode — Écrire une loi des mailles sans erreur de signe M

1. Choisir un sens de parcours de la maille (flèche circulaire sur le schéma).
2. Parcourir la maille : compter $+u$ pour toute flèche-tension orientée **dans** le sens de parcours, $-u$ pour toute flèche en sens contraire.

3. Égaler la somme à zéro. Vérifier sur un cas simple (par exemple une seule source et une seule résistance).

IV.4 Nombre d'équations indépendantes

Topologie d'un réseau

Un réseau à n nœuds et b branches possède b intensités inconnues. On dispose de $n-1$ lois des nœuds indépendantes et de $m = b - n + 1$ lois des mailles indépendantes, soit exactement b équations.

☞ Méthode — Résoudre un réseau par les lois de Kirchhoff M

1. Orienter arbitrairement un courant dans chaque branche et le nommer ; compter les inconnues.
2. Écrire d'abord les lois des nœuds, qui permettent d'éliminer des inconnues (on peut aussi les intégrer directement au schéma en nommant $i_1 + i_2$ le courant de la branche commune).
3. Compléter par autant de lois des mailles indépendantes que nécessaire.
4. Éliminer les inconnues inutiles par combinaison des équations.
5. Contrôler le résultat : homogénéité, cas limites (une résistance nulle ou infinie), signe des intensités.

En pratique, on réduit le nombre d'inconnues en écrivant directement la loi des nœuds sur le schéma (un courant par branche, choisi pour vérifier les lois des nœuds) ou, mieux, en raisonnant sur les potentiels des nœuds (loi des nœuds en termes de potentiels, voir **E2**).

☞ Exercices d'application

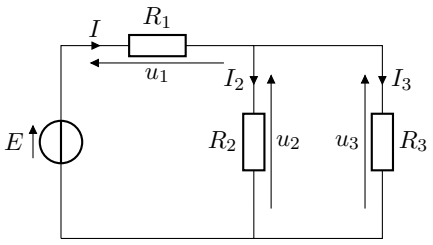
EXERCICE 5 Lois de Kirchhoff ✦✧✧✧✧

Dans le circuit ci-contre, $E = 12\,\text{V}$, $u_1 = 5\,\text{V}$, $I = 0{,}2\,\text{A}$ et $I_2 = 0{,}15\,\text{A}$.

Q-1) Déterminer I_3.

Q-2) Déterminer u_2 et u_3.

Q-3) Écrire la loi des mailles pour la maille extérieure et vérifier sa cohérence.



Correction

Q-1) Loi des nœuds au nœud supérieur : $I = I_2 + I_3$, d'où $I_3 = 0{,}05\,\text{A}$.

Q-2) Maille de gauche : $E - u_1 - u_2 = 0$, donc $u_2 = 7\,\text{V}$. Maille de droite (R_2 et R_3) : $u_2 - u_3 = 0$, donc $u_3 = 7\,\text{V}$: deux dipôles en parallèle ont la même tension.

Q-3) Maille extérieure : $E - u_1 - u_3 = 0$, soit $12 - 5 - 7 = 0$: cohérent (cette loi n'est pas indépendante des deux autres).

EXERCICE 6 Loi des nœuds et potentiels

Trois résistors $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 2\,\text{k}\Omega$, $R_3 = 2\,\text{k}\Omega$ sont reliés en un même nœud N. Leurs autres extrémités sont aux potentiels $V_1 = 10\,\text{V}$, $V_2 = 4\,\text{V}$ et $V_3 = 0\,\text{V}$. On rappelle la loi d'Ohm $u = Ri$ en convention récepteur (voir **E2**).

Q-1) Exprimer le courant i_k qui arrive en N par le résistor R_k en fonction de V_k et V_N.

Q-2) En déduire V_N, puis les trois intensités.

Correction

Q-1) $i_k = \dfrac{V_k - V_N}{R_k}$ (courant orienté de l'extrémité vers N).

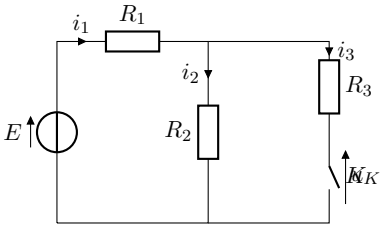
Q-2) Loi des nœuds : $\dfrac{10 - V_N}{1} + \dfrac{4 - V_N}{2} + \dfrac{0 - V_N}{2} = 0$ (résistances en $\text{k}\Omega$), soit $12 - 2V_N = 0$ et $V_N = 6\,\text{V}$. Alors $i_1 = 4\,\text{mA}$, $i_2 = -1\,\text{mA}$, $i_3 = -3\,\text{mA}$: on vérifie $i_1 + i_2 + i_3 = 0$.

EXERCICE 7 Circuit avec interrupteur

Le générateur idéal de f.é.m. $E = 9\,\text{V}$ alimente $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$ en série avec l'ensemble formé de $R_2 = 2\,\text{k}\Omega$ et de la branche $(R_3 = 2\,\text{k}\Omega,\ K)$ en parallèle. On utilise la loi d'Ohm $u = Ri$ (voir **E2**).

Q-1) L'interrupteur K est ouvert. Déterminer i_1, i_2, i_3 et la tension u_K aux bornes de K.

Q-2) K est fermé. Déterminer les trois intensités et u_K.



Correction

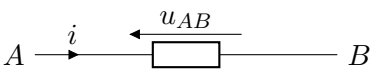
Q-1) K ouvert : $i_3 = 0$, donc $i_1 = i_2$ et la maille $E = R_1 i_1 + R_2 i_2$ donne $i_1 = i_2 = \dfrac{E}{R_1 + R_2} = 3\,\text{mA}$. Aucun courant dans R_3 : la tension à ses bornes est nulle, et la maille (R_2, R_3, K) donne $u_K = R_2 i_2 = 6\,\text{V}$: un interrupteur ouvert n'a pas une tension nulle.

Q-2) K fermé : $u_K = 0$ et R_2, R_3 sont en parallèle, de résistance équivalente $1\,\text{k}\Omega$. Alors $i_1 = \dfrac{E}{R_1 + 1\,\text{k}\Omega} = 4{,}5\,\text{mA}$; la tension commune vaut $4{,}5\,\text{V}$, d'où $i_2 = i_3 = 2{,}25\,\text{mA}$ (loi des nœuds vérifiée).

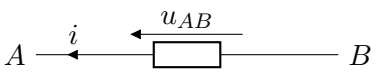
V Dipôles, conventions et puissance

V.1 Conventions d'orientation

Un **dipôle** est un composant (ou un ensemble de composants) relié au reste du circuit par deux bornes. On l'étudie en orientant arbitrairement l'intensité i qui le traverse et la tension u à ses bornes. Deux choix sont usuels.



convention récepteur
flèches de i et de u en sens opposés



convention générateur
flèches de i et de u dans le même sens

Remarque

Une convention n'est qu'un **choix d'orientation** : elle ne présume pas du comportement réel du dipôle. On utilise souvent la convention récepteur pour les dipôles passifs (résistor, condensateur, bobine) et la convention générateur pour les sources, mais ce n'est pas obligatoire.

V.2 Deux dipôles idéaux : le fil et l'interrupteur

Définition — Fil, interrupteur R

- Un **fil** (ou un interrupteur fermé) a une tension nulle à ses bornes, $u = 0$, quelle que soit l'intensité qui le traverse.
- Un **interrupteur ouvert** est parcouru par une intensité nulle, $i = 0$, quelle que soit la tension à ses bornes.

✗ Attention, erreurs fréquentes

La tension aux bornes d'un interrupteur ouvert n'est en général **pas** nulle ; c'est l'intensité qui l'est. Deux points reliés par un fil sont au même potentiel : on peut les confondre sur le schéma, ce qui permet souvent de reconnaître des dipôles en parallèle.

V.3 Puissance électrique reçue

Puissance électrique R

En **convention récepteur**, la puissance électrique **reçue** par un dipôle est

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}}(t) = u(t)\, i(t)$$

en watt ($1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{A} = 1\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}^{-1}$). En **convention générateur**, le produit $u\,i$ est la puissance **fournie** par le dipôle au reste du circuit.

Démonstration D. En convention récepteur, le courant entre par A et sort par B. Pendant $\mathrm{d}t$, la charge $\delta q = i\,\mathrm{d}t$ passe du potentiel V_A au potentiel V_B ; son énergie potentielle électrique varie de $\delta q\,(V_B - V_A) = -u\,i\,\mathrm{d}t$. L'énergie perdue par les charges, $\delta W = u\,i\,\mathrm{d}t$, est cédée au dipôle : $\mathcal{P}_{\text{reçue}} = \delta W/\mathrm{d}t = u\,i$.

Définition — Comportements récepteur et générateur R

En convention récepteur :

- si $\mathcal{P}_{\text{reçue}} > 0$, le dipôle reçoit effectivement de l'énergie : il se comporte en **récepteur** ;
- si $\mathcal{P}_{\text{reçue}} < 0$, il fournit effectivement de l'énergie : il se comporte en **générateur**.

L'énergie électrique reçue entre t_1 et t_2 vaut $W = \displaystyle\int_{t_1}^{t_2} u\,i\,\mathrm{d}t$.

Remarque

On adopte la convention habituelle en thermodynamique : une énergie **reçue** par le système étudié est comptée positivement, une énergie **fournie** négativement. Le comportement générateur ou récepteur est une propriété **physique** du dipôle dans le circuit : il ne dépend pas de la convention choisie. Changer de convention change le signe de i et l'interprétation du produit ui, mais pas la conclusion.

Conservation de la puissance

Dans un circuit isolé, la somme des puissances reçues par tous les dipôles est nulle à chaque instant : la puissance fournie par les générateurs est intégralement reçue par les récepteurs. C'est une conséquence des lois de Kirchhoff (théorème de Tellegen).

Remarque

L'unité d'énergie des factures d'électricité est le kilowattheure : $1\,\mathrm{kW{\cdot}h} = 1000\,\mathrm{W} \times 3600\,\mathrm{s} = 3{,}6 \times 10^6\,\mathrm{J}$.

Ordres de grandeur

LED témoin : $50\,\mathrm{mW}$; ordinateur portable : $50\,\mathrm{W}$; bouilloire : $2\,\mathrm{kW}$; voiture électrique en charge rapide : $100\,\mathrm{kW}$; motrice de TGV : $10\,\mathrm{MW}$; réacteur nucléaire : $1\,\mathrm{GW}$ électrique.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 8 Conventions et puissance

✦✧✧✧✧

Q-1) Un dipôle étudié en convention récepteur est soumis à $u = 5\,\mathrm{V}$ et parcouru par $i = -2\,\mathrm{A}$. Calculer la puissance reçue. Le dipôle est-il générateur ou récepteur ?

Q-2) On étudie le même dipôle en convention générateur, sans changer l'orientation de u. Que vaut le courant i' ? La puissance fournie ?

Q-3) Une bouilloire de $2\,\mathrm{kW}$ fonctionne $3\,\mathrm{min}$ par jour pendant un an. Calculer l'énergie consommée en $\mathrm{kW \cdot h}$ et en joules.

Correction

Q-1) $\mathcal{P}_{\text{reçue}} = ui = -10\,\mathrm{W} < 0$: le dipôle fournit de l'énergie, il se comporte en générateur.

Q-2) $i' = -i = 2\,\mathrm{A}$ et $\mathcal{P}_{\text{fournie}} = ui' = 10\,\mathrm{W}$: la physique ne dépend pas de la convention.

Q-3) $W = 2 \times \dfrac{3}{60} \times 365 = 36{,}5\,\mathrm{kW \cdot h} = 1{,}3 \times 10^8\,\mathrm{J}$.

EXERCICE 9 Choisir les bonnes orientations

✦✦✧✧✧

Un dipôle D est branché entre A et B. Un voltmètre (borne V en A, COM en B) indique $U = -3\,\mathrm{V}$ et un ampèremètre, qui compte positivement le courant traversant D de A vers B, indique $I = 0{,}5\,\mathrm{A}$.

Q-1) Quelle convention ces mesures réalisent-elles ? Calculer la puissance reçue par D et conclure.

Q-2) Le dipôle peut-il être un résistor ? une pile ? Si oui, quelle est sa borne positive ?

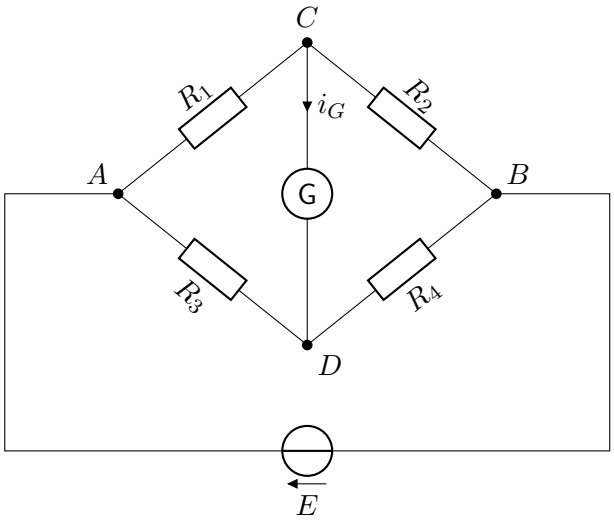
Correction

Q-1) $U = V_A - V_B$ et le courant entre par A : flèches opposées, c'est la convention récepteur. $\mathcal{P}_{\text{reçue}} = UI = -1{,}5\,\mathrm{W} < 0$: D fournit $1{,}5\,\mathrm{W}$, il se comporte en générateur.

Q-2) Un résistor reçoit toujours $Ri^2 \geq 0$: impossible. Une pile, oui : $V_B > V_A$, sa borne positive est B et le courant sort par cette borne, comme pour tout générateur.

VI Application : le pont de Wheatstone

Le pont de Wheatstone, popularisé en 1843 par Charles Wheatstone, est un montage de mesure de résistance extrêmement sensible. Il illustre l'usage combiné des deux lois de Kirchhoff et reste à la base de nombreux capteurs (jauges de déformation, thermistances, capteurs de pression).



Quatre résistors sont disposés en losange ; un générateur alimente la diagonale AB et un galvanomètre G (ampèremètre très sensible) est placé dans la diagonale CD.

Condition d'équilibre du pont R

Le pont est **équilibré** lorsque le galvanomètre n'est parcouru par aucun courant ($i_G = 0$, soit $V_C = V_D$). Cette condition s'écrit

$$R_1\,R_4 = R_2\,R_3 \qquad \text{soit} \qquad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Démonstration D. Si $i_G = 0$, la loi des nœuds en C montre que R_1 et R_2 sont parcourues par le même courant i ; de même, R_3 et R_4 sont parcourues par le même courant i'. Le galvanomètre étant de résistance non nulle, $i_G = 0$ impose $u_{CD} = 0$. La loi des mailles sur $ACDA$ donne $R_1 i = R_3 i'$, et sur $CBDC$ elle donne $R_2 i = R_4 i'$. En divisant membre à membre, $R_1/R_2 = R_3/R_4$.

☞ Méthode — Mesurer une résistance inconnue M

On place la résistance inconnue en R_1, une résistance réglable étalonnée en R_2 et deux résistances connues en R_3 et R_4. On règle R_2 jusqu'à annuler l'indication du galvanomètre ; alors $R_1 = R_2\,R_3/R_4$. La mesure est une **méthode de zéro** : elle ne dépend ni de la f.é.m. du générateur ni de l'étalonnage du galvanomètre, seulement de sa sensibilité.

Remarque

La simulation PhysioNova « Pont de Wheatstone » permet de faire varier les quatre résistances et d'observer le courant dans le galvanomètre : on vérifie que l'équilibre ne dépend pas de E et que la sensibilité est maximale lorsque les quatre résistances sont voisines.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 10 Tension de déséquilibre ✦✦✧✧✧

On remplace le galvanomètre par un voltmètre idéal (aucun courant dans la branche CD). On note $u_{CD} = V_C - V_D$.

Q-1) Exprimer $V_A - V_C$ et $V_A - V_D$ à l'aide de diviseurs de tension, puis montrer qu'avec $V_A - V_B = E$:

$$u_{CD} = E\left(\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2}\right).$$

Q-2) Retrouver la condition d'équilibre.

Q-3) On prend $R_2 = R_3 = R_4 = R$ et $R_1 = R(1+x)$ avec $|x| \ll 1$. Montrer que $u_{CD} \approx -Ex/4$. Application : $E = 10\,\text{V}$, $x = 2\times10^{-3}$.

Correction

Q-1) Aucun courant ne sort par C ou D : R_1 et R_2 sont en série sous la tension E, d'où $V_A - V_C = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}E$; de même $V_A - V_D = \dfrac{R_3}{R_3+R_4}E$. Donc $u_{CD} = (V_A - V_D) - (V_A - V_C) = E\left(\dfrac{R_3}{R_3+R_4} - \dfrac{R_1}{R_1+R_2}\right)$.

Q-2) $u_{CD} = 0 \iff R_3(R_1+R_2) = R_1(R_3+R_4) \iff R_2R_3 = R_1R_4$.

Q-3) $u_{CD} = E\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1+x}{2+x}\right) = E\,\dfrac{-x}{2(2+x)} \approx -\dfrac{Ex}{4}$; numériquement $|u_{CD}| \approx 5\,\text{mV}$, aisément mesurable. Le signe indique le sens du déséquilibre.

VII Synthèse

★ À retenir

- Intensité : $i = \dfrac{\delta q}{\mathrm{d}t}$ (en A), grandeur algébrique ; densité de courant $\vec{j} = nq\vec{v}$, $i = \iint \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$.
- Tension : $u_{AB} = V_A - V_B$ (en V), flèche de B vers A ; additive ; potentiels définis à une constante près (masse).
- ARQP : $L \ll \lambda = c/f$; l'intensité est la même en tout point d'une branche.
- Loi des nœuds $\sum \varepsilon_k i_k = 0$ (conservation de la charge) ; loi des mailles $\sum \varepsilon_k u_k = 0$ (existence du potentiel).
- Convention récepteur : $\mathcal{P}_{\text{reçue}} = ui$; convention générateur : $\mathcal{P}_{\text{fournie}} = ui$. Signe de la puissance ⇒ comportement récepteur ou générateur.
- Voltmètre en dérivation, ampèremètre en série ; masses des appareils reliées au même point.
- Pont de Wheatstone équilibré : $R_1R_4 = R_2R_3$ (méthode de zéro).

✗ Attention, erreurs fréquentes

Erreurs classiques : oublier qu'une intensité négative a un sens physique (courant en sens inverse de la flèche) ; écrire u_{AB} avec une flèche de A vers B ; conclure qu'une source de tension est toujours génératrice ; appliquer les lois de Kirchhoff hors de l'ARQP (hautes fréquences, grands circuits).

VIII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 11 Vitesse des électrons dans un fil de cuivre

★★☆☆☆

Un fil de cuivre de section $s = 2{,}5\,\text{mm}^2$ est parcouru par un courant $I = 10\,\text{A}$. Chaque atome de cuivre libère un électron de conduction. Données : $M_{\text{Cu}} = 63{,}5\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, masse volumique $\mu = 9{,}0\times10^{3}\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $N_A = 6{,}02\times10^{23}\,\text{mol}^{-1}$, $e = 1{,}6\times10^{-19}\,\text{C}$.

Q-1) Combien d'électrons traversent une section du fil en une seconde ?

Q-2) Calculer la densité volumique n d'électrons libres, puis la vitesse de dérive. Combien de temps faut-il à un électron pour parcourir $1\,\text{m}$ de fil ?

Q-3) Pourquoi la lampe s'allume-t-elle pourtant dès la fermeture de l'interrupteur ?

Correction

Q-1) $N = I\Delta t/e = 6{,}25\times10^{19}$ électrons.

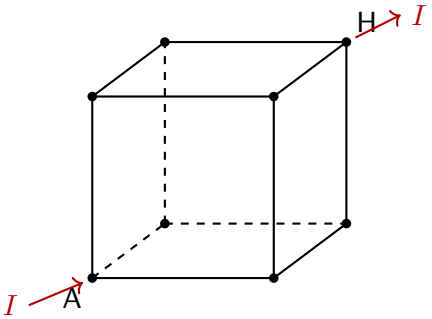
Q-2) $n = \dfrac{\mu N_A}{M} = \dfrac{9{,}0\times10^{3}\times6{,}02\times10^{23}}{63{,}5\times10^{-3}} = 8{,}5\times10^{28}\,\text{m}^{-3}$; $v = \dfrac{I}{nes} = 2{,}9\times10^{-4}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pour $1\,\text{m}$: $3{,}4\times10^{3}\,\text{s}$, soit près d'une heure.

Q-3) Tous les électrons du circuit se mettent en mouvement presque simultanément : c'est le champ électrique qui s'établit dans le circuit à une vitesse voisine de c, pas les électrons qui viennent du générateur.

EXERCICE 12 Résistance d'un cube

★★★☆☆

On réalise les douze arêtes d'un cube avec des résistors identiques de résistance R. Un courant I entre par le sommet A et ressort par le sommet H diagonalement opposé.



Q-1) En utilisant les symétries du montage, déterminer l'intensité dans chaque arête.

Q-2) En déduire la résistance équivalente $R_{AH} = u_{AH}/I$ (on admet la loi d'Ohm $u = Ri$).

Q-3) Que devient le résultat si le courant sort par le sommet B voisin de A ? (On pourra utiliser l'équivalence entre points de même potentiel.)

Correction

Q-1) Les trois arêtes issues de A jouent le même rôle : chacune est parcourue par $I/3$. Chacun des trois sommets atteints répartit ce courant entre deux arêtes équivalentes : $I/6$ dans chacune des six arêtes « intermédiaires ». Les trois arêtes aboutissant en H sont chacune parcourues par $2\times I/6 = I/3$.

Q-2) Le long du chemin A → B → F → H : $u_{AH} = R\dfrac{I}{3} + R\dfrac{I}{6} + R\dfrac{I}{3} = \dfrac{5}{6}RI$, donc $R_{AH} = \dfrac{5}{6}R$.

Q-3) Par symétrie par rapport au plan médiateur de [AB], on peut regrouper les points de même potentiel ; un calcul de réseau (ou les lois de Kirchhoff) conduit à $R_{AB} = \frac{7}{12}R$. On vérifie que $R_{AB} < R$: l'arête directe est court-circuitée en partie par le reste du cube.

EXERCICE 13 Recharge d'une batterie

Une batterie de f.é.m. $E_1 = 12{,}6\,\text{V}$ et de résistance interne $r_1 = 0{,}05\,\Omega$ recharge une seconde batterie ($E_2 = 11{,}8\,\text{V}$, $r_2 = 0{,}15\,\Omega$) à travers des câbles de résistance totale $R_c = 0{,}2\,\Omega$. Une batterie de f.é.m. E et de résistance interne r se modélise par une source idéale E en série avec r (voir **E2**).

Q-1) Calculer l'intensité du courant. Préciser le comportement générateur ou récepteur de chaque batterie.

Q-2) Faire le bilan des puissances. Quel est le rendement de la recharge ?

Q-3) Les câbles mesurent $2\,\text{m}$ au total. Quelle section minimale doivent-ils avoir pour que $R_c < 5\,\text{m}\Omega$ (cuivre, $\rho = 1{,}7\times10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m}$, $R = \rho\ell/S$) ? Pourquoi les câbles de démarrage sont-ils si épais ?

Correction

Q-1) Loi des mailles : $E_1 - r_1 I - R_c I - r_2 I - E_2 = 0$, d'où $I = \dfrac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_c} = 2{,}0\,\text{A}$. La batterie 1 fournit $E_1 I > 0$: générateur ; la batterie 2 reçoit $E_2 I > 0$: récepteur, elle se charge.

Q-2) Fournie : $E_1 I = 25{,}2\,\text{W}$; stockée : $E_2 I = 23{,}6\,\text{W}$; effet Joule : $(r_1 + r_2 + R_c)I^2 = 1{,}6\,\text{W}$. On vérifie $25{,}2 = 23{,}6 + 1{,}6$. Rendement : $\eta = E_2/E_1 = 94\,\%$.

Q-3) $S \geq \dfrac{\rho\ell}{R_c} = 6{,}8\,\text{mm}^2$. Un démarreur appelle 100 à $250\,\text{A}$: même avec $5\,\text{m}\Omega$, la chute de tension dans les câbles atteint $0{,}5$ à $1{,}25\,\text{V}$.

EXERCICE 14 Alimentation électrique d'une habitation

Une habitation, assimilée à une résistance d'utilisation R_u, est alimentée par un générateur idéal $U_0 = 230\,\text{V}$ (régime continu équivalent) à travers une ligne bifilaire de longueur totale $2\ell = 400\,\text{m}$, en cuivre ($\rho = 1{,}7\times10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m}$), de section $s = 10\,\text{mm}^2$.

Q-1) Calculer la résistance r de la ligne.

Q-2) L'habitation consomme $P = 6\,\text{kW}$ sous une tension voisine de U_0. Estimer le courant I, la chute de tension en ligne, les pertes Joule et le rendement.

Q-3) La norme impose une chute de tension inférieure à $3\,\%$. Quelle section minimale faut-il ?

Q-4) Montrer que, pour une puissance transportée P et une ligne donnée, les pertes sont proportionnelles à $1/U^2$. Calculer les pertes sous $20\,\text{kV}$. Conclure.

Correction

Q-1) $r = \rho\dfrac{2\ell}{s} = 1{,}7\times10^{-8}\times\dfrac{400}{10\times10^{-6}} = 0{,}68\,\Omega$.

Q-2) $I \approx P/U_0 = 26\,\text{A}$; $\Delta U = rI = 18\,\text{V}$ (soit $7{,}7\,\%$) ; $P_J = rI^2 = 0{,}46\,\text{kW}$; $\eta = \dfrac{P}{P + P_J} \approx 0{,}93$.

Q-3) $rI < 0{,}03\,U_0 = 6{,}9\,\text{V}$, soit $r < 0{,}265\,\Omega$ et $s > \rho\dfrac{2\ell}{r} = 26\,\text{mm}^2$: on choisit la section normalisée $35\,\text{mm}^2$.

Q-4) $I = P/U$ donc $P_J = rP^2/U^2$. Sous $20\,\text{kV}$: $I = 0{,}30\,\text{A}$ et $P_J = 0{,}06\,\text{W}$, pertes divisées par $(20000/230)^2 \approx 7600$. C'est la raison d'être des lignes à haute tension et des transformateurs.

EXERCICE 15 Risque d'électrocution

On modélise le corps humain par des résistors : chaque bras $R_b = 500\,\Omega$, le tronc $R_t = 100\,\Omega$, chaque jambe $R_j = 600\,\Omega$. Chaque contact à travers la peau ajoute $R_p = 2\,\text{k}\Omega$ si la peau est sèche et $1\,\text{k}\Omega$ pour la plante des pieds nus ; un sol humide ajoute $R_s = 300\,\Omega$. Le passage d'un courant supérieur à $30\,\text{mA}$ peut tétaniser les muscles respiratoires et cardiaques.

Q-1) Une personne tient entre ses deux mains sèches les bornes d'une pile de $9\,\text{V}$. Calculer l'intensité qui la traverse.

Q-2) Même situation avec les bornes d'une prise de $230\,\text{V}$; la personne porte des chaussures isolantes.

Q-3) La personne, pieds nus sur un sol humide, touche avec un doigt sec la borne de phase d'une prise ; le neutre est relié à la terre. Le courant traverse alors un bras, le tronc et les deux jambes (en parallèle). Calculer l'intensité.

Q-4) Quel est le rôle d'un disjoncteur différentiel de $30\,\text{mA}$?

Correction

Q-1) Tous les éléments sont en série : $R = 2R_p + 2R_b + R_t = 5{,}1\,\text{k}\Omega$ et $I = 9/5100 \approx 1{,}8\,\text{mA}$: courant perceptible mais sans danger.

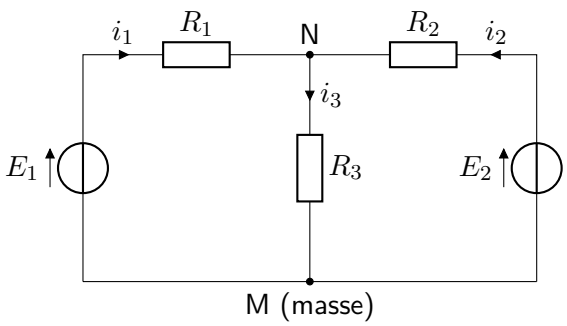
Q-2) $I = 230/5100 \approx 45\,\text{mA} > 30\,\text{mA}$: situation dangereuse, même avec des chaussures isolantes.

Q-3) Chaque jambe et son contact forment $R_j + 1\,\text{k}\Omega = 1{,}6\,\text{k}\Omega$; les deux en parallèle : $0{,}8\,\text{k}\Omega$. Au total $R = R_p + R_b + R_t + 0{,}8\,\text{k}\Omega + R_s = 3{,}7\,\text{k}\Omega$, d'où $I \approx 62\,\text{mA}$: très dangereux. Avec une main mouillée, le danger est encore accru.

Q-4) Le disjoncteur différentiel compare les intensités dans la phase et dans le neutre ; si elles diffèrent de plus de $30\,\text{mA}$ (courant de fuite vers la terre, par exemple à travers un corps humain), il coupe le circuit en quelques dizaines de millisecondes.

IX Classiques des concours

EXERCICE 16 Réseau à deux sources



Données : $E_1 = 12\,\text{V}$, $E_2 = 6\,\text{V}$, $R_1 = 4\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$, $R_3 = 6\,\Omega$. On utilise la loi d'Ohm $u = Ri$ en convention récepteur.

Q-1) Combien le circuit comporte-t-il de nœuds, de branches, de mailles indépendantes ? Écrire le système des lois de Kirchhoff.

Q-2) Exprimer i_1, i_2, i_3 en fonction du potentiel V_N. En déduire V_N par la loi des nœuds, puis les trois intensités.

Q-3) Faire le bilan de puissance. Quel est le rôle de la source E_2 ?

Correction

Q-1) Deux nœuds (N et M), trois branches, $3 - 2 + 1 = 2$ mailles indépendantes. Loi des nœuds en N : $i_1 + i_2 = i_3$. Maille de gauche : $E_1 = R_1 i_1 + R_3 i_3$. Maille de droite : $E_2 = R_2 i_2 + R_3 i_3$.

Q-2) $i_1 = \dfrac{E_1 - V_N}{R_1}$, $i_2 = \dfrac{E_2 - V_N}{R_2}$, $i_3 = \dfrac{V_N}{R_3}$. La loi des nœuds donne

$$V_N = \frac{E_1/R_1 + E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} = \frac{3+3}{11/12} = \frac{72}{11} \approx 6{,}55\,\text{V}.$$

D'où $i_1 = \dfrac{15}{11} \approx 1{,}36\,\text{A}$, $i_2 = -\dfrac{3}{11} \approx -0{,}27\,\text{A}$, $i_3 = \dfrac{12}{11} \approx 1{,}09\,\text{A}$; on vérifie $i_1 + i_2 = i_3$.

Q-3) E_1 fournit $E_1 i_1 \approx 16{,}4\,\text{W}$. E_2 fournit $E_2 i_2 \approx -1{,}6\,\text{W}$: elle **reçoit** $1{,}6\,\text{W}$ (elle se recharge s'il s'agit d'un accumulateur). Les résistors reçoivent $R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + R_3 i_3^2 \approx 14{,}7\,\text{W}$; on vérifie $16{,}4 \approx 14{,}7 + 1{,}6$ (aux arrondis près ; en fractions exactes : $\frac{180}{11} = \frac{162}{11} + \frac{18}{11}$).

EXERCICE 17 — Jauge de déformation en pont

★★★☆☆

Une jauge de déformation est un fil résistif collé sur une pièce mécanique. Lorsque la pièce s'allonge d'une déformation relative $\varepsilon = \Delta L/L$, la résistance de la jauge varie : $R_J = R_0(1 + K\varepsilon)$, où $K \approx 2$ est le facteur de jauge. On place la jauge en position R_1 d'un pont de Wheatstone alimenté par $E = 5\,\text{V}$, avec $R_2 = R_3 = R_4 = R_0 = 350\,\Omega$. La tension de déséquilibre u_{CD} est mesurée par un voltmètre idéal.

Q-1) Montrer que $u_{CD} = -E\,\dfrac{K\varepsilon}{2(2 + K\varepsilon)}$ et en donner l'expression approchée au premier ordre.

Q-2) On veut détecter $\varepsilon = 10^{-5}$. Calculer u_{CD}. Commenter la nécessité d'un amplificateur (voir **E6**).

Q-3) La résistance de la jauge dépend aussi de la température. On remplace R_2 par une seconde jauge identique, collée sur la même pièce mais orientée perpendiculairement à la déformation (non sollicitée), à la même température. Montrer que l'effet de la température est compensé.

Q-4) On place maintenant deux jauges actives sollicitées en traction en R_1 et R_4. Montrer que la sensibilité est doublée.

Correction

Q-1) D'après l'exercice sur la tension de déséquilibre : $u_{CD} = E\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1 + K\varepsilon}{2 + K\varepsilon}\right) = -E\,\dfrac{K\varepsilon}{2(2 + K\varepsilon)} \approx -\dfrac{EK\varepsilon}{4}$.

Q-2) $|u_{CD}| \approx \dfrac{5 \times 2 \times 10^{-5}}{4} = 25\,\mu\text{V}$: tension très faible, du même ordre que les bruits et tensions parasites ; il faut un amplificateur d'instrumentation à fort gain.

Q-3) Une variation de température multiplie R_1 et R_2 par le même facteur $(1+\alpha\Delta T)$: le rapport R_1/R_2, donc $V_A - V_C = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}E$, est inchangé. Seule la déformation (qui n'affecte que R_1) déséquilibre le pont.

Q-4) Avec $R_1 = R_4 = R_0(1+x)$, $x = K\varepsilon$: $u_{CD} = E\left(\dfrac{1}{2+x} - \dfrac{1+x}{2+x}\right) = -\dfrac{Ex}{2+x} \approx -\dfrac{EK\varepsilon}{2}$: sensibilité doublée.

EXERCICE 18 Câble coaxial et ARQP

★★☆☆☆

Un câble coaxial de longueur $\ell = 20\,\mathrm{m}$ relie un générateur à un oscilloscope. Les signaux s'y propagent à la vitesse $v = \frac{2}{3}c$.

Q-1) Calculer le temps de propagation τ d'un signal le long du câble.

Q-2) À quelle condition sur la fréquence f d'un signal sinusoïdal peut-on considérer que l'intensité est la même en tout point du câble ? Calculer la fréquence limite en exigeant $\tau < T/10$.

Q-3) On transmet un signal carré de fréquence $1\,\mathrm{MHz}$ dont les fronts durent $10\,\mathrm{ns}$. Les fronts sont-ils correctement décrits dans le cadre de l'ARQP ?

Correction

Q-1) $\tau = \dfrac{\ell}{v} = \dfrac{20}{2\times10^8} = 100\,\mathrm{ns}.$

Q-2) Il faut $\tau \ll T$, soit $f \ll 1/\tau = 10\,\mathrm{MHz}$; avec $\tau < T/10$: $f < 1\,\mathrm{MHz}$.

Q-3) La durée caractéristique pertinente est celle des fronts, $10\,\mathrm{ns} \ll \tau$: les fronts ne vérifient pas l'ARQP. Le signal carré contient des harmoniques de fréquences élevées (voir **E5**) qui subissent la propagation ; on observe des réflexions et des déformations, d'où l'usage de câbles adaptés en impédance $(50\,\Omega)$.
Piège : l'ARQP ne dépend pas de la fréquence seule, mais du rapport entre la taille du circuit et la longueur d'onde (ou entre le temps de propagation et la durée d'évolution du signal).