LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

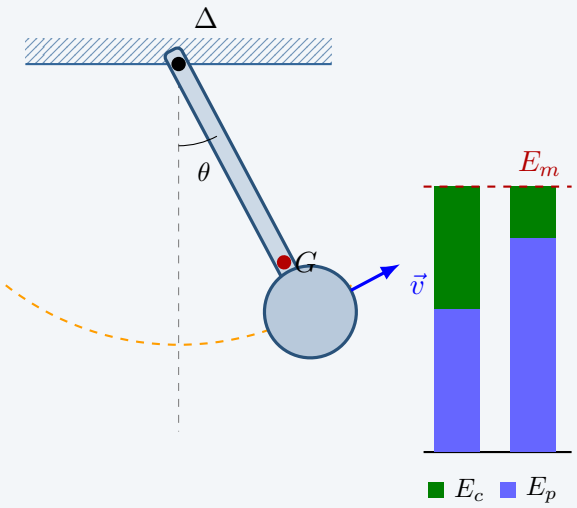
FICHE RÉSUMÉ

S3

MÉCANIQUE DU SOLIDE

Approche énergétique du mouvement d'un solide

Puissance d'une force et d'un couple — Puissance des actions intérieures et des actions de contact — Théorèmes de la puissance et de l'énergie cinétiques — Énergie mécanique, intégrale première — Frottements et dissipation — Pendule pesant, portrait de phase — Systèmes déformables



$$\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + mga(1-\cos\theta) = E_m$$

On ne trouvera point de figures dans cet ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière et uniforme.

— Joseph-Louis Lagrange, *Mécanique analytique*, avertissement (1788)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Roulement sur un plan incliné »

S3 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

La puissance d'une action sur un solide vaut $\vec{F}\cdot\vec{v}$ en translation et $\mathcal{M}_\Delta\omega$ en rotation autour d'un axe fixe ; une liaison pivot parfaite ne travaille pas. Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit $\Delta E_c = W_{\text{ext}} + W_{\text{int}}$: le travail intérieur est nul pour un solide, mais pas pour un système déformable (muscles, ressorts), et l'énergie mécanique n'est conservée que si les actions non conservatives ne travaillent pas. Les actions de contact entre deux solides ont une puissance totale $\vec{T}\cdot\vec{v}_g \leq 0$, nulle sans glissement : le frottement de glissement dissipe, le roulement sans glissement non.

I Puissance des actions

Puissance sur un solide R D

Pour des actions de résultante $\vec{R}$ et de moment $\vec{\mathcal{M}}_A$ en $A \in S$: $\mathcal{P} = \vec{R}\cdot\vec{v}(A) + \vec{\Omega}\cdot\vec{\mathcal{M}}_A$. D'où :

translation : $\mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}$ rotation autour de Δ fixe : $\mathcal{P} = \mathcal{M}_\Delta\,\omega$, $\mathcal{P}_{\text{couple}} = \Gamma\omega$

Travail d'un moment constant : $W = \mathcal{M}_\Delta\Delta\theta$. Ne travaillent pas : une force rencontrant l'axe, une liaison pivot parfaite.

Puissance des actions intérieures R

- Paire de points : $\mathcal{P}_{\text{int}} = \vec{f}_{1\to2}\cdot(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$, **indépendante du référentiel**.
- **Solide** : $\mathcal{P}_{\text{int}} = 0$ (distance constante et force portée par M_1M_2) ; système **déformable** : $\mathcal{P}_{\text{int}} \neq 0$ en général.
- Contact ponctuel entre deux solides : $\mathcal{P}_{\text{contact}} = \vec{R}_{2\to1}\cdot\vec{v}_g(S_1/S_2) = \vec{T}\cdot\vec{v}_g \leq 0$; nulle sans frottement ou sans glissement. La puissance de l'action sur un seul des deux solides dépend du référentiel et peut être positive (tapis roulant).

II Théorèmes énergétiques

TPC, TEC, énergie mécanique R D

Dans un référentiel galiléen :

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{\text{ext}} + \mathcal{P}_{\text{int}} \qquad \Delta E_c = W_{\text{ext}} + W_{\text{int}} \qquad \frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{\text{nc}}$$

Rotation autour d'un axe fixe : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2\right) = \omega\sum\mathcal{M}_\Delta$, équivalent au TMC scalaire. Référentiel non galiléen : ajouter la puissance de la force d'inertie d'entraînement (Coriolis ne travaille pas).

★ À retenir

Action	Énergie potentielle	Remarque
Poids (Oz vers le haut)	mgz_G	pendule : $mga(1-\cos\theta)$
Ressort	$\frac{1}{2}k(\ell-\ell_0)^2$	action intérieure si le ressort fait partie du système
Torsion ($-C\theta$)	$\frac{1}{2}C\theta^2$	pendule de torsion
Entraînement, rotation Ω uniforme	$-\frac{1}{2}m\Omega^2 r^2$	référentiel tournant
Entraînement, translation $\vec{a}_e$ constante	$m\vec{a}_e\cdot\overrightarrow{OG}$	référentiel accéléré

III Frottements et systèmes déformables

- **Glissement** sur support fixe : $\mathcal{P}=-f_d N v_g$; palet lancé : $d=\frac{v_0^2}{2f_d g}$, énergie $\frac{1}{2}mv_0^2$ convertie en énergie interne.
- **Liaison réelle** : couple sec Γ_f (puissance $-\Gamma_f|\omega|$, amplitude d'un pendule décroissant linéairement de $\frac{2\Gamma_f}{mga}$ par demi-période) ou visqueux $-h\omega$ (puissance $-h\omega^2$, décroissance exponentielle).
- **Roulement sans glissement** : la force de frottement du sol ne travaille pas ; l'énergie d'une voiture vient du moteur (intérieur), celle du freinage est dissipée dans les freins.
- **Colis posé sur un tapis** (vitesse u) : le moteur fournit mu^2, dont $\frac{1}{2}mu^2$ au colis et $\frac{1}{2}mu^2$ dissipés, quel que soit f.
- **Tabouret d'inertie** : L_Δ conservé, $J_1\omega_1=J_2\omega_2$, $E_{c2}=\frac{J_1}{J_2}E_{c1}$: gain fourni par le travail des muscles. **Saut** : la réaction du sol ne travaille pas, toute l'énergie vient des forces intérieures.

IV Pendule pesant : approche énergétique

$$E_m=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2+mga(1-\cos\theta)$$

- Équilibres : $E_p'(\theta)=0$; stable si $E_p''>0$; petites oscillations : $\omega_0^2=E_p''(\theta_e)/J_\Delta$.
- $E_m<2mga$: pendulaire (trajectoire de phase fermée) ; $E_m>2mga$: révolutif ; $E_m=2mga$: séparatrice (bifurcation).
- Avec frottements : E_m décroît, la trajectoire de phase spirale vers $(0,0)$; un mouvement révolutif devient pendulaire après avoir franchi la séparatrice.

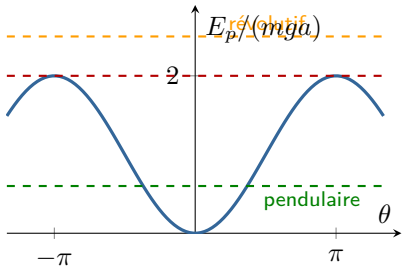


Fig. 1 : Profil $E_p(\theta)$ du pendule pesant.

Ordres de grandeur

Cycliste : $200\,\mathrm{W}$; moteur de voiture : 50 à $150\,\mathrm{kW}$; éolienne : $2\,\mathrm{MW}$ à $15\,\mathrm{tr/min}$, soit $\Gamma\approx 1{,}3\times 10^6\,\mathrm{N\cdot m}$. Freinage complet d'une voiture de $1{,}2\,\mathrm{t}$ à $90\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$: $375\,\mathrm{kJ}$, échauffement des disques d'environ $30\,\mathrm{K}$. Ascenseur : le contrepoids divise la puissance nécessaire par 5 environ.

V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Choisir la méthode M

- Un degré de liberté, pas de dissipation : $E_m = \text{cte}$ donne l'intégrale première, sa dérivée l'équation du mouvement ; les actions qui ne travaillent pas (pivot parfait, réaction sans frottement, fil inextensible sans glissement) n'apparaissent pas.
- Plusieurs solides liés : TEC (ou TPC) sur l'ensemble, avec une masse équivalente (treuil : $m+J/R^2$) ; puis TRC/TMC pour calculer les actions de liaison.
- Frottement solide : déterminer d'abord le régime (chapitre S2), puis faire le bilan avec $\mathcal{P}_{\text{contact}} = -f_d N v_g$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Ne pas oublier W_{int} pour un système déformable ; il est nul pour un solide.
- Une réaction normale « ne travaille pas » seulement si son point d'application a une vitesse perpendiculaire (support fixe) ; une force de frottement peut être motrice (tapis, roue motrice qui ne glisse pas).
- La puissance dépend du référentiel ; seule la puissance intérieure (et celle des actions de contact entre deux solides) n'en dépend pas.
- E_m conservée et L_Δ conservé sont deux propriétés indépendantes (tabouret : L_Δ conservé, E_c non).
- On simplifie par ω ou $\dot{\theta}$ en signalant qu'ils ne sont pas identiquement nuls.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je sais calculer la puissance d'une force ou d'un couple sur un solide en translation ou en rotation.
- ☐ Je sais justifier que $\mathcal{P}_{\text{int}}$ est indépendante du référentiel et nulle pour un solide.
- ☐ Je sais établir la puissance des actions de contact et discuter son signe.
- ☐ Je sais appliquer le TEC et le théorème de l'énergie mécanique pour obtenir une intégrale première.
- ☐ Je sais exploiter un profil $E_p(\theta)$: équilibres, stabilité, petites oscillations, mouvements possibles.
- ☐ Je sais interpréter un portrait de phase expérimental de pendule pesant et en déduire un couple de frottement.
- ☐ Je sais identifier le rôle des forces intérieures dans un bilan énergétique (tabouret, saut).