LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

FICHE RÉSUMÉ

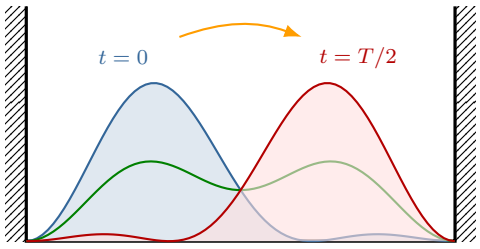
Q4

PHYSIQUE QUANTIQUE

États non stationnaires d'une particule

Combinaison linéaire d'états stationnaires — Superposition de deux états — Terme d'interférence et fréquence de Bohr — Particule confinée en mouvement — Oscillation tunnel

$$T = \frac{h}{E_2 - E_1}$$



« *La mécanique quantique force le respect. Mais une voix intérieure me dit que ce n'est pas encore la vraie. La théorie apporte beaucoup, mais elle ne nous rapproche guère du secret du Vieux. En tout cas, je suis convaincu que Lui ne joue pas aux dés.*

— Albert Einstein, lettre à Max Born (4 décembre 1926)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Superposition de deux états »

Q4 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

La linéarité de l'équation de Schrödinger permet de superposer des états stationnaires d'énergies différentes : chacun tourne avec sa propre phase $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_n t/\hbar}$, et leur **interférence** fait évoluer la densité de probabilité. Pour deux états, $|\Psi|^2$ oscille à la pulsation de Bohr $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$: la particule confinée « bouge » (va-et-vient dans un puits, oscillation tunnel dans un double puits). Cette oscillation de charge rayonne à la fréquence $\nu_{21} = (E_2 - E_1)/h$, celle du photon de la transition.

I Superposition d'états stationnaires

Combinaison linéaire R

$$\Psi(x,t) = \sum_n c_n\,\varphi_n(x)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_n t/\hbar}, \qquad \sum_n |c_n|^2 = 1, \qquad c_n = \int \varphi_n\,\Psi(x,0)\,\mathrm{d}x$$

- Solution par linéarité ; les c_n sont fixés par l'état initial (décomposition admise, analogue des modes d'une corde).
- États stationnaires orthonormés : $\int \varphi_n \varphi_p \mathrm{d}x = \delta_{np}$ (démontré pour le puits infini).
- Complément : une mesure de l'énergie donne E_n avec la probabilité $|c_n|^2$; $\langle E\rangle = \sum |c_n|^2 E_n$, $\Delta E \neq 0$: un état non stationnaire n'a pas d'énergie définie.

II Superposition de deux états

Densité de probabilité R D

Pour $\Psi = c_1\varphi_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_1 t/\hbar} + c_2\varphi_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_2 t/\hbar}$ (φ_n réelles, $c_1^* c_2 = |c_1 c_2| \mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}$) :

$$|\Psi|^2 = |c_1|^2\varphi_1^2 + |c_2|^2\varphi_2^2 + 2|c_1 c_2|\,\varphi_1\varphi_2\cos(\omega_{21}t - \alpha), \qquad \omega_{21} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}, \qquad T = \frac{h}{E_2 - E_1}$$

- Terme d'**interférence** : la densité dépend du temps, l'état n'est pas stationnaire.
- Seule la différence $E_2 - E_1$ compte ; pas d'évolution si $c_1 c_2 = 0$ ou si $E_1 = E_2$.
- Autre écriture ($c_1 = c_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\varphi_{a,b} = \frac{\varphi_1 \pm \varphi_2}{\sqrt{2}}$, $\omega_0 = \frac{\omega_{21}}{2}$) : $|\Psi|^2 = \varphi_a^2 \cos^2\omega_0 t + \varphi_b^2 \sin^2\omega_0 t$, oscillation entre φ_a^2 et φ_b^2.

III Puits infini : va-et-vient

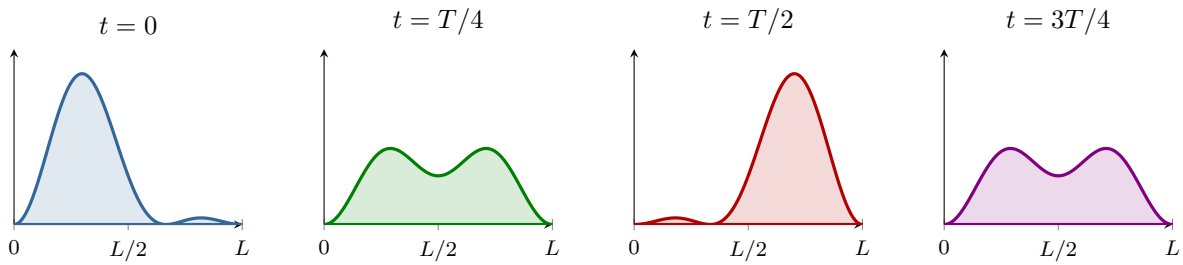


Fig. 1 : $L|\Psi|^2$ pour $(\varphi_1 + \varphi_2)/\sqrt{2}$ au cours d'une période $T = h/(3E_1)$.

Résultats pour $(\varphi_1 + \varphi_2)/\sqrt{2}$ R D

$$\mathcal{P}_{\text{gauche}}(t) = \frac{1}{2} + \frac{4}{3\pi}\cos(\omega_{21}t), \qquad \langle x\rangle(t) = \frac{L}{2} - \frac{16L}{9\pi^2}\cos(\omega_{21}t), \qquad \omega_{21} = \frac{3E_1}{\hbar}$$

Avec $\int_0^{L/2} \varphi_1\varphi_2 \mathrm{d}x = \frac{4}{3\pi}$ et $\int_0^{L} x\varphi_1\varphi_2 \mathrm{d}x = -\frac{16L}{9\pi^2}$. $\mathcal{P}_{\text{gauche}}$ varie entre $0{,}08$ et $0{,}92$; $\langle x\rangle$ oscille avec une amplitude de $18\,\%$ de L.

Correspondance classique D

Niveaux n et $n+1$: $T_{\text{q}} = \dfrac{h}{(2n+1)E_1}$; aller-retour classique à $v = \sqrt{2E_n/m}$: $T_{\text{cl}} = \dfrac{4mL^2}{nh}$. Pour $n \gg 1$, $T_{\text{q}} \to T_{\text{cl}}$ (principe de correspondance).

IV Rayonnement, temps-énergie et autres exemples

Relation de Bohr R

Électron en superposition : dipôle $p(t) = -e(\langle x\rangle - L/2)$ oscillant à $\omega_{21} \Rightarrow$ rayonnement de fréquence

$$\nu_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h} \qquad (h\nu_{21} = E_2 - E_1)$$

Un état stationnaire ne rayonne pas (stabilité de l'atome). Si $\varphi_1\varphi_2$ est symétrique (ex. φ_1, φ_3), $\langle x\rangle$ est constant : pas de rayonnement dipolaire (règle de sélection).

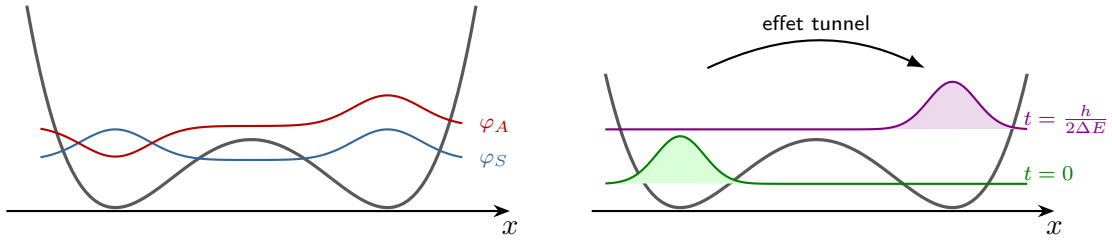


Fig. 2 : Double puits : états φ_S et φ_A ; la superposition $(\varphi_S - \varphi_A)/\sqrt{2}$, localisée à gauche, passe à droite en $h/(2\Delta E)$.

★ À retenir

Système	Niveaux	Évolution d'une superposition
Puits infini	$E_n = n^2 E_1$	va-et-vient à $\omega_{21} = 3E_1/\hbar$; étalement puis résurgence à $T_{\text{rev}} = h/E_1$
Oscillateur harmonique	$E_n = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega$	oscillation à ω exactement (isochronisme) ; paquet cohérent indéformable
Double puits (NH_3)	E_S, $E_A = E_S + \Delta E$	oscillation tunnel gauche-droite, $T = h/\Delta E$; NH_3 : 23,87 GHz (maser)
État stationnaire	une seule énergie	aucune : $\lvert\Psi\rvert^2$ figée, $\Delta E = 0$

Inégalité temps-énergie R

$$\tau\,\Delta E \gtrsim \frac{\hbar}{2}$$

Deux états à poids égaux : $\Delta E = \frac{E_2 - E_1}{2}$, passage gauche-droite en $\tau = T/2$, $\tau\Delta E = h/4$. Énergie bien définie ⇔ pas d'évolution.

Ordres de grandeur

- Électron dans un puits de 1 nm : $E_1 = 0{,}38\,\text{eV}$, $T = h/(3E_1) = 3{,}7\,\text{fs}$, $\lambda = 1{,}1\,\mu\text{m}$, résurgence en 11 fs.
- Durée de vie radiative de la superposition : $\sim 0{,}1\,\mu\text{s}$, soit $\sim 3 \times 10^7$ oscillations (évolution libre justifiée sur quelques périodes).
- Inversion de NH_3 : $\Delta E = 9{,}9 \times 10^{-5}\,\text{eV}$, demi-période 21 ps, $\lambda = 1{,}26\,\text{cm}$.
- $h = 4{,}14 \times 10^{-15}\,\text{eV}\cdot\text{s}$: $T(\text{fs}) \simeq 4{,}14/\Delta E(\text{eV})$.

V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Étudier une superposition M

1. Décomposer l'état initial sur les φ_n (coefficients, normalisation $\sum |c_n|^2 = 1$).
2. Écrire $\Psi(x,t)$ en multipliant chaque terme par $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_n t/\hbar}$.
3. Calculer $|\Psi|^2$: termes carrés + termes croisés en $\cos(\omega_{np}t - \alpha)$.
4. Exploiter les symétries ($\varphi_n(L-x) = (-1)^{n+1}\varphi_n(x)$) pour $\mathcal{P}_{\text{gauche}}$, $\langle x\rangle$; identifier période et fréquence de Bohr.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Période : $h/(E_2 - E_1)$ et non $2h/(E_2 - E_1)$; avec φ_a, φ_b, le terme oscillant vaut $\frac{\varphi_a^2 - \varphi_b^2}{2}\cos(2\omega_0 t)$ (ne pas oublier le $\frac{1}{2}$).
- On additionne les amplitudes, pas les densités : $|\Psi|^2 \neq |c_1|^2\varphi_1^2 + |c_2|^2\varphi_2^2$.
- Les probabilités $|c_n|^2$ des énergies ne dépendent pas du temps : c'est la position qui évolue.

▶ Une phase globale n'a pas d'effet ; une phase *relative* entre c_1 et c_2 décale l'oscillation.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ J'écris l'évolution d'une combinaison d'états stationnaires et je normalise (orthonormalité).
- ☐ J'établis $|\Psi|^2$ pour une superposition de deux états et j'identifie le terme d'interférence.
- ☐ J'explique pourquoi la superposition évolue et je donne sa période $h/(E_2 - E_1)$.
- ☐ Je calcule $\mathcal{P}_{\text{gauche}}(t)$ et $\langle x \rangle(t)$ dans un puits infini.
- ☐ Je relie la fréquence d'évolution à la relation de Bohr et au rayonnement dipolaire.
- ☐ Je décris l'évolution d'une particule confinée (puits, oscillateur, double puits) et j'exploite une simulation.