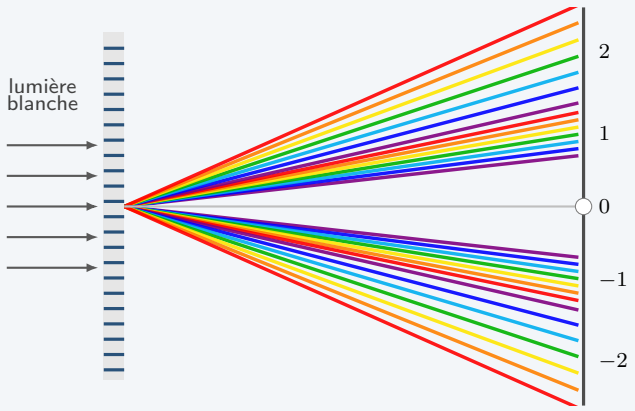
LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

05 OPTIQUE ONDULATOIRE

Étude du réseau plan

Interférences à N ondes — Relation fondamentale des réseaux — Finesse des pics (construction de Fresnel) — Rôle de la diffraction — Minimum de déviation — Pouvoir dispersif — Pouvoir de résolution



« *Nous concevons la possibilité de déterminer leurs formes, leurs distances, leurs grandeurs et leurs mouvements ; tandis que nous ne saurions jamais étudier par aucun moyen leur composition chimique.*

— Auguste Comte, à propos des étoiles, *Cours de philosophie positive*, 19e leçon (1835) — démenti par la spectroscopie dès 1859

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Réseau plan »

O5 — Réseau plan

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Établir la différence de marche entre deux motifs consécutifs d'un réseau et la relation fondamentale des réseaux.
- Construire le diagramme de Fresnel de N ondes de même amplitude en progression arithmétique de phase et en déduire la demi-largeur $\frac{2\pi}{N}$ des pics principaux.
- Décrire qualitativement l'influence de la diffraction ($\theta \approx \frac{\lambda}{d}$).
- Établir la condition du minimum de déviation et en souligner l'intérêt expérimental (goniomètre).
- Interpréter un spectre d'ordre p, définir et comparer les pouvoirs dispersifs, définir le pouvoir de résolution et ses limitations.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. Le programme demande d'établir la relation fondamentale et la largeur des pics **sans calcul de l'intensité**, qui est hors programme (elle est proposée en exercice d'approfondissement). La simulation PhysioNova « Réseau plan » fait varier le nombre de traits éclairés, le pas et l'incidence, et affiche les ordres et le diagramme de Fresnel.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

I Le réseau plan . . . 3
I.1 Description . . . 3
I.2 Montage d'observation . . . 3
II Interférences de N ondes . . . 4
II.1 Différence de marche entre deux motifs consécutifs . . . 4
II.2 Relation fondamentale des réseaux . . . 4
II.3 Finesse des pics : construction de Fresnel . . . 5
III Influence de la diffraction . . . 7
IV Minimum de déviation . . . 8
V Dispersion et spectres . . . 9
V.1 Spectre d'ordre p . . . 9
V.2 Pouvoir dispersif . . . 9
VI Pouvoir de résolution . . . 10
VII Synthèse . . . 11
VIII Exercices d'approfondissement . . . 12
IX Classiques des concours . . . 12

I Le réseau plan

I.1 Description

Définition — Réseau plan R

Un **réseau plan** est une surface plane portant un motif diffractant (fente fine, trait gravé, sillon réfléchissant) répété **périodiquement** dans une direction du plan.

- Le **pas** a est la période spatiale ; on donne souvent le nombre de traits par millimètre $n = \frac{1}{a}$.
- N est le nombre de motifs **éclairés** ; la largeur utile du réseau vaut $L = Na$.
- Réseau **par transmission** (fentes dans un écran opaque, traits sur une lame transparente) ou **par réflexion** (sillons sur un miroir, disque compact). Le programme se limite au réseau par transmission.

Ordres de grandeur

Réseaux de TP	100 à $600\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$ ($a = 10$ à $1{,}7\,\mu\text{m}$), largeur de 1 à 3 cm
Réseaux de spectromètres	jusqu'à $2400\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$, $N \sim 10^4$ à 10^5
Disque compact (CD) ; DVD	pistes au pas de $1{,}6\,\mu\text{m}$; $0{,}74\,\mu\text{m}$ (réseaux par réflexion)

Remarque

Fabrication. Les réseaux de qualité sont gravés au diamant sur une couche métallique (machine positionnant l'outil au nanomètre près : une journée de gravure pour quelques centimètres à $1000\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$) ou obtenus en enregistrant sur une résine photosensible les franges d'interférence de deux ondes planes (réseaux **holographiques**). Les réseaux bon marché de TP sont des répliques sur film plastique.

I.2 Montage d'observation

On éclaire le réseau par une onde **plane** quasi monochromatique (fente source au foyer d'un collimateur), sous l'incidence θ_0, et on observe à l'**infini**, dans le plan focal image d'une lentille ou dans la lunette d'un goniomètre : chaque direction θ correspond à un point M du plan focal. Les angles sont orientés à partir de la normale au réseau, dans le même sens pour le rayon incident et pour le rayon émergent.

II Interférences de N ondes

II.1 Différence de marche entre deux motifs consécutifs

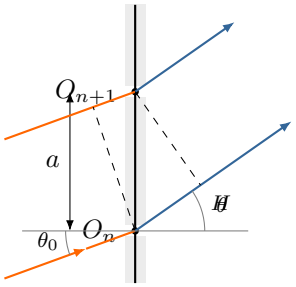
Différence de marche et déphasage R D

Entre les rayons diffractés dans la direction θ par deux motifs consécutifs O_n et O_{n+1} :

$$\delta = a(\sin\theta - \sin\theta_0)$$

$$\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda_0}(\sin\theta - \sin\theta_0)$$

Le déphasage est le même entre deux motifs consécutifs quelconques : les N ondes ont des phases en **progression arithmétique** de raison φ.



Démonstration. Par le théorème de Malus, on compare les chemins entre deux plans d'onde : un plan d'onde incident et un plan d'onde émergent (perpendiculaire à la direction θ). Côté émergent, le rayon issu de O_n parcourt en plus $O_nH = a\sin\theta$ (H projeté de O_{n+1} sur ce rayon). Côté incident, avec $\theta_0 > 0$ comme sur la figure, c'est le rayon qui atteint O_{n+1} qui a un trajet plus long, de $a\sin\theta_0$. D'où $\delta = (SO_{n+1}M) - (SO_nM)$ égal, au signe près, à $a\sin\theta - a\sin\theta_0$; on choisit de l'écrire $\delta = a(\sin\theta - \sin\theta_0)$. Les motifs étant identiques et éclairés sous la même incidence, les N ondes ont **même amplitude**.

II.2 Relation fondamentale des réseaux

Relation fondamentale R D

Les N ondes interfèrent toutes constructivement si le déphasage entre deux motifs consécutifs est un multiple de 2π. La lumière n'est donc envoyée, de façon notable, que dans les directions θ_p telles que

$$a(\sin\theta_p - \sin\theta_0) = p\,\lambda_0 \qquad p \in \mathbb{Z}$$

L'entier p est l'**ordre** du spectre. L'ordre 0 ($\theta = \theta_0$) correspond à la lumière non déviée, comme en optique géométrique ; il ne sépare pas les longueurs d'onde.

Démonstration. Si $\varphi = 2\pi p$, l'onde issue du motif k a la même phase que celle issue du motif 0 ($k\varphi \equiv 0$ modulo 2π) : les N amplitudes s'ajoutent. On verra en II.3 que, dès que φ s'écarte de $2\pi p$ de plus de $\frac{2\pi}{N}$, l'onde résultante est quasi nulle.

Ordres observables R

$|\sin\theta_p| \leq 1$ impose $-1-\sin\theta_0 \leq \frac{p\lambda_0}{a} \leq 1-\sin\theta_0$. En incidence normale : $|p| \leq \frac{a}{\lambda_0}$. Le nombre d'ordres est d'autant plus petit que le pas est petit ; un réseau de pas $a < \lambda_0$ n'a, sous incidence normale, que l'ordre zéro.

Remarque

Réseau par réflexion. Avec les mêmes conventions d'angles (orientés depuis la normale, de part et d'autre), la relation devient $a(\sin\theta_p + \sin\theta_0) = p\lambda_0$; l'ordre 0 donne $\theta = -\theta_0$, direction de la réflexion

spéculaire. Les irisations d'un CD en sont un exemple.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 Ordres d'un réseau éclairé par un laser ✦✧✧✧✧

Un réseau de $300\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$ est éclairé par un laser He-Ne ($\lambda_0 = 632{,}8\,\text{nm}$).

Q-1) En incidence normale, calculer les directions des ordres 1 à 5. Combien de taches voit-on au total ?

Q-2) L'incidence vaut maintenant $\theta_0 = 30°$. Quels ordres sont observables ?

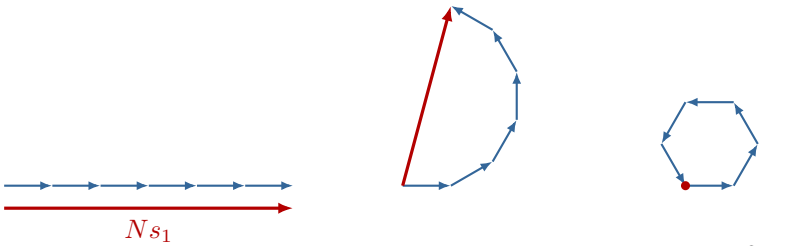
EXERCICE 2 Construction graphique des ordres ✦✦✧✧✧

Q-1) Montrer qu'en incidence normale, les directions des ordres s'obtiennent en traçant un cercle de rayon 1 et des droites perpendiculaires au réseau, régulièrement espacées de $\frac{\lambda_0}{a}$.

Q-2) Comment la construction est-elle modifiée sous l'incidence θ_0 ? Quel est l'effet d'une diminution du pas ?

II.3 Finesse des pics : construction de Fresnel

Chaque onde, d'amplitude complexe $\underline{s}_k = s_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\varphi}$ ($k = 0, \ldots, N-1$), est représentée dans le plan complexe par un vecteur de même longueur s_1, tourné de φ par rapport au précédent. L'amplitude résultante est la somme de ces N vecteurs mis bout à bout.



(a) $\varphi = 2\pi p$ pic principal — (b) $\varphi = \frac{\pi}{N}$ amplitude réduite — (c) $\varphi = \frac{2\pi}{N}$ amplitude nulle

Fig. 1 : Diagrammes de Fresnel de $N = 6$ ondes de même amplitude, de déphasage φ entre deux ondes consécutives (au voisinage de l'ordre 0).

Demi-largeur des pics principaux R D

- Pour $\varphi = 2\pi p$, les N vecteurs sont alignés : amplitude Ns_1, intensité $N^2 I_1$ (**pic principal**).
- Pour $\varphi = 2\pi p \pm \frac{2\pi}{N}$, les N vecteurs forment un polygone régulier fermé (rotation totale 2π) : l'amplitude est **nulle**.

La **demi-largeur** d'un pic principal, mesurée en déphasage, vaut donc

$$\Delta\varphi_{1/2} = \frac{2\pi}{N}$$

Entre deux pics principaux, il existe $N-2$ maxima secondaires, de faible intensité (moins de $5\,\%$ du pic principal pour N grand).

Démonstration. En faisant tourner chaque vecteur de φ par rapport au précédent, la ligne brisée est inscrite dans un cercle ; la direction du dernier vecteur a tourné de $(N-1)\varphi$ par rapport au premier. Elle se referme exactement quand la rotation totale $N\varphi$ vaut 2π (polygone régulier à N côtés), c'est-à-dire pour le premier

zéro $\varphi = \frac{2\pi}{N}$ à partir de l'ordre 0 ; de même au voisinage de chaque ordre p, puisque la construction ne dépend de φ que modulo 2π.

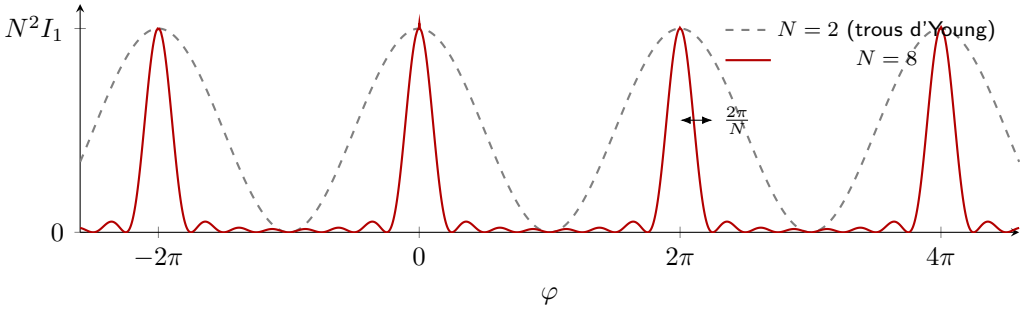


Fig. 2 : Intensité (normalisée à la valeur du pic) en fonction du déphasage entre motifs consécutifs. Les pics sont aux mêmes positions qu'avec deux trous, mais d'autant plus fins que N est grand.

Largeur angulaire d'un pic R D

À incidence fixée, $\mathrm{d}\varphi = \frac{2\pi a \cos\theta}{\lambda_0}\mathrm{d}\theta$. La demi-largeur angulaire du pic d'ordre p vaut donc

$$\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda_0}{N a \cos\theta_p} = \frac{\lambda_0}{L \cos\theta_p}$$

C'est l'ordre de grandeur $\frac{\lambda}{d}$ de la diffraction par la pupille de largeur apparente $d = L\cos\theta_p$ (largeur du faisceau émergent).

Ordres de grandeur

$N = 10\,000$ traits éclairés, $\lambda_0 = 0{,}5\,\mu\mathrm{m}$, $L = 2\,\mathrm{cm}$: $\Delta\theta_{1/2} \approx 2{,}5 \times 10^{-5}\,\mathrm{rad}$, soit $5''$ d'arc : au foyer d'une lentille de $50\,\mathrm{cm}$, le pic a une demi-largeur de $12\,\mu\mathrm{m}$. Le réseau donne des **raies** très fines, alors que deux trous d'Young donnent des franges sinusoïdales.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Ne pas confondre la condition des pics principaux ($\varphi = 2\pi p$, entre motifs **consécutifs**) et celle des zéros ($N\varphi = 2\pi k$, k non multiple de N). Un ordre demi-entier ne correspond pas en général à un minimum nul (c'est vrai pour $N = 2$, faux pour $N = 3$).
- $\frac{2\pi}{N}$ est une demi-largeur **en déphasage** ; en angle, elle dépend de a, de θ_p et de λ.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 3 Trois fentes ✦✦✧✧✧

Un réseau rudimentaire comporte $N = 3$ fentes fines équidistantes, éclairées en incidence normale.

Q-1) Construire les diagrammes de Fresnel pour $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{2\pi}{3}$, $\varphi = \pi$ et $\varphi = \frac{4\pi}{3}$. En déduire les intensités correspondantes en fonction de I_1 (intensité due à une fente).

Q-2) Tracer l'allure de $I(\varphi)$ sur $[0; 2\pi]$.

EXERCICE 4 **Finesse des raies** ★★☆☆☆

Un réseau de $600\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$ est éclairé sur une largeur de $2{,}0\,\text{cm}$ par la raie verte du mercure ($\lambda_0 = 546{,}1\,\text{nm}$), en incidence normale. On observe dans le plan focal d'une lentille de focale $f' = 50\,\text{cm}$.

Q-1) Calculer N, la direction de l'ordre 1 et la demi-largeur angulaire du pic correspondant.

Q-2) Quelle est la demi-largeur de la raie dans le plan focal ? La compare-t-on utilement à la taille d'un pixel de capteur ($5\,\mu\text{m}$) ?

III Influence de la diffraction

Diffraction à l'infini (admise) R

Une ouverture de taille caractéristique d, éclairée par une onde plane, renvoie la lumière dans un cône de demi-angle

$$\theta \approx \frac{\lambda}{d}$$

autour de la direction de l'optique géométrique. Le phénomène est d'autant plus marqué que l'ouverture est petite.

Le réseau fait intervenir la diffraction à deux échelles :

- **Chaque motif** (fente de largeur $b < a$) diffracte dans un cône de demi-angle $\approx \frac{\lambda}{b}$. Les ondes issues des motifs n'existent notablement que dans ce cône : l'intensité des pics principaux est **modulée** par la figure de diffraction d'une fente. Les ordres situés hors du cône central sont très faibles. Plus les fentes sont fines, plus la lumière est répartie sur de nombreux ordres ; en contrepartie, chaque ordre est moins lumineux.
- **La pupille entière** (largeur $L = Na$) limite la finesse de chaque pic : $\Delta\theta_{1/2} \approx \frac{\lambda}{L\cos\theta_p}$ (II.3). C'est cette diffraction par la pupille qui limite le pouvoir de résolution (VI).

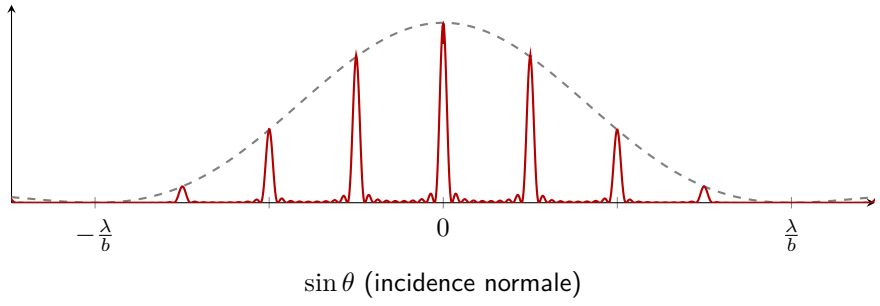


Fig. 3 : Pics principaux ($a = 4b$, $N = 10$, échelle exagérée) sous l'enveloppe de diffraction d'une fente (tirets). Ici l'ordre ± 4 tombe sur un zéro de diffraction et disparaît.

Remarque

Ordres manquants et réseaux « blazés ». Si un pic principal coïncide avec un zéro de la diffraction par un motif ($\sin\theta = \frac{\lambda}{b}$), il disparaît. Les réseaux par réflexion à profil en dents de scie (réseaux blazés) inclinent l'enveloppe de diffraction pour concentrer la lumière dans un ordre utile, en général l'ordre 1.

IV Minimum de déviation

Minimum de déviation dans l'ordre p R D

La déviation dans l'ordre p est $D = \theta_p - \theta_0$. Lorsqu'on fait tourner le réseau (donc varier θ_0), D passe par un minimum D_m, atteint dans la configuration **symétrique** $\theta_p = -\theta_0 = \frac{D_m}{2}$:

$$2a \sin \frac{D_m}{2} = p\,\lambda_0$$

Démonstration. En différentiant la relation fondamentale à p et λ_0 fixés : $\cos\theta_p\,\mathrm{d}\theta_p = \cos\theta_0\,\mathrm{d}\theta_0$, d'où $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\theta_0} = \frac{\cos\theta_0}{\cos\theta_p} - 1$. La déviation est extrémale pour $\cos\theta_p = \cos\theta_0$, soit $\theta_p = \theta_0$ (ordre 0, exclu pour $p \neq 0$) ou $\theta_p = -\theta_0$. Alors $D_m = 2\theta_p$ et $a(\sin\theta_p + \sin\theta_p) = p\lambda_0$. On vérifie sur un tracé de $D(\theta_0)$ (ou expérimentalement) qu'il s'agit d'un minimum.

Intérêt expérimental R

Au minimum, $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\theta_0} = 0$: la position de la raie **ne bouge presque pas** quand on tourne le réseau. On la repère donc avec précision, **sans avoir à mesurer l'incidence** (ni à repérer la normale au réseau). C'est la méthode de mesure au goniomètre, comme pour le prisme (MPSI).

☞ Méthode — Mesurer a ou λ_0 au goniomètre M

1. Régler le goniomètre (lunette à l'infini, collimateur réglé, fente fine) et repérer la direction de l'ordre 0 sans réseau.
2. Placer le réseau, observer l'ordre p ; tourner la plate-forme dans le sens qui rapproche la raie de l'ordre 0, jusqu'à ce qu'elle rebrousse chemin : la lunette pointe alors D_m.
3. Recommencer de l'autre côté (ordre $-p$, réseau tourné symétriquement) : l'angle entre les deux pointés vaut $2D_m$, ce qui évite de repérer l'ordre 0 et divise l'incertitude par deux.
4. Exploiter $2a \sin \frac{D_m}{2} = p\lambda_0$: avec une raie connue on mesure a, puis avec a connu on mesure des longueurs d'onde inconnues.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 5 Étalonnage d'un réseau ✦✦✧✧✧

On mesure au goniomètre, pour la raie verte du mercure ($\lambda_0 = 546{,}1\,\mathrm{nm}$) dans l'ordre 1, un angle de $37{,}70°$ entre les deux positions de minimum de déviation (ordres $+1$ et -1).

Q-1) En déduire D_m, le pas a et le nombre de traits par millimètre.

Q-2) L'incertitude-type sur l'angle mesuré vaut $2'$. Évaluer l'incertitude-type relative sur a.

Q-3) Avec le même réseau, une raie jaune donne un angle de $40{,}70°$. Calculer sa longueur d'onde. Identifier la source.

V Dispersion et spectres

V.1 Spectre d'ordre p

Spectres R

Pour $p \neq 0$, la direction θ_p dépend de λ_0 : le réseau **disperse** la lumière. En lumière polychromatique, chaque ordre $p \neq 0$ donne un **spectre** ; l'ordre 0 reste blanc. Chaque raie observée est un pic d'interférences constructives entre les N ondes.

- Pour $p > 0$, $\sin\theta_p$ croît avec λ : le **rouge est plus dévié que le violet** (c'est l'inverse avec un prisme, pour lequel la déviation provient de $n(\lambda)$).
- **Recouvrement des ordres** : le spectre d'ordre p empiète sur celui d'ordre $p+1$ si $p\lambda_{\max} > (p+1)\lambda_{\min}$. Pour le visible ($400\,\text{nm}$ à $750\,\text{nm}$), les spectres d'ordres 1 et 2 sont séparés ($750 < 800$), ceux d'ordres 2 et 3 se recouvrent ($1500 > 1200$).

V.2 Pouvoir dispersif

Définition — Pouvoir dispersif R D

À incidence fixée, le **pouvoir dispersif** angulaire dans l'ordre p est

$$\mathcal{P} = \frac{\mathrm{d}\theta_p}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{p}{a\cos\theta_p}$$

Dans le plan focal d'une lentille de focale f', deux raies voisines sont séparées de $\mathrm{d}x = f'\,\mathcal{P}\,\mathrm{d}\lambda$.

Démonstration. On différencie $a(\sin\theta_p - \sin\theta_0) = p\lambda$ à θ_0 fixé : $a\cos\theta_p\,\mathrm{d}\theta_p = p\,\mathrm{d}\lambda$.

Comparaison de réseaux R

La dispersion est d'autant plus grande que l'**ordre** $|p|$ est élevé et que le **pas** est petit (nombre de traits par mm élevé). Un réseau de $600\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$ disperse environ deux fois plus qu'un réseau de $300\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$ dans le même ordre (un peu plus de deux fois, à cause du facteur $\frac{1}{\cos\theta_p}$). La dispersion ne dépend pas de N : un grand N affine les raies sans les écarter.

Ordres de grandeur

Réseau de $600\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$, ordre 1, vers $589\,\text{nm}$: $\mathcal{P} = 6{,}4\times10^{-4}\,\text{rad}\cdot\text{nm}^{-1}$, soit $0{,}64\,\text{mm}\cdot\text{nm}^{-1}$ au foyer d'une lentille de $1\,\text{m}$; en ordre 2 : $1{,}7\,\text{mm}\cdot\text{nm}^{-1}$. Un prisme de verre usuel disperse environ dix fois moins dans le visible.

☞ **Exercices d'application**

EXERCICE 6 Raies de Balmer de l'hydrogène ✦✦✧✧✧

Un réseau de $600\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$, éclairé en incidence normale, reçoit la lumière d'une lampe à hydrogène : raies H_α ($656{,}3\,\text{nm}$), H_β ($486{,}1\,\text{nm}$) et H_γ ($434{,}0\,\text{nm}$).

Q-1) Calculer les directions de ces raies dans les ordres 1 et 2. Quelle raie est la plus déviée ?

Q-2) L'ordre 3 existe-t-il pour ces raies ? Les spectres d'ordres 2 et 3 se recouvrent-ils ?

Q-3) Quel est l'écart angulaire entre H_α et H_β dans chaque ordre ? Commenter.

VI Pouvoir de résolution

Définition — Pouvoir de résolution R

Si $\Delta\lambda_{\min}$ est le plus petit écart entre deux raies voisines, de même intensité, que l'instrument permet de séparer au voisinage de λ, le pouvoir de résolution est $\mathcal{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}}$.

Critère de Rayleigh (admis) R

Deux raies de même intensité sont tout juste séparées lorsque le maximum principal de l'une coïncide avec le premier minimum nul de l'autre.

Pouvoir de résolution d'un réseau R D

Dans l'ordre p, avec N traits éclairés :

$$\mathcal{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}} = |p|\,N$$

Démonstration. Les deux raies sont séparées angulairement de $\Delta\theta = \frac{|p|\Delta\lambda}{a\cos\theta_p}$ (pouvoir dispersif). La demi-largeur d'un pic vaut $\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{Na\cos\theta_p}$ (II.3). Le critère de Rayleigh impose $\Delta\theta \geq \Delta\theta_{1/2}$: $|p|\Delta\lambda \geq \frac{\lambda}{N}$, d'où $\Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{|p|N}$. On peut aussi raisonner en déphasage : à direction fixée, $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ avec $\delta = p\lambda$ varie de $|\Delta\varphi| = \frac{2\pi\delta\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{2\pi|p|\Delta\lambda}{\lambda}$, à comparer à la demi-largeur $\frac{2\pi}{N}$.

Facteurs limitants R

- **La diffraction** : $\mathcal{R}$ est limité par le nombre N de traits réellement éclairés, c'est-à-dire par la largeur du faisceau (diffraction par la pupille). Un faisceau étroit ou un diaphragme mal placé ruine la résolution. Comme $|p| \leq \frac{2a}{\lambda}$, on a toujours $\mathcal{R} \leq \frac{2L}{\lambda}$: seule la largeur totale L compte.
- **Le pouvoir séparateur du détecteur** : deux raies séparées angulairement doivent aussi l'être sur le récepteur (pixels d'un capteur, grain d'une émulsion, acuité de l'œil derrière la lunette, environ $1'$).
- En pratique aussi : largeur de la fente source, défauts du réseau et des optiques.

★ À retenir

Relation fondamentale	$a(\sin\theta_p - \sin\theta_0) = p\lambda_0$
Demi-largeur d'un pic	$\frac{2\pi}{N}$ en déphasage ; $\frac{\lambda}{Na\cos\theta_p}$ en angle
Minimum de déviation	$\theta_p = -\theta_0$, $2a\sin\frac{D_m}{2} = p\lambda_0$
Pouvoir dispersif	$\frac{\mathrm{d}\theta_p}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{p}{a\cos\theta_p}$ (croît avec $\lvert p\rvert$ et $\frac{1}{a}$)
Pouvoir de résolution	$\mathcal{R} = \lvert p\rvert N$ (croît avec $\lvert p\rvert$ et N)

☞ Exercices d'application

EXERCICE 7 Séparer le doublet du sodium

✦✦✧✧✧

On veut séparer le doublet jaune du sodium ($589{,}00\,\mathrm{nm}$ et $589{,}59\,\mathrm{nm}$) avec un réseau de $600\,\mathrm{traits}\cdot\mathrm{mm}^{-1}$.

Q-1) Quel nombre minimal de traits faut-il éclairer dans l'ordre 1 ? dans l'ordre 2 ? En déduire les largeurs minimales du faisceau.

Q-2) Le faisceau a une largeur de $2\,\mathrm{mm}$; on observe en ordre 1 au foyer d'une lentille de $50\,\mathrm{cm}$. Le doublet est-il résolu ? Quelle distance sépare les deux raies dans le plan focal ?

EXERCICE 8 Le prisme et le réseau

✦✦✧✧✧

Un prisme de base $B = 3\,\mathrm{cm}$ a un pouvoir de résolution $\mathcal{R} = B\left\lvert\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right\rvert$ (admis), avec $\left\lvert\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right\rvert \approx 5\times10^{4}\,\mathrm{m}^{-1}$ pour un verre usuel vers $590\,\mathrm{nm}$.

Q-1) Calculer $\mathcal{R}$ pour ce prisme. Sépare-t-il le doublet du sodium ?

Q-2) Combien de traits faudrait-il éclairer, en ordre 1, pour qu'un réseau ait la même résolution ? Comparer la largeur correspondante d'un réseau de $600\,\mathrm{traits}\cdot\mathrm{mm}^{-1}$ à la base du prisme. Citer un autre avantage du réseau.

VII Synthèse

★ À retenir

- Réseau : N motifs de pas a ; ondes de même amplitude, déphasage constant $\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda_0}(\sin\theta - \sin\theta_0)$ entre motifs consécutifs.
- Pics principaux pour $\varphi = 2\pi p$: $a(\sin\theta_p - \sin\theta_0) = p\lambda_0$; ordres limités par $\lvert\sin\theta_p\rvert \le 1$.
- Fresnel : vecteurs alignés (intensité $N^2 I_1$) ; polygone fermé pour $\varphi = 2\pi p \pm \frac{2\pi}{N}$: demi-largeur $\frac{2\pi}{N}$.
- Diffraction : $\theta \approx \frac{\lambda}{d}$; un motif fixe l'enveloppe, la pupille (Na) fixe la finesse des pics.
- Minimum de déviation : $\theta_p = -\theta_0$, $2a\sin\frac{D_m}{2} = p\lambda_0$; repérage stable au goniomètre.
- Dispersion : rouge plus dévié ; $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{p}{a\cos\theta_p}$; résolution $\mathcal{R} = \lvert p\rvert N$, limitée par N (diffraction) et par le détecteur.

Pour aller plus loin

Le réseau est l'élément dispersif de la plupart des spectromètres (astrophysique, chimie analytique, télécommunications optiques). La même relation, appliquée aux plans atomiques d'un cristal (réseau à trois dimensions de pas $\sim 0{,}1\,\mathrm{nm}$), donne la diffraction des rayons X et des électrons, qui révèle la structure de la matière (chapitre Q1 : dualité onde-corpuscule).

VIII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 9 Disques compacts

★★★☆☆

Les pistes d'un CD sont espacées de $a_{\text{CD}} = 1{,}6\,\mu\text{m}$, celles d'un DVD de $a_{\text{DVD}} = 0{,}74\,\mu\text{m}$; le disque, éclairé sous incidence normale, se comporte comme un réseau par réflexion.

Q-1) Établir la relation donnant les directions des ordres pour un réseau par réflexion (angles comptés depuis la normale, de part et d'autre).

Q-2) On éclaire chaque disque par un laser rouge ($650\,\text{nm}$). Combien de taches observe-t-on dans chaque cas ?

Q-3) Les disques Blu-ray sont lus avec un laser à $405\,\text{nm}$ et ont des pistes au pas de $0{,}32\,\mu\text{m}$. Que voit-on en les éclairant avec le laser rouge ? avec le laser violet ?

EXERCICE 10 Intensité diffractée (hors programme, entraînement au calcul)

★★★☆☆

On note $\underline{s}_k = s_1 \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}k\varphi}$ l'amplitude complexe de l'onde issue du motif k, $k = 0, \dots, N-1$, et $I_1 = |s_1|^2$.

Q-1) Montrer que $I(\varphi) = I_1 \dfrac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}$.

Q-2) Retrouver la position et la valeur des pics principaux, ainsi que les zéros.

Q-3) Pour N grand, les maxima secondaires voisins d'un pic principal sont approximativement en $\varphi \approx \frac{(2k+1)\pi}{N}$, $k \geq 1$. Calculer le rapport de l'intensité du premier maximum secondaire à celle du pic principal.

EXERCICE 11 Résolution maximale et largeur du réseau

★★★☆☆

Q-1) À partir de $\mathcal{R} = |p|N$ et de la relation fondamentale, montrer que $\mathcal{R} = \frac{L|\sin\theta_p - \sin\theta_0|}{\lambda}$, où $L = Na$, et en déduire $\mathcal{R} \leq \frac{2L}{\lambda}$.

Q-2) Interpréter $L|\sin\theta_p - \sin\theta_0|$ comme la différence de marche entre les rayons issus des deux bords du réseau.

Q-3) Quel pouvoir de résolution maximal peut-on espérer avec un réseau de $5\,\text{cm}$ à $500\,\text{nm}$? Quel écart minimal $\Delta\lambda$ cela représente-t-il ?

EXERCICE 12 Spectre de la lumière blanche sur un écran

★★★☆☆

Un réseau de $300\,\text{traits}\cdot\text{mm}^{-1}$ est éclairé en incidence normale par un faisceau parallèle de lumière blanche ($400\,\text{nm}$ à $750\,\text{nm}$). On observe dans le plan focal d'une lentille de focale $f' = 40\,\text{cm}$.

Q-1) Calculer, dans l'ordre 1, les positions x des extrémités violette et rouge du spectre ($x = f'\tan\theta$). En déduire la longueur du spectre.

Q-2) Même question dans l'ordre 2. Le spectre est-il deux fois plus long ? Les ordres 2 et 3 se recouvrent-ils ?

Q-3) Quelle longueur d'onde d'ordre 3 se superpose au rouge extrême de l'ordre 2 ?

IX Classiques des concours

EXERCICE 13 Le spectroscope à réseau du TP (classique d'oral et d'écrit)

Un goniomètre, muni d'un réseau de pas a inconnu, est éclairé par une lampe à vapeur de mercure. On note θ_0 l'incidence sur le réseau et θ la direction d'observation.

Q-1) Rappeler pourquoi on mesure au minimum de déviation. Établir la relation correspondante.

Q-2) Pour la raie verte ($546{,}1\,\mathrm{nm}$) dans l'ordre 1, l'angle entre les positions de minimum de déviation des ordres $+1$ et -1 vaut $37{,}70°$. En déduire a.

Q-3) Dans l'ordre 2, avec le même réseau, trouver l'angle attendu entre les deux minima de déviation pour la raie verte.

Q-4) Le doublet jaune du mercure ($576{,}96\,\mathrm{nm}$ et $579{,}07\,\mathrm{nm}$) est-il résolu en ordre 1 si le faisceau éclaire $1\,\mathrm{mm}$ du réseau ? Quel écart angulaire sépare les deux raies au minimum de déviation ? La lunette, d'acuité $1'$, permet-elle de les distinguer ?

Q-5) On remplace la lampe par une lampe inconnue : une raie rouge donne, en ordre 1, un angle de $46{,}20°$ entre les deux minima. Calculer sa longueur d'onde.

EXERCICE 14 Spectre d'une étoile avec un réseau devant le capteur

Pour photographier le spectre de l'étoile Véga, on place un réseau par transmission de $100\,\mathrm{traits}\cdot\mathrm{mm}^{-1}$ perpendiculairement à l'axe d'un télescope, juste avant le capteur, à la distance $D = 20{,}0\,\mathrm{mm}$ de celui-ci. L'image de l'étoile (ordre 0) est un point du capteur ; la lumière y converge en faisceau peu ouvert, que l'on assimile pour chaque longueur d'onde à un faisceau d'incidence normale sur le réseau.

Q-1) Quel est le pas du réseau ? (Un document indique « $a = 10\,\mathrm{mm}$ » : corriger.)

Q-2) Calculer la distance, sur le capteur, entre l'image de l'étoile et les raies H_α ($656{,}3\,\mathrm{nm}$), H_β ($486{,}1\,\mathrm{nm}$) et H_γ ($434{,}0\,\mathrm{nm}$) d'ordre 1.

Q-3) Les pixels mesurent $6\,\mu\mathrm{m}$. Quelle résolution spectrale (en nm par pixel) obtient-on ? Peut-on séparer H_γ et H_β ?

Q-4) Pourquoi l'image d'une étoile, et non celle d'une source étendue, est-elle indispensable ici ?

EXERCICE 15 Le deutérium : un défi de résolution

La raie H_α de l'hydrogène ($656{,}28\,\mathrm{nm}$) et la raie correspondante du deutérium, plus courte de $0{,}179\,\mathrm{nm}$, ont permis à H. Urey de découvrir le deutérium (1931).

Q-1) Expliquer qualitativement pourquoi les raies des deux isotopes diffèrent (on pourra évoquer la masse réduite du système noyau-électron).

Q-2) Quel pouvoir de résolution faut-il ? Combien de traits faut-il éclairer en ordre 2 ?

Q-3) Avec un réseau de $1200\,\mathrm{traits}\cdot\mathrm{mm}^{-1}$, l'ordre 2 existe-t-il pour cette raie en incidence normale ? Proposer une solution et calculer la largeur minimale du faisceau.