LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

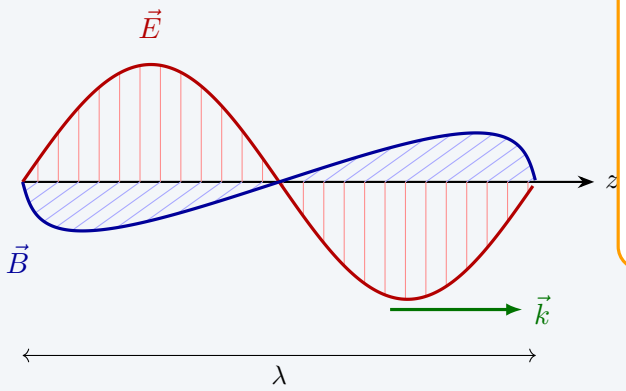
FICHE RÉSUMÉ

W1

PHYSIQUE DES ONDES

Propagation du champ électromagnétique dans le vide

Équation de d'Alembert — Onde plane progressive — OPPM et notation complexe — Polarisation — Plasma dilué et fréquence de coupure — Vitesses de phase et de groupe — Effet de peau



« *Nous pouvons difficilement éviter la conclusion que la lumière consiste en ondulations transversales du même milieu qui est la cause des phénomènes électriques et magnétiques.*

— James Clerk Maxwell, *On Physical Lines of Force*, partie III (1862)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Onde plane et polarisation »

W1 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Loin des sources, les équations de Maxwell donnent l'équation de d'Alembert : le champ se propage à c sans déformation, sous forme d'ondes planes transverses où $\vec{B} = \frac{\vec{u}\wedge\vec{E}}{c}$ et dont l'énergie avance à c. L'onde plane progressive monochromatique, décrite en notation complexe par ω et $\vec{k}$, est la brique élémentaire de tout signal (Fourier) ; sa polarisation décrit la courbe parcourue par $\vec{E}$. Le couplage avec des charges libres modifie la relation de dispersion : coupure et dispersion dans un plasma (ω_p), atténuation par effet de peau dans un métal (δ).

I Propagation dans le vide

Équation de d'Alembert et solutions R D

$\rho = 0$, $\vec{j} = \vec{0}$: $\overrightarrow{\text{rot}}\,(\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}\,(\text{div}\,\vec{E}) - \vec{\Delta}\vec{E}$ avec MF et MA donne

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \qquad \vec{\Delta}\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

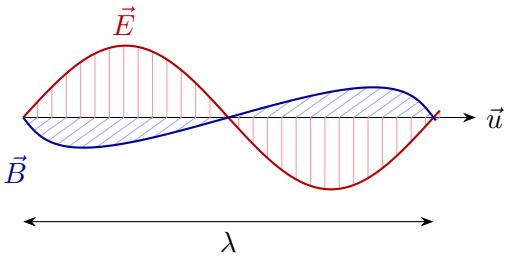
À une dimension : $s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$ (variables $p = t - \frac{x}{c}$, $q = t + \frac{x}{c}$, $\frac{\partial^2 s}{\partial p\,\partial q} = 0$). Onde sphérique : $s = \frac{1}{r}f\left(t - \frac{r}{c}\right)$, localement plane loin de la source. Équation linéaire et réversible ($t \to -t$).

Structure de l'OPP R D

Champs fonctions de $t - \frac{\vec{u}\cdot\overrightarrow{OM}}{c}$, sans composante statique :

- transverse : $\vec{E}\cdot\vec{u} = \vec{B}\cdot\vec{u} = 0$;
- $\vec{B} = \dfrac{\vec{u}\wedge\vec{E}}{c}$: trièdre $(\vec{u},\vec{E},\vec{B})$ direct, champs en phase ;
- $u_{em} = \varepsilon_0 E^2$ (équipartition), $\vec{\Pi} = c\,u_{em}\,\vec{u}$.

Modèle idéal (puissance infinie), valable localement.



II OPPM et notation complexe

OPPM R D

$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM} + \varphi\right)$, $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}_0} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM})}$; double périodicité $T = \frac{2\pi}{\omega}$, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

$$k = \frac{\omega}{c} \quad \text{(vide non dispersif)} \qquad \partial_t \to \mathrm{i}\omega \qquad \vec{\nabla} \to -\mathrm{i}\vec{k} \qquad \underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}}}{\omega} \qquad \langle \Pi \rangle = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}$$

Maxwell : $\vec{k}\cdot\underline{\vec{E}} = 0$, $\vec{k}\cdot\underline{\vec{B}} = 0$, $\vec{k}\wedge\underline{\vec{B}} = -\frac{\omega}{c^2}\underline{\vec{E}}$. Tout signal réel est un paquet d'OPPM (Fourier).

Radio	Micro-ondes	Infrarouge	Visible	UV	X	γ
$> 1\,\mathrm{m}$	$1\,\mathrm{mm}$–$1\,\mathrm{m}$	$0{,}8\,\mu\mathrm{m}$–$1\,\mathrm{mm}$	$400\,\mathrm{nm}$–$800\,\mathrm{nm}$	$10\,\mathrm{nm}$–$400\,\mathrm{nm}$	$0{,}01\,\mathrm{nm}$–$10\,\mathrm{nm}$	$< 0{,}01\,\mathrm{nm}$
AM, FM, TNT	GSM, Wi-Fi	thermographie	vision, lasers	stérilisation	radiographie	radiothérapie

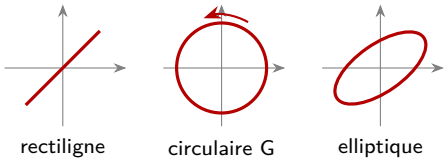
III Polarisation

Définition — États de polarisation R

$\vec{E} = E_{0x}\cos(\omega t - kz)\vec{u}_x + E_{0y}\cos(\omega t - kz - \varphi)\vec{u}_y$.

- $\varphi = 0$ ou π : **rectiligne** ;
- $E_{0x} = E_{0y}$, $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$: **circulaire** ;
- sinon : **elliptique**.

Gauche si $\vec{E}$ tourne dans le sens trigonométrique pour l'observateur qui reçoit l'onde ($\varphi \in]0,\pi[$ ici), **droite** sinon.



Polariseurs et lames R

Lumière naturelle : non polarisée (déphasage aléatoire). Polariseur : transmet la projection de $\vec{E}$; lumière naturelle $\to \frac{I_0}{2}$. **Malus** : $I = I_0\cos^2\alpha$. Lame à retard : $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_\ell - n_r)e$; quart d'onde ($\frac{\pi}{2}$) : rectiligne à $45°$ des axes $\to$ circulaire ; demi-onde (π) : rectiligne $\to$ rectiligne symétrique par rapport aux axes.

IV Plasma dilué

Conductivité, dispersion, coupure R D

Hypothèses : pas de collisions, ions fixes, force magnétique négligeable ($v \ll c$), $\rho = 0$. PFD : $\mathrm{i}\omega m\underline{\vec{v}} = -e\underline{\vec{E}}$, d'où

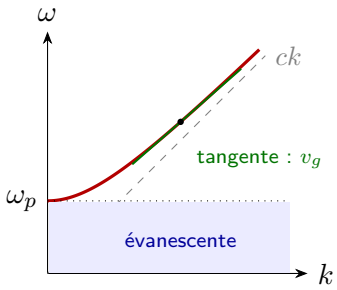
$$\underline{\gamma} = -\mathrm{i}\frac{ne^2}{m\omega} \qquad k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} \qquad \omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}} \quad (f_p \approx 9\sqrt{n})$$

(propagation : $\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial\vec{j}}{\partial t}$). $\left\langle \vec{j}\cdot\vec{E} \right\rangle = 0$: pas d'absorption.

- $\omega > \omega_p$: propagation dispersive, $v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{1-\omega_p^2/\omega^2}} > c$, $v_g = c\sqrt{1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}} < c$, $v_\varphi v_g = c^2$.
- $\omega < \omega_p$: $k = -\frac{\mathrm{i}}{\delta}$, $\delta = \frac{c}{\sqrt{\omega_p^2-\omega^2}}$, onde **évanescente** $E_0 \mathrm{e}^{-z/\delta}\cos\omega t$, $\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle = \vec{0}$, réflexion totale.

Définition — Vitesses de phase et de groupe R

$v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ (plans d'onde, porteuse) ; $v_g = \left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}\right)_{\omega_0}$ (enveloppe d'un paquet dans un milieu faiblement dispersif : énergie, information). Deux ondes $\omega_0 \pm \Delta\omega$: $s = 2A\cos(\Delta\omega t - \Delta k z)\cos(\omega_0 t - k_0 z)$. Milieu dispersif : v_φ dépend de ω, le paquet se déforme.



Relation de dispersion du plasma : v_φ pente de la droite issue de l'origine, v_g pente de la tangente.

V Conducteur ohmique : effet de peau

Épaisseur de peau R D

$\rho = 0$ (relaxation en $\frac{\varepsilon_0}{\sigma}$), $\varepsilon_0\omega \ll \sigma$: équation de **diffusion** $\vec{\Delta}\vec{E} = \mu_0\sigma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$; $\underline{k}^2 = -\mathrm{i}\mu_0\sigma\omega$, $\underline{k} = \frac{1-\mathrm{i}}{\delta}$:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}} \qquad \vec{E} = E_0\mathrm{e}^{-z/\delta}\cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)\vec{u}_x$$

$\vec{B}$ en retard de $\frac{\pi}{4}$; énergie dissipée par effet Joule dans quelques δ ; $\sigma \to \infty$: conducteur parfait.

Ordres de grandeur

- $c = 2{,}998 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$; Soleil au sol $1\,\mathrm{kW\cdot m^{-2}}$, $E_0 \approx 0{,}9\,\mathrm{kV\cdot m^{-1}}$.
- Ionosphère : $n = 10^{10}\,\mathrm{m^{-3}}$ à $10^{12}\,\mathrm{m^{-3}}$, $f_p \approx 1\,\mathrm{MHz}$ à $9\,\mathrm{MHz}$: ondes courtes réfléchies, FM, TNT, GPS et satellites transmis. Métaux : $\lambda_p \approx 0{,}1\,\mu\mathrm{m}$ à $0{,}2\,\mu\mathrm{m}$ (transparents dans l'UV lointain).
- Effet de peau, cuivre : $9\,\mathrm{mm}$ ($50\,\mathrm{Hz}$), $65\,\mu\mathrm{m}$ ($1\,\mathrm{MHz}$), $2\,\mu\mathrm{m}$ ($1\,\mathrm{GHz}$) ; eau de mer : $36\,\mathrm{m}$ ($50\,\mathrm{Hz}$), $25\,\mathrm{cm}$ ($1\,\mathrm{MHz}$).

VI Méthodes et pièges

☞ Méthode — Étudier la propagation dans un milieu M

1. Loi de réponse complexe $\vec{\underline{j}} = \underline{\gamma}\vec{\underline{E}}$ (PFD des porteurs ou loi d'Ohm).
2. Équation de propagation $\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\vec{E} = \mu_0\partial_t\vec{j}$; OPPM : $\underline{k}^2(\omega)$.
3. $\underline{k} = k' - \mathrm{i}k''$: k' donne $v_\varphi = \frac{\omega}{k'}$, $\frac{1}{k''}$ la distance d'atténuation ; choisir le signe qui assure une onde bornée.
4. $\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{\underline{E}}}{\omega}$; énergie : $\left\langle\vec{\Pi}\right\rangle = \frac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}(\vec{\underline{E}}\wedge\vec{\underline{B}}^*)$.

Polarisation : écrire les composantes en $\cos(\omega t - kz)$ et $\cos(\omega t - kz - \varphi)$, suivre $\vec{E}$ en $z = 0$ entre $t = 0$ et $\frac{T}{4}$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- $\vec{B} = \frac{\vec{u}\wedge\vec{E}}{c}$ ne vaut que pour une OPP dans le vide (ni onde stationnaire, ni milieu dispersif ou absorbant).
- Onde évanescente du plasma : réfléchie, **pas absorbée** ; ne pas confondre $\frac{c}{\sqrt{\omega_p^2-\omega^2}}$ et $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}}$.
- $v_\varphi > c$ n'est pas un paradoxe : elle ne transporte ni énergie ni information.
- Sens de polarisation : bien se placer face à l'onde ; écrire les déphasages avec le bon signe.
- Ne pas oublier $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$ (onde transverse) avant de calculer.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ J'établis l'équation de d'Alembert et je la résous à une dimension.
- ☐ Je démontre la structure de l'OPP et je calcule u_{em}, $\vec{\Pi}$ et leurs moyennes.
- ☐ J'utilise la notation complexe : $\vec{k}$, relation de dispersion, $\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{\underline{E}}}{\omega}$.
- ☐ J'identifie un état de polarisation et son sens ; j'applique la loi de Malus et je décris l'effet d'une lame.
- ☐ J'établis $\underline{\gamma}$ et la relation de dispersion d'un plasma ; je discute coupure et onde évanescente.
- ☐ Je distingue v_φ et v_g et je les calcule pour un plasma.
- ☐ J'établis l'épaisseur de peau et je donne ses ordres de grandeur.