LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

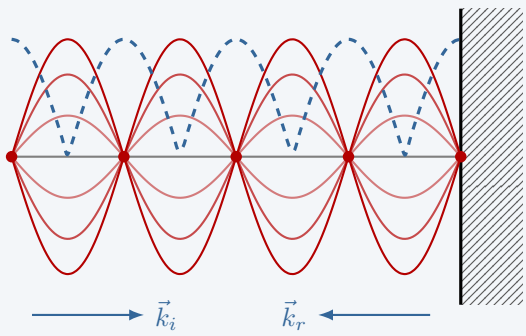
FICHE RÉSUMÉ

W2

PHYSIQUE DES ONDES

Réflexion sur un conducteur parfait, ondes stationnaires

Conducteur parfait — Relations de passage — Onde réfléchie — Onde stationnaire — Pression de radiation — Cavité et modes propres



« *La détermination des mouvements stables des électrons dans l'atome fait intervenir des nombres entiers ; or, jusqu'ici, les seuls phénomènes où intervenaient des nombres entiers en physique étaient ceux d'interférence et de modes propres de vibration.*

— Louis de Broglie, conférence Nobel (1929)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Ondes stationnaires sur une corde »

W2 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Un **conducteur parfait** ($\gamma \to \infty$) annule le champ électromagnétique en son sein ; au contact, côté vide, $\vec{E}$ est normal et $\vec{B}$ tangent. Une onde plane arrivant sous incidence normale est donc **totalement réfléchie** ($r = -1$), et la superposition des ondes incidente et réfléchie forme une **onde stationnaire**, qui ne transporte pas d'énergie en moyenne. Entre deux miroirs, les **conditions aux limites quantifient** les fréquences : seuls les modes propres $f_n = n\,\frac{c}{2L}$ existent.

I Conducteur parfait et relations de passage

Définition — Conducteur parfait R

Limite $\gamma \to \infty$ d'un conducteur ohmique, soit $\delta = \sqrt{2/(\mu_0\gamma\omega)} \to 0$. En régime variable, à l'intérieur : $\vec{E} = \vec{B} = \vec{0}$, $\rho = 0$, $\vec{j} = \vec{0}$. Charges et courants sont **surfaciques** (σ, $\vec{j}_s$).

Relations de passage (rappelées par l'énoncé)

Avec $\vec{n}$ normale **sortant du conducteur**, au contact côté vide :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\vec{n} \qquad \vec{B} = \mu_0\,\vec{j}_s \wedge \vec{n}$$

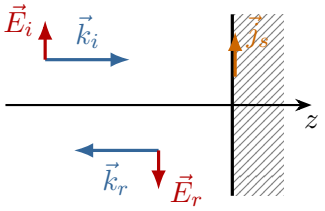
$\Rightarrow \vec{E}_{\text{tangentiel}} = \vec{0}$ et $B_{\text{normal}} = 0$ sur la paroi.

II Réflexion sous incidence normale

Conducteur en $z > 0$, vide en $z < 0$. Onde incidente :

$$\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_x, \quad \vec{B}_i = \tfrac{E_0}{c}\cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_y.$$

La condition $E_x(0,t) = 0$ pour tous x, y, t impose une onde réfléchie de **même pulsation**, de vecteur d'onde $-k\vec{u}_z$, de même polarisation.



Onde réfléchie et sources surfaciques R D

$$\vec{E}_r = -E_0 \cos(\omega t + kz)\,\vec{u}_x \qquad \vec{B}_r = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t + kz)\,\vec{u}_y \qquad \sigma = 0 \qquad \vec{j}_s = \frac{2E_0}{\mu_0 c}\cos(\omega t)\,\vec{u}_x$$

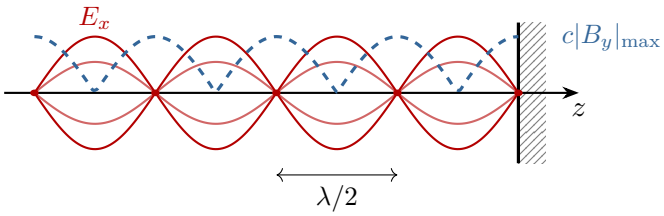
$r = -1$ (déphasage de π sur $\vec{E}$, aucun sur $\vec{B}$) ; $R = 1$, $T = 0$. $\vec{B}_r$ se déduit de la structure d'OPP : $\vec{B}_r = \frac{(-\vec{u}_z)\wedge\vec{E}_r}{c}$.

III Onde stationnaire

Champ total pour $z < 0$ R D

$$\vec{E} = 2E_0 \sin(kz)\sin(\omega t)\,\vec{u}_x \qquad \vec{B} = \frac{2E_0}{c}\cos(kz)\cos(\omega t)\,\vec{u}_y$$

Onde stationnaire : $f(z)\,g(t)$, variables séparées, profil immobile, pas de propagation.



★ À retenir

	Onde progressive (OPPM)	Onde stationnaire
Forme	$f(t - z/c)$	$f(z)\,g(t)$
Phase	varie avec z	tous les points en phase ou en opposition
Amplitude	uniforme	dépend de z : nœuds et ventres
$\vec{E}$ **et** $\vec{B}$	en phase, $\vec{B} = \vec{u} \wedge \vec{E}/c$	en quadrature (temps et espace)
$\langle \vec{\Pi} \rangle$	$\frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}\vec{u}$	$\vec{0}$
$\langle u \rangle$	$\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}$	$\varepsilon_0 E_0^2$ (uniforme)

- **Nœuds de** $\vec{E}$: $z = -p\frac{\lambda}{2}$ (dont la paroi) ; **ventres de** $\vec{E}$: $z = -\frac{\lambda}{4} - p\frac{\lambda}{2}$. Nœuds de $\vec{B}$ = ventres de $\vec{E}$: la paroi est un ventre de $\vec{B}$.
- $\vec{\Pi} = \varepsilon_0 c E_0^2 \sin(2kz)\sin(2\omega t)\,\vec{u}_z$: l'énergie oscille sur $\lambda/4$ entre forme électrique et forme magnétique.
- **Pression de radiation** sur le miroir (force de Laplace sur $\vec{j}_s$ avec le champ moyen $\frac{1}{2}\vec{B}(0^-)$) : $P = \varepsilon_0 E_0^2 = \frac{2\langle \Pi_i \rangle}{c}$; absorbant : $\frac{\langle \Pi_i \rangle}{c}$.

IV Cavité à une dimension

Modes propres R D

Miroirs en $z = 0$ et $z = L$; $E(z,t) = f(z)g(t)$ dans l'équation de d'Alembert : $\frac{f''}{f} = \frac{g''}{c^2 g} = \text{cte} = -k^2$ (seul cas non trivial compatible avec $f(0) = f(L) = 0$) :

$$E_n = E_n \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right)\cos(\omega_n t + \varphi_n) \qquad k_n = \frac{n\pi}{L} \qquad f_n = n\frac{c}{2L} \qquad L = n\frac{\lambda_n}{2}$$

$\vec{B}_n = -\frac{E_n}{c}\cos(k_n z)\sin(\omega_n t + \varphi_n)\vec{u}_y$ (Maxwell-Faraday). Solution générale = superposition de modes (série de Fourier), fixée par $E(z,0)$ et $\partial_t E(z,0)$; périodique de période $2L/c$.

Système	Grandeur nulle aux bords	Célérité	Modes
Cavité électromagnétique	$E_{\text{tangentiel}}$	c	$f_n = n\frac{c}{2L}$
Corde de Melde (fixée aux deux bouts)	déplacement y	$\sqrt{T/\mu}$	$f_n = n\frac{v}{2L}$
Tuyau sonore fermé aux deux bouts	vitesse v_x	c_{son}	$f_n = n\frac{c_{\text{son}}}{2L}$
Câble coaxial court-circuité aux deux bouts	tension u	$1/\sqrt{\Lambda\Gamma}$	$f_n = n\frac{v}{2L}$
Particule dans un puits infini (Q3)	ψ	—	$E_n \propto n^2$

Ordres de grandeur

Cuivre : $\delta = 9\,\text{mm}$ à $50\,\text{Hz}$, $0{,}65\,\mu\text{m}$ à $10\,\text{GHz}$ (conducteur parfait pour les micro-ondes, $R \approx 1 - \frac{2\omega\delta}{c} = 99{,}97\,\%$). Laser He-Ne de $30\,\text{cm}$: modes espacés de $500\,\text{MHz}$, $n \sim 10^6$. Four à $2{,}45\,\text{GHz}$: $\lambda = 12\,\text{cm}$, points chauds tous les $6\,\text{cm}$. Soleil sur un miroir : $P \approx 9\,\mu\text{Pa}$.

V Compléments utiles en problème

- **Énergie d'un mode** dans une cavité de section S : $W = \frac{\varepsilon_0 E_n^2 SL}{4}$, constante ; force moyenne sur un miroir $F = \frac{W}{L}$ (pression magnétique $\frac{B^2}{2\mu_0}$).
- **Réflexion partielle** $(0 < r < 1)$: amplitude $E_0\sqrt{1 + r^2 + 2r\cos 2kz}$, taux d'onde stationnaire $s = \frac{1+r}{1-r}$; somme d'une onde progressive $(1-r)E_0$ et d'une onde stationnaire ; $\langle \Pi \rangle = (1-r^2)\frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}$.
- **Conducteur réel** : $R \approx 1 - \frac{2\omega\delta}{c}$ (pertes Joule dans l'épaisseur de peau).
- **Incidence oblique** : onde progressive le long du plan, stationnaire perpendiculairement ; entre deux plans distants de a : $k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{a^2}$ (guide d'ondes, fréquence de coupure).
- **Polarisation circulaire** : un miroir inverse son sens (gauche $\leftrightarrow$ droite).

VI Méthodes et pièges

☞ Méthode — Trouver l'onde réfléchie et l'onde stationnaire M

1. Écrire une OPPM de même pulsation, se propageant en sens inverse, d'amplitude inconnue.
2. Imposer $\vec{E}_{\text{tangentiel}} = \vec{0}$ sur le conducteur, à tout instant.
3. $\vec{B}_r = \frac{\vec{u}_r \wedge \vec{E}_r}{c}$ pour **chaque** onde progressive ; sommer ($\cos a \pm \cos b$ en produits).
4. Lire σ sur $\vec{E}$ normal et $\vec{j}_s$ sur $\vec{B}$ tangent au contact.

☞ Méthode — Cavité par séparation des variables M

Poser $f(z)g(t)$, séparer, discuter le signe de la constante ($K \geq 0$: solution nulle), imposer $f(0) = f(L) = 0 \Rightarrow k_n = n\pi/L$, puis superposer les modes et utiliser les conditions initiales.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- $\vec{B}$ tangentiel n'est **pas** nul sur le conducteur (c'est un ventre de $\vec{B}$).
- Nœuds distants de $\lambda/2$, pas de λ ; dans le vide $z < 0$, les nœuds sont en $z = -p\lambda/2$.
- Pas de relation de structure $\vec{B} = \vec{u} \wedge \vec{E}/c$ pour une onde stationnaire.
- f_n multiple entier de $\frac{c}{2L}$ $(n \geq 1)$; dans les relations de passage, $\vec{n}$ va du conducteur vers le vide.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je justifie $\vec{E} = \vec{B} = \vec{0}$ dans un conducteur parfait et je sais quand ce modèle s'applique ($\delta \ll$ dimensions).
- ☐ Je détermine l'onde réfléchie sous incidence normale, puis σ et $\vec{j}_s$ avec les relations de passage fournies.
- ☐ J'écris l'onde stationnaire, je place nœuds et ventres de $\vec{E}$ et de $\vec{B}$.
- ☐ Je calcule $\langle u \rangle$, $\vec{\Pi}$, $\langle \vec{\Pi} \rangle$ et la pression de radiation.
- ☐ Je trouve les modes propres d'une cavité par séparation des variables ; je passe d'ondes progressives à une onde stationnaire et inversement.