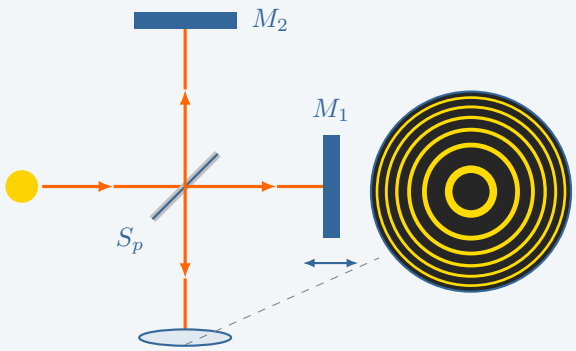
LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
**MP — Physique-chimie**
Année 2026-2027

# 04 OPTIQUE ONDULATOIRE

# Division d'amplitude : interféromètre de Michelson

Division d'amplitude — Modèle de la lame d'air — Localisation des franges — Anneaux d'égale inclinaison — Franges d'égale épaisseur — Défilement et mesures interférométriques




« *Nos découvertes futures doivent être cherchées à la sixième décimale.*

— Albert A. Michelson, discours d'inauguration du Ryerson Physical Laboratory, Université de Chicago (1894)

physionova
physionova.academy

**Pr. CHARIFI**
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Interféromètre de Michelson »

# O4 — Michelson

## Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Décrire l'interféromètre de Michelson et justifier qu'il réalise une division d'amplitude.
- Construire le schéma équivalent (miroir image $M_2'$) et reconnaître la lame d'air, le coin d'air et le contact optique.
- Savoir que les franges sont localisées en source étendue (à l'infini en lame d'air, au voisinage des miroirs en coin d'air) et choisir le montage d'observation.
- Établir $\delta = 2e\cos i$ (lame d'air) et $\delta \approx 2\alpha x$ (coin d'air) ; exploiter les anneaux et les franges rectilignes.
- Interpréter le défilement des franges et mesurer une longueur d'onde, un écart de doublet, une longueur de cohérence, un indice, une épaisseur.

### Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. Ce chapitre réinvestit O2 (formule de Fresnel, ordre d'interférence, contraste, critère de brouillage $|\Delta p| \geq \frac{1}{2}$) et O3 (franges des trous d'Young). La simulation PhysioNova « Interféromètre de Michelson » permet de translater et d'incliner le miroir mobile et de voir naître, défiler et disparaître anneaux et franges.
Des **exercices d'application corrigés** sont placés juste après les notions qu'ils illustrent ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, également corrigés, terminent le chapitre.

## Table des matières

I L'interféromètre de Michelson . . . 3
I.1 Description . . . 3
I.2 Rôle de la compensatrice . . . 4
I.3 Schéma équivalent : la lame d'air . . . 4
II Localisation des franges en source étendue . . . 5
III Lame d'air : franges d'égale inclinaison . . . 6
III.1 Différence de marche . . . 6
III.2 Anneaux d'égale inclinaison . . . 6
III.3 Évolution avec l'épaisseur . . . 7
IV Coin d'air : franges d'égale épaisseur . . . 8
IV.1 Différence de marche et interfrange . . . 8
IV.2 Contrôle de planéité . . . 9
IV.3 Contact optique et lumière blanche . . . 9
V Défilement des franges et mesures interférométriques . . . 10
V.1 Défilement . . . 10
V.2 Doublet : battements de contraste . . . 10
V.3 Longueur de cohérence d'une source . . . 11
VI Synthèse . . . 13
VII Exercices d'approfondissement . . . 13
VIII Classiques des concours . . . 14

# I L'interféromètre de Michelson

## I.1 Description

Mis au point par A. A. Michelson vers 1881 (prix Nobel 1907), l'interféromètre est constitué :

- d'une **séparatrice** $S_p$ : lame de verre dont une face est traitée pour être semi-réfléchissante (coefficient de réflexion en intensité voisin de $\frac{1}{2}$), inclinée à $45°$ sur le faisceau incident ;
- d'une **compensatrice** $C_p$ : lame identique, non traitée, parallèle à la séparatrice ;
- de deux **miroirs plans** : $M_2$, fixe mais orientable (vis de réglage fin), et $M_1$, monté sur un **chariot** qui le translate perpendiculairement à lui-même (vis micrométrique graduée), lui aussi orientable.

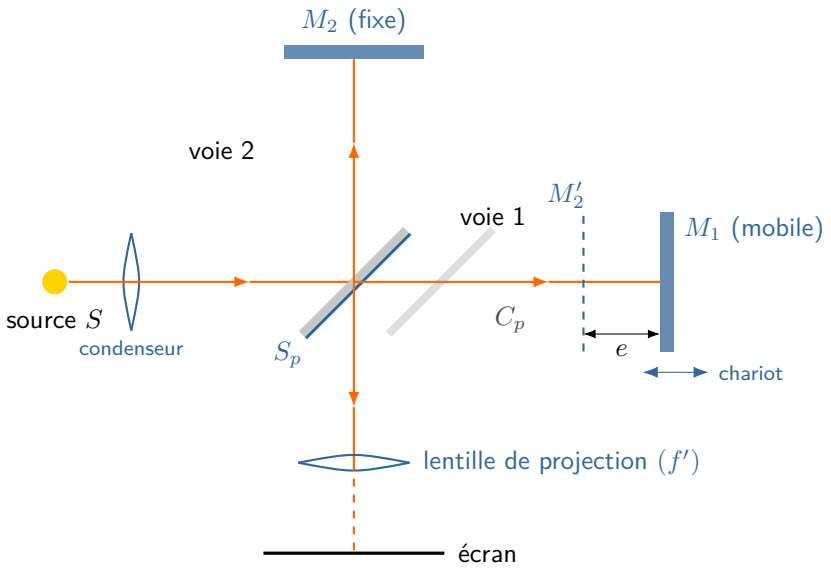



**Fig. 1 :** Interféromètre de Michelson. $M_2'$ (en pointillés) est l'image de $M_2$ par la séparatrice ; l'écart $e$ entre $M_1$ et $M_2'$ est très exagéré (de $0$ à quelques millimètres en pratique).

**Définition — Division d'amplitude** R

Chaque rayon incident est **dédoublé** par la séparatrice en un rayon réfléchi (voie 2, vers $M_2$) et un rayon transmis (voie 1, vers $M_1$). Après réflexion sur les miroirs, les deux rayons repassent par la séparatrice et se superposent dans la voie de sortie. Les deux ondes qui interfèrent proviennent du **même rayon incident** : elles sont toujours cohérentes entre elles, même si la source est étendue. C'est la différence essentielle avec la division du front d'onde (trous d'Young, chapitre O3).

**Remarque**

**Bilan énergétique.** Une onde d'intensité $I_0$ arrivant sur une séparatrice idéale ($R = T = \frac{1}{2}$ en intensité) est divisée deux fois : chaque voie apporte en sortie $\frac{I_0}{4}$, et l'autre moitié de la puissance repart vers la source. En sortie, $I = 2 \cdot \frac{I_0}{4}\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)$ : les deux ondes ayant même intensité, le contraste vaut $1$.

## I.2 Rôle de la compensatrice

Sans compensatrice, un rayon de la voie 1 traverse trois fois l'épaisseur de la séparatrice, contre une seule fois pour un rayon de la voie 2. La différence de marche contiendrait alors un terme supplémentaire, qui dépend de l'inclinaison des rayons et de la longueur d'onde (le verre est dispersif). La compensatrice, identique et parallèle, rétablit la symétrie : chaque rayon traverse quatre fois une lame de même épaisseur. **On suppose désormais la séparatrice infiniment mince et la compensation parfaite** : seules comptent les distances aux miroirs.

## I.3 Schéma équivalent : la lame d'air

**Modèle de la lame d'air** R D

Soit $M_2'$ l'image de $M_2$ par la séparatrice (supposée plane et infiniment mince). Pour le calcul des chemins optiques, l'interféromètre est équivalent à une **lame d'air** limitée par $M_1$ et $M_2'$ : tout se passe comme si la lumière se réfléchissait, sans changer de direction moyenne, sur $M_2'$ (voie 2) et sur $M_1$ (voie 1).

- $M_1 \parallel M_2'$, à la distance $e$ : **lame d'air à faces parallèles** d'épaisseur $e$ ;
- $M_1$ incliné d'un petit angle $\alpha$ sur $M_2'$ : **coin d'air** d'angle $\alpha$ ;
- $M_1$ et $M_2'$ confondus ($e = 0$, $\alpha = 0$) : **contact optique**.

**Démonstration.** Sur la voie 2, la réflexion sur $S_p$ est une symétrie plane : la longueur du trajet $S_p \to M_2 \to S_p$ est égale à celle du trajet symétrique $S_p \to M_2' \to S_p$, et le rayon qui revient de $M_2$ puis traverse $S_p$ prend en sortie la même direction que s'il revenait de $M_2'$ puis se réfléchissait sur $S_p$. Les deux voies sont alors « repliées » sur le même bras : seule compte la position relative de $M_1$ et $M_2'$. Les réflexions métalliques sur $M_1$ et $M_2$ introduisent le même déphasage dans les deux voies ; la réflexion sur la séparatrice, une fois par voie, aussi : aucun déphasage supplémentaire n'intervient dans $\delta$.

### ☞ Exercices d'application

**EXERCICE 1** — Lecture du schéma équivalent ✦✧✧✧✧

Dans le montage de la figure 1, le centre de la séparatrice est à $d_1 = 12{,}40\,\text{cm}$ de $M_1$ et à $d_2 = 12{,}25\,\text{cm}$ de $M_2$ ; les deux miroirs sont rigoureusement perpendiculaires.

**Q-1)** Quelle est la configuration équivalente ? Préciser son épaisseur.

**Q-2)** De combien et dans quel sens faut-il translater $M_1$ pour atteindre le contact optique ?

**Q-3)** Que devient le schéma équivalent si l'on tourne ensuite $M_2$ d'un angle $\frac{\alpha}{2}$ autour d'un axe contenu dans son plan ?

**EXERCICE 2** — Contraste et séparatrice imparfaite ✦✦✧✧✧

La séparatrice a pour coefficients en intensité $R = 0,40$ (réflexion) et $T = 0,60$ (transmission), sans absorption ; la compensatrice est parfaite.

**Q-1)** Exprimer les intensités $I_1$ et $I_2$ apportées par chaque voie en sortie, en fonction de $I_0$.

**Q-2)** En déduire le contraste $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$. Conclure.

## II Localisation des franges en source étendue

Une source réelle est étendue : chacun de ses points, incohérent avec les autres, donne son propre système de franges et les éclairements s'ajoutent. Avec les trous d'Young, ces systèmes sont décalés et les franges se brouillent dès que la source est trop large (chapitre O3). Avec le Michelson, il existe une région où les systèmes de franges coïncident.

**Localisation (admise, constatée expérimentalement)** R

- Source **ponctuelle** : franges **non localisées** (visibles partout où les faisceaux se recouvrent).
- Source **étendue** : les franges ne restent contrastées qu'au voisinage d'une surface particulière, la **surface de localisation** ; ailleurs elles sont brouillées.
- **Lame d'air** : franges localisées **à l'infini** ; on les observe dans le plan focal image d'une lentille convergente (ou à l'œil accommodant à l'infini).
- **Coin d'air** : franges localisées **au voisinage des miroirs** ; on les observe en conjuguant le plan des miroirs avec un écran grâce à une lentille.

**Remarque**

**Interprétation (hors programme).** Les deux rayons émergents issus d'un **même rayon incident** ont une différence de marche qui ne dépend que de ce rayon (de son inclinaison et du point où il atteint les miroirs), et non du point de la source dont il provient. Là où ces deux rayons se recoupent, tous les points de la source donnent le même ordre : les systèmes de franges coïncident. En lame d'air, les deux rayons émergents sont parallèles et ne se coupent qu'à l'infini ; en coin d'air sous incidence quasi normale, ils se coupent au voisinage du coin. Le programme exclut toute étude générale de la localisation : on retient le résultat ci-dessus et on le constate en TP en déplaçant l'écran.

**✗ Attention, erreurs fréquentes**

- Pour observer des anneaux bien contrastés avec une lampe spectrale, il faut une source **étendue** (condenseur, verre dépoli) et observer **à l'infini** : un écran placé à distance finie sans lentille ne montre que du flou.
- Avec un laser (source quasi ponctuelle), les franges sont non localisées : on les voit sur un écran placé n'importe où, mais on perd l'intérêt de la luminosité d'une source étendue.

# III Lame d'air : franges d'égale inclinaison

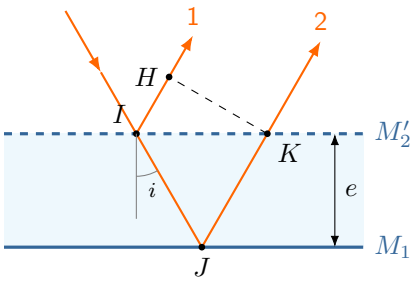
## III.1 Différence de marche

**Différence de marche en lame d'air** R D

Pour deux rayons émergents issus d'un même rayon incident d'angle $i$ sur une lame d'air d'épaisseur $e$ :

$$\delta = 2e\cos i \qquad p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2e\cos i}{\lambda_0}$$

**Démonstration.** Le rayon incident atteint $M_2'$ en $I$ : une partie s'y « réfléchit » (rayon 1), l'autre atteint $M_1$ en $J$, s'y réfléchit et ressort en $K$ (rayon 2), parallèlement au rayon 1. Soit $H$ le projeté de $K$ sur le rayon 1. D'après le théorème de Malus, $H$ et $K$ sont sur une même surface d'onde des rayons émergents : les chemins de $H$ et de $K$ jusqu'au point d'observation à l'infini sont égaux. Dans l'air ($n = 1$) :




$$\delta = (IJ + JK) - IH = \frac{2e}{\cos i} - IK\sin i,$$

avec $IK = 2e\tan i$, d'où $\delta = \frac{2e}{\cos i}\left(1 - \sin^2 i\right) = 2e\cos i$.

## III.2 Anneaux d'égale inclinaison

L'ordre ne dépend que de l'inclinaison $i$ : les franges sont des **anneaux** centrés sur le foyer image $F'$ de la lentille d'observation. Un anneau correspond à un cône de rayons d'inclinaison $i$, focalisés sur un cercle de rayon $r = f'\tan i \approx f'i$.

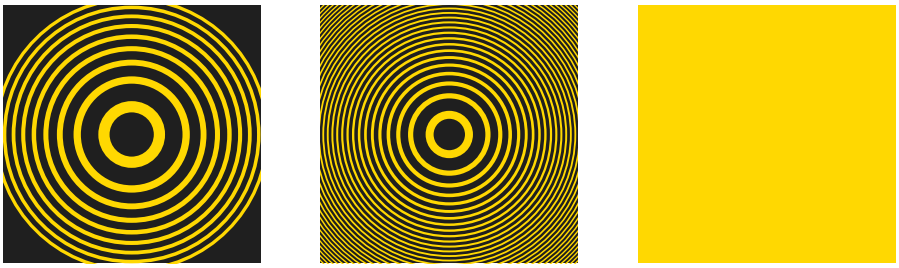
**Rayons des anneaux brillants** R D

L'ordre est **maximal au centre** : $p_0 = \frac{2e}{\lambda_0}$. On écrit $p_0 = m + \varepsilon$ avec $m$ entier et $0 < \varepsilon \leq 1$. Aux petits angles, $p \approx p_0\left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$ ; le $k$-ième anneau brillant compté depuis le centre a pour ordre $p_k = m - k + 1$ et pour rayon

$$r_k = f'\sqrt{\frac{2(p_0 - p_k)}{p_0}} = f'\sqrt{\frac{\lambda_0}{e}(k - 1 + \varepsilon)}$$

Les rayons croissent comme $\sqrt{k}$ : les anneaux se **resserrent** vers l'extérieur.

**Démonstration.** $\cos i \approx 1 - \frac{i^2}{2}$ donne $p_0 - p = p_0\frac{i^2}{2}$, soit $i^2 = \frac{2(p_0 - p)}{p_0} = \frac{\lambda_0}{e}(p_0 - p)$. L'anneau brillant d'ordre $p_k$ vérifie $p_0 - p_k = k - 1 + \varepsilon$, et $r_k = f'i_k$.



(a) $e = 0{,}5\,\mathrm{mm}$ (b) $e = 1\,\mathrm{mm}$ (c) $e = 0$ : teinte plate

**Fig. 2 :** Anneaux d'égale inclinaison dans le plan focal d'une lentille (même champ, même lumière). Quand $e$ diminue, les anneaux s'élargissent et sont moins nombreux ; au contact optique l'éclairement est uniforme.

## III.3 Évolution avec l'épaisseur

**Les anneaux « rentrent » quand $e$ diminue** R

Pour un anneau d'ordre $p$ donné, $\cos i = \frac{p\lambda_0}{2e}$ : si $e$ diminue, $\cos i$ augmente, $i$ diminue. Les anneaux **se contractent** et **disparaissent au centre** (un anneau à chaque fois que $e$ diminue de $\frac{\lambda_0}{2}$) ; ils s'élargissent et leur nombre dans le champ diminue. Au contact optique ($e = 0$), $\delta = 0$ pour toutes les inclinaisons : l'éclairement est uniforme, c'est la **teinte plate**. Inversement, quand $e$ augmente, les anneaux **sortent** du centre.

**☞ Méthode — Atteindre le contact optique en lame d'air** M

1. Régler grossièrement les miroirs (lame d'air) : on voit des anneaux à l'infini.
2. Translater $M_1$ dans le sens qui fait **rentrer** les anneaux ; ils grossissent et se raréfient.
3. Quand il ne reste qu'un ou deux anneaux dans le champ, affiner : au contact optique, la teinte est uniforme ; en lumière blanche, on vérifie qu'elle est blanche (voir IV.3).

**Ordres de grandeur**

Avec $\lambda_0 \approx 0{,}5\,\mu\mathrm{m}$ et $e = 1\,\mathrm{mm}$, $p_0 = 4000$ ; une translation de $0{,}25\,\mu\mathrm{m}$ fait défiler une frange. Les vis micrométriques des chariots sont graduées au $10\,\mu\mathrm{m}$ (réglage fin au $\mu\mathrm{m}$). Lentille de projection : $f' \approx 1\,\mathrm{m}$, rayons des premiers anneaux : quelques centimètres.

**✗ Attention, erreurs fréquentes**

- L'ordre est maximal **au centre** (et non au bord, contrairement à l'intuition « on s'éloigne donc on retarde ») : $\cos i \leq 1$.
- Le centre n'est en général ni brillant ni sombre : $p_0$ n'a aucune raison d'être entier. Le premier anneau brillant a pour ordre la partie entière (par défaut) de $p_0$.
- $r = f' \tan i$ : le rayon des anneaux dépend de la lentille d'observation, pas de la distance de l'écran à l'interféromètre.

### ☞ Exercices d'application

**EXERCICE 3** **Anneaux de la raie verte du mercure** ✦✦✧✧✧

L'interféromètre, réglé en lame d'air d'épaisseur $e = 0{,}600\,\text{mm}$, est éclairé par la raie verte du mercure ($\lambda_0 = 546{,}1\,\text{nm}$) à travers un verre dépoli. On observe dans le plan focal d'une lentille $f' = 1{,}00\,\text{m}$, sur un écran carré de $10\,\text{cm}$ de côté centré sur $F'$.

**Q-1)** Calculer l'ordre au centre. Le centre est-il brillant, sombre ?

**Q-2)** Calculer les rayons des trois premiers anneaux brillants. Combien d'anneaux brillants complets voit-on ?

**Q-3)** On translate $M_1$ pour amener l'épaisseur à $0{,}500\,\text{mm}$. Combien d'anneaux disparaissent au centre ?

**EXERCICE 4** **Mesure d'une épaisseur par les anneaux** ✦✦✧✧✧

En lumière de longueur d'onde $\lambda_0 = 632{,}8\,\text{nm}$, on mesure les rayons de deux anneaux brillants consécutifs : $r_k = 20{,}4\,\text{mm}$ et $r_{k+1} = 28{,}9\,\text{mm}$, avec $f' = 0{,}800\,\text{m}$.

**Q-1)** Montrer que $r_{k+1}^2 - r_k^2 = \frac{f'^2\lambda_0}{e}$, indépendamment de $k$ et de $\varepsilon$.

**Q-2)** En déduire $e$.

## IV Coin d'air : franges d'égale épaisseur

### IV.1 Différence de marche et interfrange

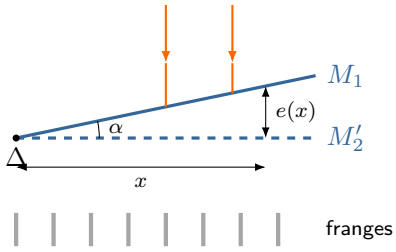
On fait tourner $M_1$ de façon que $M_1$ et $M_2'$ forment un dièdre d'angle $\alpha$ très petit (quelques $10^{-4}\,\text{rad}$), d'arête $\Delta$ ; on éclaire sous **incidence quasi normale** (faisceau parallèle issu d'une source étendue placée au foyer d'un collimateur).

**Franges d'égale épaisseur** R D

En un point situé à la distance $x$ de l'arête, l'épaisseur du coin vaut $e(x) = x\tan\alpha \approx \alpha x$ et, sous incidence normale,

$$\delta(x) \approx 2e(x) = 2\alpha x \qquad i_f = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Les franges sont des segments **parallèles à l'arête**, régulièrement espacés de l'interfrange $i_f$ ; l'arête ($x = 0$) porte la frange d'ordre zéro.




**Démonstration.** Sous incidence normale, le rayon de la voie 2 se réfléchit sur $M_2'$, celui de la voie 1 traverse le coin et se réfléchit sur $M_1$, au même point $x$ à $\alpha$ près : il parcourt en plus l'aller-retour $2e(x)$ (le petit angle $2\alpha$ entre les rayons réfléchis ne change $\delta$ qu'au second ordre). L'ordre $p = \frac{2\alpha x}{\lambda_0}$ augmente de 1 quand $x$ augmente de $i_f = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$.

**Observation** R

Les franges sont localisées au voisinage des miroirs : on forme sur l'écran l'**image des miroirs** par une lentille de projection, de grandissement $\gamma$. L'interfrange observé vaut $|\gamma|\, i_f$. On peut aussi regarder directement le miroir $M_1$ à l'œil, accommodé sur lui. Chaque frange est une **ligne d'égale épaisseur** : elle dessine les « courbes de niveau » de l'écart entre $M_1$ et $M_2'$.

**Ordres de grandeur**

Pour voir à l'œil nu des franges espacées de $1\,\mathrm{mm}$ sur le miroir avec $\lambda_0 = 0{,}5\,\mu\mathrm{m}$, il faut $\alpha = \frac{\lambda_0}{2i_f} = 2{,}5 \times 10^{-4}\,\mathrm{rad}$, soit moins d'une minute d'arc : le réglage se fait à la vis fine.

## IV.2 Contrôle de planéité

Si l'un des miroirs (ou une surface que l'on substitue à $M_1$) présente un défaut, l'épaisseur locale est modifiée et les franges se courbent : un décalage d'une frange correspond à une variation d'épaisseur de $\frac{\lambda_0}{2}$, un décalage d'une fraction $\eta$ d'interfrange à une variation de hauteur $\eta\frac{\lambda_0}{2}$. On contrôle ainsi la planéité d'une surface optique à une fraction de $0{,}1\,\mu\mathrm{m}$ près.

## IV.3 Contact optique et lumière blanche

Quand on diminue $\alpha$ autour d'une arête passant par le centre du champ, l'interfrange augmente indéfiniment : au contact optique, la teinte est uniforme (teinte plate).

**Franges en lumière blanche** R

La lumière blanche ($400\,\mathrm{nm} < \lambda < 750\,\mathrm{nm}$) superpose des systèmes de franges incohérents entre eux, d'interfranges proportionnels à $\lambda$ :

- sur l'arête, $\delta = 0$ pour toutes les longueurs d'onde : **frange centrale blanche** (dite achromatique), bordée de deux franges sombres ;
- de part et d'autre, quelques franges irisées : les **teintes de Newton** ;
- au-delà de quelques micromètres de différence de marche, l'œil perçoit un **blanc d'ordre supérieur** : il y manque les radiations pour lesquelles $\frac{\delta}{\lambda}$ est demi-entier ; analysé au spectroscope, il donne un **spectre cannelé**.

Les interférences en lumière blanche ne sont donc observables qu'au voisinage immédiat du contact optique ($|\delta| \lesssim 2\,\mu\mathrm{m}$) : c'est la méthode qui permet de repérer le contact optique avec précision.

**Remarque**

**Lame à faces parallèles dans un bras.** Une lame d'épaisseur $\varepsilon$ et d'indice $n$, placée perpendiculairement aux rayons dans la voie 1, est traversée deux fois et remplace un trajet $2\varepsilon$ dans l'air par $2n\varepsilon$ : $\delta$ varie de $2(n-1)\varepsilon$. En lumière blanche, les franges disparaissent ; pour les retrouver, on rapproche $M_1$ de la séparatrice de $\Delta e = (n-1)\varepsilon$. On mesure ainsi $\varepsilon$ (connaissant $n$) ou $n$ (connaissant $\varepsilon$).

### ☞ Exercices d'application

**EXERCICE 5** — **Angle d'un coin d'air** ✦✦✧✧✧

Le Michelson, éclairé par la raie verte du mercure ($\lambda_0 = 546{,}1\,\mathrm{nm}$) sous incidence quasi normale, est réglé en coin d'air. Une lentille forme l'image des miroirs sur un écran avec le grandissement $\gamma = -3{,}0$ ; on mesure $18{,}0\,\mathrm{mm}$ pour dix interfranges.

**Q-1)** Calculer l'interfrange sur les miroirs et l'angle $\alpha$ du coin (en radians et en secondes d'arc).

**Q-2)** Quelle est la variation d'épaisseur du coin d'une frange brillante à la suivante ?

### EXERCICE 6 Défaut de planéité ✦✦✧✧✧

On remplace $M_1$ par une surface à contrôler, en coin d'air ($\lambda_0 = 632{,}8\,\text{nm}$). Les franges sont rectilignes sauf au voisinage d'un point où elles s'incurvent, la courbure atteignant $\frac{1}{4}$ d'interfrange, du côté des épaisseurs croissantes.

**Q-1)** Le défaut est-il une bosse ou un creux ? (On admet que les épaisseurs croissent quand on s'éloigne de l'arête.)

**Q-2)** Évaluer sa hauteur.

### EXERCICE 7 Épaisseur d'une lamelle de microscope ✦✦✧✧✧

Au contact optique en lumière blanche, on place dans la voie 1 une lamelle de verre d'indice $n = 1{,}52$ ; les franges disparaissent. Pour retrouver la frange achromatique, on doit rapprocher $M_1$ de la séparatrice de $78\,\mu\text{m}$.

**Q-1)** Justifier le sens du déplacement et en déduire l'épaisseur $\varepsilon$ de la lamelle.

**Q-2)** Pourquoi la lumière blanche est-elle indispensable pour cette mesure ?

# V Défilement des franges et mesures interférométriques

## V.1 Défilement

**Défilement des franges** R D

Une translation $\Delta e$ du miroir $M_1$ modifie la différence de marche de $2\Delta e$ (aller-retour). En un point fixe du champ, l'ordre varie de

$$\Delta p = \frac{2\Delta e}{\lambda_0}$$

On voit défiler $\Delta p$ franges : en lame d'air, des anneaux naissent ou disparaissent au centre ; en coin d'air, les franges rectilignes se translatent perpendiculairement à l'arête.

**☞ Méthode — Mesurer une longueur d'onde par comptage** M

On compte $N$ franges qui défilent au centre pendant que l'on translate $M_1$ de $\Delta e$, lu sur le vernier : $\lambda_0 = \frac{2\Delta e}{N}$. L'incertitude-type sur $\lambda_0$ vaut $u(\lambda_0) = \lambda_0\sqrt{\left(\frac{u(\Delta e)}{\Delta e}\right)^2 + \left(\frac{u(N)}{N}\right)^2}$ : on a intérêt à compter un grand nombre de franges. Le même principe sert à mesurer un déplacement connaissant $\lambda_0$ (règle interférentielle).

**Remarque**

**Indice d'un gaz.** Une cuve de longueur intérieure $L$, placée dans une voie, est progressivement vidée ; la lumière la traverse deux fois : $\delta$ varie de $2L(n-1)$ et l'on compte $N = \frac{2L(n-1)}{\lambda_0}$ franges.

## V.2 Doublet : battements de contraste

Une source émet deux raies de même intensité, $\lambda_1$ et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$, avec $\Delta\lambda \ll \lambda_m = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}$. Les deux systèmes de franges sont incohérents : les éclairements s'ajoutent.

**Contraste en lumière doublet** R D

$$I(\delta) = 2I_1\left[1+\cos\left(\frac{\pi\delta\,\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\right)\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_m}\right)\right], \qquad C(\delta) = \left|\cos\frac{\pi\delta\,\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\right|$$

Le contraste s'annule (**brouillage**, ou anticoïncidence) lorsque $\frac{\delta\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$ est demi-entier. Entre deux brouillages successifs, $\delta$ varie de $\frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$, donc le miroir est translaté de

$$\Delta e = \frac{\lambda_m^2}{2\,\Delta\lambda}$$

**Démonstration.** Les éclairements s'ajoutent :

$$I = I_1\left(2+\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_1}+\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_2}\right).$$

On factorise la somme des cosinus, $\cos a+\cos b = 2\cos\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}$, avec

$$\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\approx\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\approx\frac{2}{\lambda_m}.$$

Le premier cosinus varie lentement : c'est une enveloppe qui module le contraste. On retrouve le critère semi-quantitatif de O2 : les deux systèmes sont en opposition quand leurs ordres diffèrent de $|\Delta p| = \frac{\delta\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = \frac{1}{2}$.

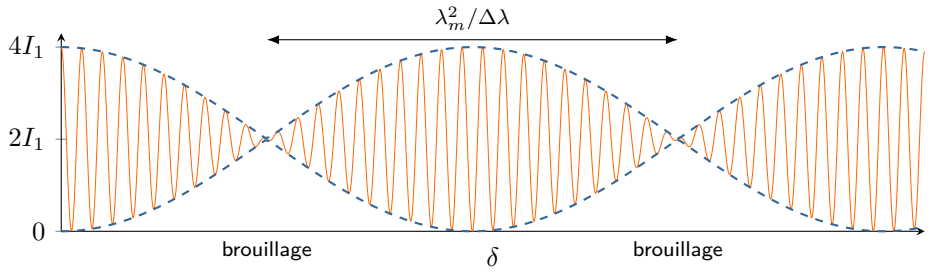



**Fig. 3 :** Éclairement au centre en fonction de $\delta$ pour un doublet (rapport $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m}$ très exagéré) : franges de période $\lambda_m$ modulées par une enveloppe de période $\frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$.

## V.3 Longueur de cohérence d'une source

Une raie réelle a une largeur spectrale $\Delta\lambda$ : elle est constituée de trains d'ondes de durée moyenne $\tau_c \approx \frac{1}{\Delta f}$ (chapitre O1). Deux ondes ne peuvent interférer que si leur retard est inférieur à $\tau_c$, c'est-à-dire si $|\delta| < L_c = c\tau_c$.

**Brouillage par largeur spectrale** R

Pour un profil rectangulaire de largeur $\Delta\lambda$, l'application du critère $|\Delta p| = \frac{1}{2}$ entre le centre et un bord du spectre ($\pm\frac{\Delta\lambda}{2}$) donne le brouillage pour

$$|\delta| \approx L_c = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

Avec le Michelson, en partant du contact optique, les anneaux disparaissent lorsque $2e \approx L_c$ : la mesure de $e$ donne la longueur de cohérence et la largeur de la raie. Le calcul de l'éclairement n'est pas exigible.

### Ordres de grandeur

| | | |
|---|---|---|
| Lumière blanche | $\Delta\lambda \approx 350\,\text{nm}$ | $L_c \approx 1\,\mu\text{m}$ |
| Lampe spectrale basse pression (raie verte du mercure) | $\Delta\lambda \approx 10^{-2}\,\text{nm}$ | $L_c \approx 3\,\text{cm}$ |
| Lampe à vapeur de sodium (haute pression) | $\Delta\lambda \approx 0{,}1\,\text{nm}$ | $L_c \approx 3\,\text{mm}$ |
| Laser He-Ne de TP (multimode) | | $L_c \approx 20\,\text{cm}$ |
| Laser monomode stabilisé | $\Delta f \approx 1\,\text{MHz}$ | $L_c \approx 300\,\text{m}$ |

### ★ À retenir

| Mesure | Principe | Relation |
|---|---|---|
| Longueur d'onde | compter $N$ franges pendant une translation $\Delta e$ | $\lambda_0 = \frac{2\Delta e}{N}$ |
| Écart d'un doublet | distance entre deux brouillages successifs | $\Delta e = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$ |
| Longueur de cohérence | disparition des anneaux à partir du contact optique | $2e_{\max} \approx L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ |
| Indice d'un gaz | cuve de longueur $L$ que l'on vide | $N = \frac{2L(n-1)}{\lambda_0}$ |
| Épaisseur d'une lame | retour à la frange achromatique | $\Delta e = (n-1)\varepsilon$ |

## ☞ Exercices d'application

### EXERCICE 8 Mesure de la longueur d'onde du sodium

✦✧✧✧✧

En lame d'air, on compte $1000$ anneaux qui disparaissent au centre pendant que le vernier indique un déplacement $\Delta e = 0{,}2950\,\text{mm}$, lu avec une incertitude-type de $1\,\mu\text{m}$. On estime l'incertitude-type sur le comptage à une frange.

**Q-1)** Calculer $\lambda_0$ et son incertitude-type.

**Q-2)** Sachant que la lampe émet le doublet du sodium, pourquoi faut-il éviter de compter au voisinage d'un brouillage ?

### EXERCICE 9 Doublet jaune du sodium

✦✦✧✧✧

Le doublet du sodium a pour longueurs d'onde $\lambda_1 = 589{,}00\,\text{nm}$ et $\lambda_2 = 589{,}59\,\text{nm}$.

**Q-1)** De quelle distance faut-il translater $M_1$ entre deux brouillages successifs ?

**Q-2)** Partant du contact optique, à quelle épaisseur se produit le premier brouillage ? Combien d'anneaux ont alors défilé ?

### EXERCICE 10 Indice de l'air

✦✦✧✧✧

Une cuve de longueur intérieure $L = 4{,}00\,\text{cm}$, placée dans la voie 1, contient de l'air à la pression atmosphérique. On la vide lentement : $38$ franges défilent à $\lambda_0 = 632{,}8\,\text{nm}$.

**Q-1)** En déduire $n-1$ pour l'air.

**Q-2)** On admet que $n-1$ est proportionnel à la masse volumique du gaz (loi de Gladstone). Que vaudrait-il à $2\,\text{bar}$, même température ?

# VI Synthèse

**★ À retenir**

- Michelson = division d'amplitude : interférences contrastées **même en source étendue**, localisées.
- Modèle : $M_2'$ image de $M_2$ par $S_p$ ; lame d'air ($M_1 \parallel M_2'$), coin d'air (angle $\alpha$), contact optique.
- Lame d'air : $\delta = 2e\cos i$, anneaux d'égale inclinaison localisés **à l'infini** ; ordre maximal au centre $p_0 = \frac{2e}{\lambda_0}$ ; $r_k = f'\sqrt{\frac{\lambda_0}{e}(k-1+\varepsilon)}$ ; les anneaux rentrent quand $e$ diminue.
- Coin d'air : $\delta \approx 2\alpha x$, franges d'égale épaisseur parallèles à l'arête, localisées **sur les miroirs**, $i_f = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$.
- Défilement : $\Delta p = \frac{2\Delta e}{\lambda_0}$ ; doublet : $\Delta e = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$ entre brouillages ; cohérence : $L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$.
- Lumière blanche : frange achromatique au contact optique, puis teintes de Newton, puis blanc d'ordre supérieur (spectre cannelé).

**Pour aller plus loin**

L'interféromètre de Michelson reste un instrument de pointe : spectromètres à transformée de Fourier (l'interférogramme $I(\delta)$ contient le spectre de la source), interféromètres gravitationnels LIGO et Virgo (bras de $3$ à $4\,\mathrm{km}$). Chapitre suivant : O5, le réseau plan, qui fait interférer non plus deux mais $N$ ondes.

# VII Exercices d'approfondissement

## EXERCICE 11 Écart du doublet jaune du mercure

✦✦✦✧✧

La lampe à vapeur de mercure émet un doublet jaune de longueur d'onde moyenne $\lambda_m = 578{,}0\,\mathrm{nm}$. Le Michelson est réglé en lame d'air et l'on repère les brouillages successifs des anneaux en chariotant $M_1$. Entre le premier et le sixième brouillage, le vernier indique un déplacement $d = 0{,}395\,\mathrm{mm}$.

**Q-1)** Combien d'intervalles entre brouillages successifs la mesure couvre-t-elle ? En déduire $\Delta\lambda$.

**Q-2)** Une formule de manuel donne « $\Delta\lambda = \frac{5\lambda_m^2}{d}$ » pour cette mesure. Identifier les deux erreurs qu'elle contient.

**Q-3)** On estime l'incertitude-type sur chaque repérage de brouillage à $5\,\mu\mathrm{m}$. Évaluer l'incertitude-type sur $\Delta\lambda$. Pourquoi mesure-t-on sur plusieurs intervalles ?

## EXERCICE 12 Spectre cannelé

✦✦✦✧✧

Le Michelson, au contact optique, est éclairé en lumière blanche ($400\,\mathrm{nm}$ à $750\,\mathrm{nm}$) et réglé en coin d'air ; on place la fente d'un spectroscope sur l'image d'une zone du coin où $\delta = 10{,}0\,\mu\mathrm{m}$.

**Q-1)** Pourquoi l'œil voit-il cette zone blanche ?

**Q-2)** Quelles longueurs d'onde manquent ? Combien de cannelures sombres compte-t-on dans le spectre ?

**Q-3)** Comment évolue leur nombre si l'on se place en $\delta = 20\,\mu\mathrm{m}$ ?

### EXERCICE 13 Coin d'air éclairé par une source trop ouverte ★★★☆☆

En coin d'air d'angle $\alpha$, un point du coin d'abscisse $x$ reçoit des rayons dont l'inclinaison varie de $0$ à $i_m$. On admet que la différence de marche y vaut $\delta \approx 2\alpha x \cos i$.

**Q-1)** Évaluer la variation de l'ordre $\Delta p$ due à la dispersion des inclinaisons. En appliquant le critère de brouillage, montrer que les franges sont visibles tant que $x < x_{\max} = \frac{\lambda_0}{2\alpha i_m^2}$ (en évaluant $\Delta p$ sur toute la plage d'inclinaisons, qui représente la « moitié » de la source vue depuis l'axe).

**Q-2)** Application : $\alpha = 2 \times 10^{-4}\,\text{rad}$, $\lambda_0 = 546\,\text{nm}$, $i_m = 0{,}05\,\text{rad}$. Combien de franges sont nettes de part et d'autre de l'arête ? Conclure sur le réglage.

### EXERCICE 14 Anneaux qui rentrent ou qui sortent ? ★★★☆☆

Le Michelson est en lame d'air, éclairé par un laser He-Ne ($\lambda_0 = 632{,}8\,\text{nm}$) élargi par une lentille courte focale, et l'on observe les anneaux sur un écran éloigné.

**Q-1)** Les franges sont-elles localisées ? Pourquoi peut-on les voir sans lentille de projection ?

**Q-2)** En tournant la vis du chariot dans un sens, on voit $25$ anneaux sortir du centre pour un tour de vis. Le constructeur annonce un pas de vis de $0{,}5\,\text{mm}$ et un réducteur de rapport $1/60$. Les données sont-elles cohérentes ? Dans quel sens varie $e$ ?

## VIII Classiques des concours

### EXERCICE 15 L'expérience de Michelson et Morley ★★★★☆

Selon la théorie de l'éther, la lumière se propage à la vitesse $c$ par rapport à un milieu fixe (l'éther), par rapport auquel le laboratoire se déplace à la vitesse $\vec{w} = w\,\vec{u}_x$, avec $w \approx 30\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ (vitesse orbitale de la Terre). Les deux bras de l'interféromètre ont même longueur $L$ ; le bras 1 est parallèle à $\vec{w}$, le bras 2 perpendiculaire.

**Q-1)** En composant les vitesses selon Galilée, exprimer la vitesse de la lumière dans le laboratoire à l'aller et au retour sur le bras 1, puis sur le bras 2.

**Q-2)** Calculer les durées $\tau_1$ et $\tau_2$ des allers-retours à l'ordre 2 en $\frac{w}{c}$, puis l'ordre d'interférence $p = \frac{c(\tau_2 - \tau_1)}{\lambda}$ au centre.

**Q-3)** On tourne l'appareil de $90°$. De combien de franges la figure doit-elle se décaler ? Application : $L = 11\,\text{m}$ (bras allongés par réflexions multiples), $\lambda = 500\,\text{nm}$.

**Q-4)** Le décalage minimal détectable était de $0,01$ frange et aucun décalage ne fut observé (1887). Conclure.

### EXERCICE 16 Ordres de grandeur d'un détecteur d'ondes gravitationnelles ★★★★☆

Le détecteur Virgo est, dans son principe, un interféromètre de Michelson éclairé par un laser ($\lambda = 1{,}064\,\mu\text{m}$), de bras $L = 3\,\text{km}$. Une onde gravitationnelle d'amplitude $h$ allonge un bras de $\frac{hL}{2}$ et raccourcit l'autre d'autant.

**Q-1)** Exprimer la variation de différence de marche $\Delta\delta$ et de l'ordre $\Delta p$ en sortie. Calculer $\Delta p$ pour $h = 10^{-21}$.

**Q-2)** En réalité, la lumière fait environ $300$ allers-retours dans chaque bras (cavités résonantes). Que devient $\Delta p$ ?

**Q-3)** L'interféromètre est réglé de façon que la sortie soit sombre au repos ($\delta$ multiple impair de $\frac{\lambda}{2}$). Montrer que la variation relative de puissance de sortie est alors du second ordre en $\Delta p$. (En pratique, on se place très légèrement à côté de la frange sombre.)

**Q-4)** Pourquoi faut-il une source de très grande longueur de cohérence et une puissance lumineuse élevée ?

## EXERCICE 17 Spectroscopie interférentielle d'une raie (classique d'écrit) ✦✦✦✦✧

Une lampe émet une raie de longueur d'onde moyenne $\lambda_0$ dont le profil spectral est modélisé par un rectangle : intensité spectrale uniforme pour $\sigma \in \left[\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}; \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}\right]$, où $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ est le nombre d'onde. Le Michelson est en lame d'air ; on enregistre l'éclairement au centre $I(\delta)$ en chariotant $M_1$.

**Q-1)** En sommant les éclairements des composantes spectrales, montrer que

$$I(\delta) = I_m \left[1 + \operatorname{sinc}\left(\pi \Delta\sigma\, \delta\right) \cos(2\pi\sigma_0 \delta)\right], \qquad \operatorname{sinc} u = \frac{\sin u}{u}.$$

**Q-2)** En déduire le contraste et la valeur de $\delta$ pour laquelle il s'annule pour la première fois. Comparer au critère semi-quantitatif du cours.

**Q-3)** On observe la première disparition des anneaux pour un déplacement de $M_1$ de $9{,}0\,\mathrm{mm}$ depuis le contact optique, avec $\lambda_0 = 546{,}1\,\mathrm{nm}$. En déduire $\Delta\sigma$, $\Delta\lambda$ et la durée de cohérence.