LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

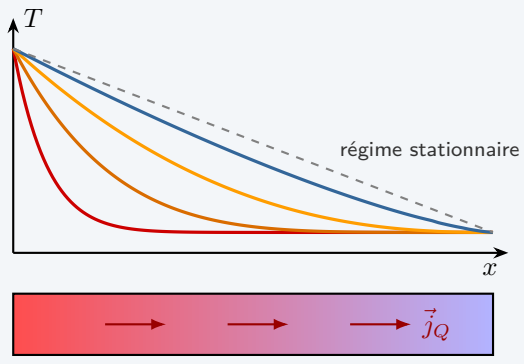
FICHE RÉSUMÉ

T1

THERMODYNAMIQUE

Conduction thermique

Flux thermique — Loi de Fourier — Équation de la diffusion — Conditions aux limites, loi de Newton — Résistances thermiques — Différences finies — Corps noir, Stefan et Wien



« *La chaleur pénètre, comme la gravité, toutes les substances de l'univers ; ses rayons occupent toutes les parties de l'espace.*

— Joseph Fourier, *Théorie analytique de la chaleur*, discours préliminaire (1822)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Équation de la chaleur »

T1 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

La chaleur diffuse des zones chaudes vers les zones froides selon la loi de **Fourier** $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}\, T$; combinée au premier principe sur un volume élémentaire, elle donne l'**équation de la diffusion**, irréversible, qui impose $L \sim \sqrt{Dt}$. En régime stationnaire, le flux est conservatif et l'analogie avec l'électrocinétique fournit des **résistances thermiques** qui s'associent en série et en parallèle ; la loi de Newton décrit l'échange avec un fluide. Tout corps rayonne : un **corps noir** émet σT^4, avec un maximum en $\lambda_m = \frac{2{,}9\times10^{-3}\,\text{m·K}}{T}$, et le rayonnement, linéarisé, équivaut à une loi de Newton de coefficient $4\sigma T^3$.

I Flux thermique et loi de Fourier

Définition — Modes, flux, loi de Fourier R

- **Conduction** (sans mouvement de matière), **convection** (mouvement macroscopique de fluide), **rayonnement** (ondes électromagnétiques, possible dans le vide).
- Flux à travers une surface orientée : $\Phi = \iint \vec{j}_Q \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ (en W), $\delta Q = \Phi\, \mathrm{d}t$; à travers une surface fermée, $\oiint$ est la puissance **sortante**.

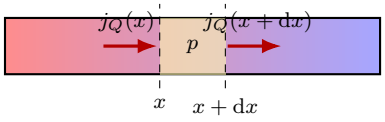
$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}\, T \qquad (\lambda \text{ en } \mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}})$$

Loi phénoménologique, linéaire ; le signe $-$ traduit le second principe. Analogue de la loi d'Ohm $\vec{j} = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}}\, V$.

II Équation de la diffusion thermique

Bilan sur la tranche $[x, x+\mathrm{d}x]$ (solide indéformable, $\mathrm{d}U = \delta Q$) :

$$\rho c S \mathrm{d}x \frac{\partial T}{\partial t}\mathrm{d}t = [j_Q(x) - j_Q(x+\mathrm{d}x)]\, S\mathrm{d}t + pS\mathrm{d}x\mathrm{d}t$$



Équations locales R D

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_Q}{\partial x} + p \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{p}{\rho c} \qquad D = \frac{\lambda}{\rho c}$$

Formes générales (admises) : $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_Q = p$ et $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + p$. Effet Joule : $p = \vec{j}\cdot\vec{E} = \frac{j^2}{\gamma}$.

Géométrie	Volume élémentaire	Aire traversée	Équation (sans source)
Cartésienne	$S\,\mathrm{d}x$	S	$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$
Cylindrique	$2\pi r H\,\mathrm{d}r$	$2\pi r H$	$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$
Sphérique	$4\pi r^2 \mathrm{d}r$	$4\pi r^2$	$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)$

★ À retenir

- **Ordre de grandeur** : $\tau \sim \dfrac{L^2}{D}$, $L \sim \sqrt{Dt}$: doubler l'épaisseur multiplie la durée par 4.
- **Irréversibilité** : équation du premier ordre en temps, non invariante par $t \to -t$ (contrairement à d'Alembert).
- **Conditions aux limites** : continuité du flux (toujours) ; continuité de T (contact parfait) ; **loi de Newton** $j_Q = h\,(T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}})$; paroi calorifugée $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$. Il faut aussi une condition initiale.

III Régime stationnaire : résistances thermiques

Sans source, $\operatorname{div} \vec{j}_Q = 0$: le flux est le même à travers toutes les sections d'un tube de flux. Mur plan : T affine, $\Phi = \frac{\lambda S}{L}(T_1 - T_2)$.

Résistances thermiques R

$$R_{\text{th}} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{1\to 2}} \qquad R_{\text{barreau}} = \frac{L}{\lambda S} \text{ (seule à mémoriser)} \qquad R_{\text{cc}} = \frac{1}{hS} \qquad R_{\text{rad}} = \frac{1}{4\sigma T_0^3 S}$$

Série (même flux) : $R = \sum R_i$. Parallèle (même ΔT) : $G = \sum G_i$. À établir : $R_{\text{cyl}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda H}$, $R_{\text{sph}} = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$.

V	I	$\vec{j} = -\gamma\,\overrightarrow{\text{grad}}\,V$	$R = \frac{L}{\gamma S}$	$U = RI$	loi des nœuds
T	Φ	$\vec{j}_Q = -\lambda\,\overrightarrow{\text{grad}}\,T$	$R_{\text{th}} = \frac{L}{\lambda S}$	$\Delta T = R_{\text{th}}\Phi$	conservation du flux

IV Régime variable

- **Onde thermique** (surface à $T_0 + T_m\cos\omega t$) : $T = T_0 + T_m e^{-x/\delta}\cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)$, $\delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$ (effet de cave : $\delta_{\text{an}} \approx 2{,}5\,\text{m}$, $\delta_{\text{jour}} \approx 15\,\text{cm}$).
- **Séparation des variables** (plaque entre deux thermostats) : $T = T_s(x) + \sum A_n \sin\frac{n\pi x}{L} e^{-t/\tau_n}$, $\tau_n = \frac{L^2}{n^2\pi^2 D}$; durée du transitoire $\sim \tau_1$.
- **Modèle à température uniforme** (petit nombre de Biot $\frac{hL}{\lambda} \ll 1$) : $C\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -hS(T - T_f)$, $\tau = \frac{C}{hS}$.

Différences finies, Euler explicite M

$$T_i^{n+1} = T_i^n + r\left(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n\right) \qquad r = \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} \le \frac{1}{2}$$

Bords : T imposée (T_0^n, T_N^n fixés) ou paroi calorifugée ($T_N^n = T_{N-1}^n$). Diviser Δx par 2 impose de diviser Δt par 4.

V Rayonnement thermique

Définition — Vocabulaire et corps noir R

Milieu transparent / opaque ; flux surfaciques hémisphériques ; flux partant = émis + réfléchi ; **flux radiatif** $\varphi_R = \varphi_p - \varphi_{\text{inc}}$; équilibre radiatif $\varphi_R = 0$. **Corps noir** : absorbeur intégral (cavité percée d'un petit trou).

Lois admises et bilan R

$$\varphi_{\text{CN}} = \sigma T^4 \quad (\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}) \qquad \lambda_m T = 2{,}90 \times 10^{-3}\,\text{m}\cdot\text{K}$$

$$\varphi_R = \sigma\left(T^4 - T_0^4\right) \approx 4\sigma T_0^3 (T - T_0)$$

Corps noir convexe à T dans une enceinte à T_0 ; $h_R = 4\sigma T_0^3 \approx 6\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ à $300\,\text{K}$, comparable à la convection naturelle.

Ordres de grandeur

λ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) : air $0,026$; isolants $0,04$; eau $0,6$; verre 1 ; acier 15 à 50 ; cuivre 400. D : cuivre $1 \times 10^{-4}\,\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ (1 cm en 1 s) ; béton $6 \times 10^{-7}\,\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$; aliments $1{,}4 \times 10^{-7}\,\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ (1 cm en 12 min). h : air calme 5–25, air pulsé 10–200, eau 10^2–$10^4\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Soleil $5800\,\text{K}$, $\lambda_m = 0{,}5\,\mu\text{m}$; corps humain $9{,}4\,\mu\text{m}$; Terre sans atmosphère $255\,\text{K}$.

VI Méthodes et pièges

☞ Méthode — Mener un problème de diffusion M

1. Repérer la géométrie et la variable d'espace (symétries) ; choisir le volume élémentaire (tranche, coquille).
2. Bilan d'énergie interne entre t et $t + \text{d}t$: variation = flux entrant − flux sortant + production.
3. Fourier, puis équation ; écrire les conditions aux limites et initiale.
4. En stationnaire : flux constant ⇒ séparer les variables, intégrer, lire R_{th} ; en variable : ordre de grandeur L^2/D, solution guidée ou numérique.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- $R = \frac{L}{\lambda S}$ seulement à section constante ; en cylindrique, profil logarithmique, en sphérique en $1/r$.
- En parallèle, ce sont les conductances qui s'ajoutent.
- Ne pas oublier les résistances conducto-convectives (souvent dominantes pour une vitre) ni le rayonnement à température ambiante.
- Signe des flux : $\oiint \vec{j}_Q \cdot \text{d}\vec{S}$ est sortant, le δQ du premier principe est reçu.
- Schéma explicite instable si $r > \frac{1}{2}$.
- Stefan avec des températures en kelvins ; $\varphi_R = \sigma(T^4 - T_0^4)$, pas $\sigma(T - T_0)^4$.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je cite les trois modes de transfert et j'utilise la loi de Fourier avec ses ordres de grandeur.
- ☐ J'établis l'équation de diffusion par un bilan en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique, avec un terme source.
- ☐ J'estime une durée de diffusion par L^2/D et j'explique l'irréversibilité.
- ☐ J'écris les conditions aux limites (continuités, loi de Newton, paroi calorifugée).
- ☐ Je calcule et j'associe des résistances thermiques ; je retrouve R_{cyl} et R_{sph}.
- ☐ J'écris et je programme le schéma d'Euler explicite, avec sa condition de stabilité.
- ☐ J'applique Stefan et Wien, je fais un bilan radiatif et je le linéarise.