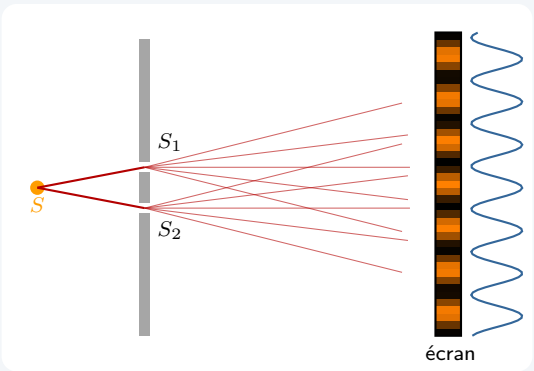
LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

03 OPTIQUE ONDULATOIRE

Division du front d'onde : trous d'Young

Trous et fentes d'Young — Différence de marche et interfrange — Franges non localisées — Déplacement et élargissement de la source — Doublet, profil rectangulaire, cohérence temporelle — Lumière blanche



« *Les expériences que je vais rapporter peuvent être répétées avec une grande facilité, chaque fois que le soleil brille, et sans autre appareil que ce que chacun a sous la main.*

— Thomas Young, *Bakerian Lecture*, Royal Society (1803), trad.

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Fentes d'Young »

O3 — Trous d'Young

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Établir la différence de marche et l'interfrange des trous d'Young ; justifier que les franges ne sont pas localisées.
- Exploiter la variation de l'ordre d'interférence avec la position du point d'observation, du point source et avec la longueur d'onde.
- Interpréter la perte de contraste due à l'élargissement de la source par le critère semi-quantitatif $|\Delta p| \geq \frac{1}{2}$.
- Étudier un doublet et une raie à profil rectangulaire ; relier largeur spectrale et longueur de cohérence temporelle.
- Interpréter qualitativement la figure en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé) ; comparer trous et fentes d'Young.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Fentes d'Young » permet de faire varier l'écart des fentes, la distance d'observation, la largeur de la fente source et le spectre, et d'observer l'interfrange et le contraste. Ce chapitre s'appuie sur la formule de Fresnel (O2).
Des **exercices d'application corrigés** suivent chaque notion ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

I Le dispositif des trous d'Young . . . 3
I.1 Description . . . 3
II Figure d'interférences . . . 3
II.1 Différence de marche . . . 3
II.2 Intensité et interfrange . . . 4
II.3 Non-localisation et champ d'interférences . . . 4
II.4 Observation à l'infini : montage de Fraunhofer . . . 5
II.5 Fentes d'Young . . . 5
III Influence de la position de la source . . . 6
III.1 Source déplacée parallèlement à S_1S_2 . . . 6
IV Perte de contraste par élargissement de la source . . . 7
IV.1 Deux sources ponctuelles incohérentes . . . 7
IV.2 Source large : critère semi-quantitatif . . . 8
V Influence de la longueur d'onde . . . 9
V.1 Lumière polychromatique . . . 9
V.2 Doublet . . . 9
V.3 Raie à profil rectangulaire et cohérence temporelle . . . 10
V.4 Lumière blanche . . . 10
VI Synthèse . . . 12
VII Exercices d'approfondissement . . . 12
VIII Classiques des concours . . . 14

I Le dispositif des trous d'Young

I.1 Description

Une source ponctuelle monochromatique S éclaire un écran opaque percé de deux trous très petits S_1 et S_2, distants de a. Chaque trou **diffracte** la lumière : il se comporte comme une source secondaire ponctuelle qui émet dans un cône d'ouverture angulaire $\sim \frac{\lambda}{b}$, où b est le diamètre du trou. Les deux sources secondaires sont issues de la même source primaire : elles sont **synchrones et cohérentes** (division du front d'onde, chapitre O2). On observe la figure sur un écran parallèle au plan des trous, à la distance D.

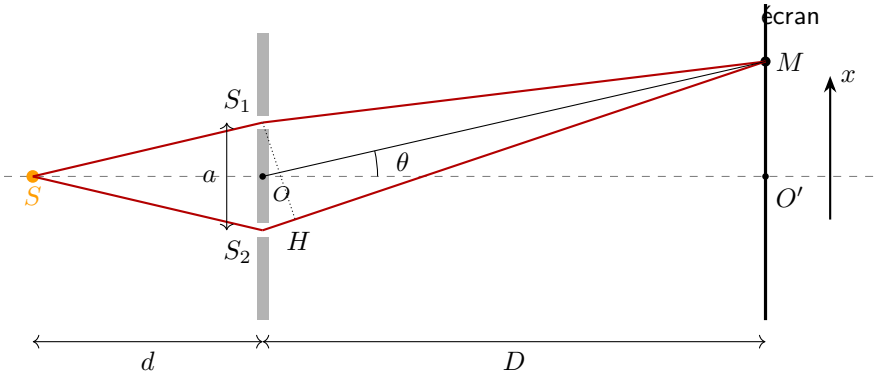


Fig. 1 : Trous d'Young : S est sur la médiatrice de S_1S_2 ; l'axe $O'x$ de l'écran est parallèle à S_2S_1.

Définition — Hypothèses et notations R

- Milieu homogène, non dispersif, d'indice n ($n \approx 1$ dans l'air) ; source S ponctuelle, monochromatique, sur la médiatrice de S_1S_2, à la distance d du plan des trous, de sorte que $(SS_1) = (SS_2)$.
- O milieu de S_1S_2, O' sa projection sur l'écran ; $M(x, y)$, avec l'axe $O'x$ parallèle à $\overrightarrow{S_2S_1}$.
- Observation « à grande distance » : $D \gg a$, $D \gg |x|$, $D \gg |y|$.

II Figure d'interférences

II.1 Différence de marche

Différence de marche des trous d'Young R D

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = n\,(S_2M - S_1M) \approx \frac{n\,a\,x}{D} \qquad p(M) = \frac{n\,a\,x}{\lambda_0 D}$$

Démonstration (développement limité). Avec $S_1(\frac{a}{2}, 0, 0)$, $S_2(-\frac{a}{2}, 0, 0)$ et $M(x, y, D)$:

$$S_{1,2}M = \sqrt{\left(x \mp \tfrac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} = D\left[1 + \frac{\left(x \mp \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{D^2}\right]^{1/2} \approx D + \frac{\left(x \mp \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D},$$

d'où $S_2M - S_1M \approx \frac{1}{2D}\left[\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2\right] = \frac{ax}{D}$. Comme $(SS_1) = (SS_2)$, $\delta = n(S_2M - S_1M)$.

Démonstration (géométrique). Vus de M lointain, les rayons S_1M et S_2M sont quasi parallèles, de direction θ. Soit H le projeté de S_1 sur S_2M : par retour inverse, S_1H est un arc de la surface d'onde centrée sur M, donc $S_1M = HM$ et $S_2M - S_1M = S_2H = a\sin\theta \approx a\tan\theta = \frac{ax}{D}$.

II.2 Intensité et interfrange

Franges des trous d'Young R D

Pour deux voies équilibrées, $I_1 = I_2 = I_0$:

$$I(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\, n\, a\, x}{\lambda_0 D}\right)\right] \qquad i = \frac{\lambda_0 D}{n\, a}$$

- I ne dépend que de x : les franges sont des **droites perpendiculaires à** S_1S_2, équidistantes de l'**interfrange** i ;
- la frange d'ordre 0 $(x = 0)$ est **brillante** ; le contraste vaut 1.

Démonstration. L'intensité découle de la formule de Fresnel. L'interfrange est la variation de x correspondant à $\Delta p = 1$: $\frac{n a\, i}{\lambda_0 D} = 1$.

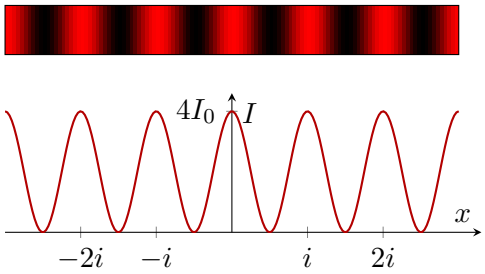


Fig. 2 : Intensité sur l'écran et aspect des franges (lumière rouge monochromatique).

Ordres de grandeur

Avec $a = 0{,}5\,\text{mm}$, $D = 1\,\text{m}$ et $\lambda_0 = 600\,\text{nm}$: $i = 1{,}2\,\text{mm}$. Pour voir des franges à l'œil sur un écran, il faut $i \gtrsim 0{,}5\,\text{mm}$, donc a de l'ordre du millimètre ou moins et D de l'ordre du mètre. L'angle sous lequel on voit S_1S_2 depuis l'écran est de l'ordre de $\frac{\lambda_0}{i} \sim 10^{-3}\,\text{rad}$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Les franges sont **perpendiculaires** à la droite S_1S_2, pas parallèles.
- L'interfrange augmente quand les trous se **rapprochent** $(i \propto \frac{1}{a})$ et diminue dans un milieu d'indice $n > 1$.
- Le signe de x dépend de l'orientation choisie ; vérifier sur la figure de quel côté se trouvent S_1 et S_2.

II.3 Non-localisation et champ d'interférences

Franges non localisées R

Les surfaces d'égal ordre sont des hyperboloïdes de révolution d'axe S_1S_2 (chapitre O2) qui existent dans tout le volume où les cônes de diffraction des deux trous se recouvrent : quel que soit l'emplacement de l'écran dans ce **champ d'interférences**, on observe des franges. Les franges des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle sont **non localisées** ; à grande distance, les hyperboloïdes coupent l'écran selon des droites quasi parallèles.

II.4 Observation à l'infini : montage de Fraunhofer

Trous d'Young à l'infini R D

Si S est au foyer objet d'une lentille L_1 (onde plane normale aux trous) et que l'on observe dans le plan focal image d'une lentille L_2 de focale f_2', le point M d'abscisse x reçoit les rayons émergeant des trous dans la direction $\theta \approx \frac{x}{f_2'}$:

$$\delta = n\,a\sin\theta \approx \frac{n\,a\,x}{f_2'} \qquad i = \frac{\lambda_0 f_2'}{n\,a}$$

La figure est celle de l'observation à distance finie, avec D remplacé par f_2' ; elle est plus lumineuse.

Démonstration. Les deux rayons qui convergent en M sont parallèles avant L_2. La perpendiculaire menée de S_1 au rayon issu de S_2 est un plan d'onde (Malus-Dupin, retour inverse depuis M) et la lentille n'ajoute aucune différence de marche (O1) : $\delta = n\,S_2H = na\sin\theta$.

II.5 Fentes d'Young

En pratique, on remplace les trous par deux **fentes fines parallèles** (perpendiculaires à S_1S_2) et la source ponctuelle par une **fente source** parallèle aux fentes. Chaque point de la fente source donne le même système de franges (partie III), déplacé parallèlement aux franges : les figures se superposent sans se brouiller.

	Trous d'Young	Fentes d'Young
Source	ponctuelle	fente fine parallèle aux fentes
Figure	franges rectilignes dans un petit disque (diffraction par un trou)	franges rectilignes parallèles aux fentes, sur une bande allongée
Luminosité	très faible	bien plus grande
Interfrange	$i = \frac{\lambda_0 D}{na}$	identique
Modulation	enveloppe de diffraction d'un trou	enveloppe de diffraction d'une fente (franges plus nombreuses au centre)

Tab. 1 : Comparaison expérimentale des trous et des fentes d'Young : mêmes franges, la fente source apportant la luminosité.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 **Mesure d'une longueur d'onde** ✦✧✧✧✧

Des fentes d'Young distantes de $a = 0{,}20\,\text{mm}$ sont éclairées par une fente source monochromatique ; l'écran est à $D = 1{,}50\,\text{m}$. On mesure $47\,\text{mm}$ pour dix interfranges.

Q-1) Calculer λ_0.

Q-2) On plonge tout le dispositif (fentes et écran) dans l'eau ($n = 1,33$). Que devient l'interfrange ?

Q-3) Dans l'air, on place derrière les fentes une lentille de focale $f' = 50\,\text{cm}$ et on observe dans son plan focal. Calculer l'interfrange.

Correction

Q-1) $i = 4{,}7\,\text{mm}$ et $\lambda_0 = \frac{ia}{D} = 627\,\text{nm}$.
Q-2) $i' = \frac{i}{n} = 3{,}5\,\text{mm}$: la longueur d'onde dans l'eau est plus courte.
Q-3) $i = \frac{\lambda_0 f'}{a} = 1{,}6\,\text{mm}$.

EXERCICE 2 Lame de verre devant un trou ✦✦✧✧✧

Le dispositif ($a = 1{,}0\,\text{mm}$, $D = 1{,}0\,\text{m}$, $\lambda_0 = 500\,\text{nm}$, dans l'air) est complété par une lame de verre d'indice $n_v = 1,50$ et d'épaisseur $e = 5{,}0\,\mu\text{m}$, placée juste derrière le trou S_2.

Q-1) Exprimer la nouvelle différence de marche $\delta(x)$. L'interfrange change-t-il ?

Q-2) De combien, et dans quel sens, la frange d'ordre zéro se déplace-t-elle ? Combien d'interfranges cela représente-t-il ?

Q-3) En lumière monochromatique, peut-on repérer ce déplacement ? Que propose-t-on ?

Correction

Q-1) La lame allonge la voie 2 de $(n_v - 1)e$: $\delta = \frac{ax}{D} + (n_v - 1)e$. L'interfrange est inchangé : la figure est translatée.
Q-2) $\delta = 0$ en $x_0 = -\frac{(n_v-1)eD}{a} = -2{,}5\,\text{mm}$: la frange centrale se déplace de $2{,}5\,\text{mm}$ du côté de S_2, c'est-à-dire du côté de la lame. Cela représente $\frac{(n_v-1)e}{\lambda_0} = 5$ interfranges.
Q-3) Toutes les franges brillantes se ressemblent : la figure translatée de 5 interfranges est identique à la figure initiale. On repère la frange d'ordre zéro en **lumière blanche**, où elle est la seule blanche (partie V).

III Influence de la position de la source

III.1 Source déplacée parallèlement à S_1S_2

Translation de la figure R D

Si la source ponctuelle est en $S(x_S, y_S)$, à la distance d du plan des trous, il apparaît une différence de marche **en amont** des trous :

$$\delta(M) = \big[(SS_2) - (SS_1)\big] + \big[(S_2M) - (S_1M)\big] \approx \frac{n\,a\,x_S}{d} + \frac{n\,a\,x}{D}$$

La figure est **translatée en bloc**, sans changement d'interfrange : la frange d'ordre zéro passe en $x_0 = -\frac{D}{d}\,x_S$, du côté opposé au déplacement de la source.

Démonstration. Le calcul de la partie II, appliqué entre S et les trous, donne $(SS_2) - (SS_1) \approx \frac{nax_S}{d}$ (la coordonnée y_S disparaît au premier ordre). La frange d'ordre zéro est sur la droite SO prolongée.

Source déplacée perpendiculairement à S_1S_2 R

Un déplacement y_S de la source parallèlement aux franges (perpendiculairement à S_1S_2) ne modifie pas δ au premier ordre : la figure est inchangée. C'est ce qui permet d'utiliser une **fente source** parallèle aux fentes, longue et lumineuse, sans brouillage.

☞ Méthode — Variation de l'ordre d'interférence M

L'ordre $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$ dépend de trois paramètres : la position de M, celle de S et la longueur d'onde. Pour décrire la figure, on étudie séparément :

1. $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{na}{\lambda_0 D}$: il donne l'interfrange i ;
2. $\frac{\partial p}{\partial x_S} = \frac{na}{\lambda_0 d}$: il donne le déplacement des franges et le brouillage par une source étendue ;
3. $\frac{\partial p}{\partial \lambda_0}$ ou $\frac{\partial p}{\partial \sigma}$: il donne le brouillage par une source polychromatique.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 3 Déplacement de la fente source ✦✧✧✧✧

La fente source est à $d = 20\,\text{cm}$ des fentes d'Young ($a = 0{,}50\,\text{mm}$), l'écran à $D = 1{,}00\,\text{m}$; $\lambda_0 = 546\,\text{nm}$.

Q-1) Calculer l'interfrange.

Q-2) On déplace la fente source de $1{,}0\,\text{mm}$ perpendiculairement aux fentes. De combien et dans quel sens la figure se déplace-t-elle ? Combien d'interfranges ?

Q-3) De combien faut-il déplacer la source pour échanger franges brillantes et sombres ?

Correction

Q-1) $i = \frac{\lambda_0 D}{a} = 1{,}09\,\text{mm}$.
Q-2) La figure se déplace de $\frac{D}{d} \times 1{,}0\,\text{mm} = 5{,}0\,\text{mm}$ en sens opposé, soit $4{,}6$ interfranges.
Q-3) Il faut $\Delta p = \frac{a\,\Delta x_S}{\lambda_0 d} = \frac{1}{2}$: $\Delta x_S = \frac{\lambda_0 d}{2a} = 0{,}11\,\text{mm}$.

IV Perte de contraste par élargissement de la source

IV.1 Deux sources ponctuelles incohérentes

Une source réelle est un ensemble de points sources qui émettent indépendamment : ils sont **incohérents entre eux**. Chacun donne son propre système de franges et **les intensités s'ajoutent**.

Deux points sources R D

Deux sources ponctuelles de même intensité, en $x_S = \pm\frac{\ell}{2}$ (à la distance d des trous), donnent

$$I = 4I_0\left[1 + \cos\left(\frac{\pi\, n\, a\, \ell}{\lambda_0 d}\right)\cos\left(\frac{2\pi\, n\, a\, x}{\lambda_0 D}\right)\right] \qquad C = \left|\cos\left(\frac{\pi\, n\, a\, \ell}{\lambda_0 d}\right)\right|$$

Le contraste s'annule (brouillage) quand les deux systèmes sont décalés d'une demi-frange : $\Delta p = \frac{na\ell}{\lambda_0 d} = \frac{1}{2}$.

Démonstration. Avec $\varphi = \frac{2\pi nax}{\lambda_0 D}$ et $\psi = \frac{\pi na\ell}{\lambda_0 d}$, chaque source donne $2I_0[1 + \cos(\varphi \pm \psi)]$; la somme vaut $4I_0[1 + \cos\psi\cos\varphi]$. $I_{\max}$ et $I_{\min}$ correspondent à $\cos\varphi = \pm 1$, d'où $C = |\cos\psi|$.

IV.2 Source large : critère semi-quantitatif

Critère de brouillage R

On admet le **critère semi-quantitatif** : les franges sont brouillées en M lorsque la variation de l'ordre d'interférence, évaluée sur la **moitié** de l'étendue de la source, vérifie

$$|\Delta p| \geq \frac{1}{2}$$

Pour une fente source de largeur b (dans la direction de S_1S_2), à la distance d des trous :

$$|\Delta p| = \frac{na\,(b/2)}{\lambda_0 d} \geq \frac{1}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad b \geq \frac{\lambda_0 d}{na}$$

Les franges restent bien contrastées pour $b \ll \frac{\lambda_0 d}{na}$. En termes angulaires, la source vue des trous sous l'angle $\alpha = \frac{b}{d}$ doit vérifier $\alpha \ll \frac{\lambda_0}{na}$.

Remarque

Le calcul exact (non exigible), en sommant les intensités des bandes élémentaires de la fente, donne $C = \left|\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi n a b}{\lambda_0 d}\right)\right|$ (exercice d'approfondissement) : le premier brouillage a lieu exactement pour $b = \frac{\lambda_0 d}{na}$, ce qui valide le critère. Au-delà, les franges réapparaissent avec un faible contraste et **inversées** (les franges brillantes deviennent sombres). On dit que l'étendue de la source limite la **cohérence spatiale** ; son étude générale est hors programme.

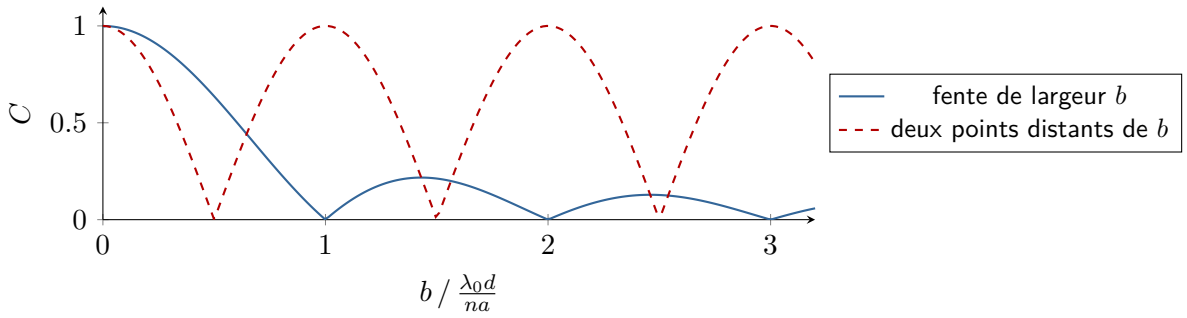


Fig. 3 : Contraste en fonction de l'étendue de la source : le premier brouillage d'une fente large a lieu pour $b = \frac{\lambda_0 d}{na}$.

☞ Méthode — Utiliser le critère semi-quantitatif M

1. Écrire l'ordre p en fonction du paramètre qui varie dans la source (position x_S, ou longueur d'onde).
2. Calculer $|\Delta p|$ entre le centre et le bord de la source (la moitié de son étendue).
3. Comparer à $\frac{1}{2}$: brouillage si $|\Delta p| \geq \frac{1}{2}$, bon contraste si $|\Delta p| \ll \frac{1}{2}$.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 4 **Largeur de la fente source ; expérience de Young au soleil** ✦✦✧✧✧

Q-1) Fentes d'Young distantes de $a = 0{,}50\,\text{mm}$, fente source à $d = 10\,\text{cm}$, $\lambda_0 = 546\,\text{nm}$. Quelle largeur maximale peut-on donner à la fente source ?

Q-2) Young éclaire deux trous directement par la lumière du Soleil, dont le diamètre apparent vaut $\alpha = 9{,}3 \times 10^{-3}\,\text{rad}$. Quel écart maximal entre les trous permet d'observer des franges ($\lambda_0 \approx 550\,\text{nm}$) ?

Q-3) En fait, Young faisait d'abord passer la lumière par un petit trou percé dans un volet. Pourquoi ?

Correction

Q-1) $b < \frac{\lambda_0 d}{a} = 0{,}11\,\text{mm}$; on prend $b \approx 0{,}05\,\text{mm}$ pour un bon contraste.
Q-2) $a < \frac{\lambda_0}{\alpha} = 59\,\mu\text{m}$: les trous doivent être extrêmement proches.
Q-3) Vu depuis les trous d'Young, le petit trou sous-tend un angle bien plus petit que le Soleil : il joue le rôle de source quasi ponctuelle, ce qui autorise un plus grand écart entre les trous (meilleure cohérence spatiale), au prix de la luminosité.

V Influence de la longueur d'onde

V.1 Lumière polychromatique

L'ordre $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \delta\,\sigma$ dépend du nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda_0}$ (on suppose δ indépendant de λ_0 : milieu non dispersif). Deux radiations de longueurs d'onde différentes sont incohérentes (O2) : chacune donne son système de franges, d'interfrange propre $i = \frac{\lambda_0 D}{na}$, et **les intensités s'ajoutent**.

Frange achromatique R

Seule la frange $\delta = 0$ est brillante pour toutes les longueurs d'onde : c'est la frange **achromatique**. En s'éloignant, les systèmes de franges se décalent progressivement les uns par rapport aux autres et le contraste diminue.

V.2 Doublet

Interférences avec un doublet R D

Pour deux raies de même intensité, de nombres d'onde σ_1 et $\sigma_2 = \sigma_1 + \Delta\sigma$, de moyenne σ_m :

$$I(\delta) = 4I_0\big[1 + \cos(\pi\,\Delta\sigma\,\delta)\cos(2\pi\sigma_m\delta)\big] \qquad C(\delta) = |\cos(\pi\,\Delta\sigma\,\delta)|$$

Le contraste s'annule (**anticoïncidences**) pour $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{\Delta\sigma}$ et redevient égal à 1 (**coïncidences**) pour $\delta = \frac{k}{\Delta\sigma}$. Avec $\Delta\sigma \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$, deux anticoïncidences successives sont séparées de $\frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$.

Démonstration. $I = 2I_0[1 + \cos(2\pi\sigma_1\delta)] + 2I_0[1 + \cos(2\pi\sigma_2\delta)]$ et $\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$. Le facteur $\cos(\pi\Delta\sigma\delta)$ varie lentement : sur quelques franges, I oscille entre $4I_0(1 \pm |\cos(\pi\Delta\sigma\delta)|)$. L'anticoïncidence correspond à $\Delta p = \delta\Delta\sigma = \frac{1}{2}$ entre les deux raies : leurs franges brillantes tombent sur les franges sombres de l'autre.

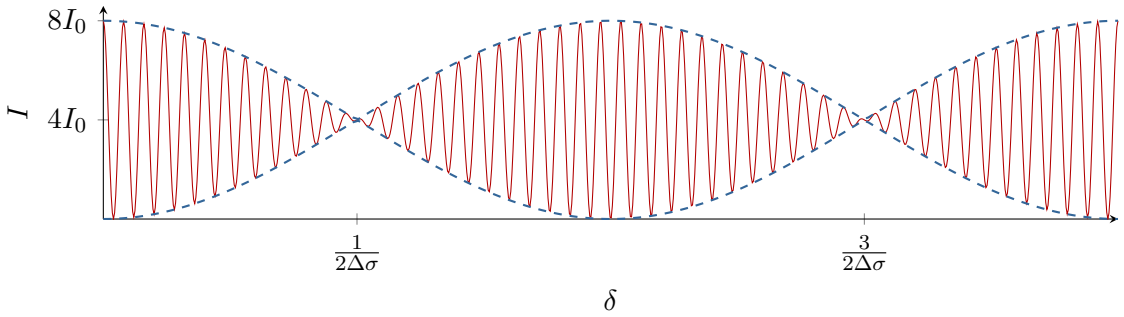


Fig. 4 : Battements de contraste avec un doublet (rapport $\frac{\sigma_m}{\Delta\sigma}$ très réduit pour la lisibilité ; pour le sodium il vaut environ 1000).

V.3 Raie à profil rectangulaire et cohérence temporelle

Profil rectangulaire R

Une raie de densité spectrale uniforme sur $[\sigma_m - \frac{\Delta\sigma}{2}; \sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2}]$ donne (calcul non exigible, exercice d'approfondissement)

$$I(\delta) = 2I_0\,[1 + \mathrm{sinc}(\pi\Delta\sigma\,\delta)\cos(2\pi\sigma_m\delta)]\,, \qquad C = |\mathrm{sinc}(\pi\Delta\sigma\,\delta)|.$$

Le critère semi-quantitatif, appliqué sur la moitié du spectre, donne $|\Delta p| = |\delta|\frac{\Delta\sigma}{2} \geq \frac{1}{2}$:

franges visibles si $\quad |\delta| < \dfrac{1}{\Delta\sigma} \approx \dfrac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = \ell_c$

★ À retenir

On observe des franges tant que la différence de marche reste inférieure à la **longueur de cohérence temporelle** $\ell_c \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$: on retrouve, par une autre voie, la condition $|\delta| < \ell_c$ déduite des trains d'ondes (O2). La relation $\ell_c = c\tau_c$ et $\Delta f \cdot \tau_c \approx 1$ (O1) relient les deux descriptions.

V.4 Lumière blanche

Figure en lumière blanche R

- Au centre ($\delta = 0$) : frange **blanche**, bordée de franges sombres puis de quelques franges **irisées** (teintes de Newton) : le rouge, d'interfrange plus grand, se décale vers l'extérieur ;
- au-delà de quelques franges ($|\delta| \gtrsim \ell_c \approx 1\,\mu\mathrm{m}$) : éclairement uniforme blanchâtre, le **blanc d'ordre supérieur** ;
- analysé au spectroscope, ce blanc présente un **spectre cannelé** : il y manque les radiations éteintes, $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$; le nombre de cannelures augmente avec $|\delta|$.

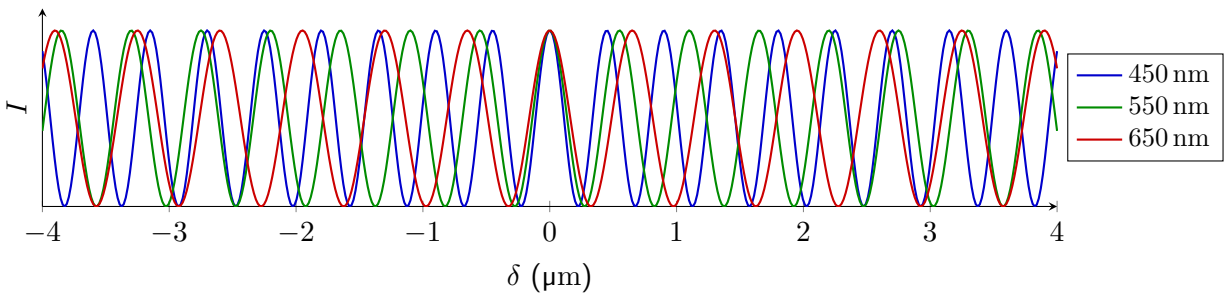


Fig. 5 : Systèmes de franges de trois radiations : ils ne coïncident qu'en $\delta = 0$ et se mélangent dès que $|\delta|$ dépasse $1\,\mu\text{m}$ environ.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Ne pas additionner les vibrations de deux radiations différentes : on additionne leurs **intensités**.
- Le critère de brouillage porte sur la **moitié** de l'étendue (spatiale ou spectrale) de la source ; pour un doublet, il porte sur l'écart entre les deux raies.
- Le blanc d'ordre supérieur n'est pas une absence d'interférences : chaque radiation interfère, mais le mélange paraît blanc à l'œil.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 5 — Doublet du sodium avec des trous d'Young

✦✦✧✧✧

Des trous d'Young ($a = 2{,}0\,\text{mm}$, $D = 1{,}0\,\text{m}$, dans l'air) sont éclairés par une lampe à vapeur de sodium : $\lambda_1 = 589{,}0\,\text{nm}$ et $\lambda_2 = 589{,}6\,\text{nm}$, de même intensité.

Q-1) Calculer $\Delta\sigma$ et l'interfrange moyen.

Q-2) À quelle distance du centre se trouve la première anticoïncidence ? Peut-on l'observer ?

Q-3) Avec quel dispositif peut-on obtenir des différences de marche de l'ordre du millimètre ?

Correction

Q-1) $\Delta\sigma = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = 1{,}73 \times 10^3\,\text{m}^{-1}$; $i = \frac{\lambda_m D}{a} = 0{,}29\,\text{mm}$.

Q-2) $\delta = \frac{1}{2\Delta\sigma} = 0{,}29\,\text{mm}$, soit $x = \frac{\delta D}{a} = 14\,\text{cm}$: environ 500 franges plus loin, hors du champ d'interférences, éclairé seulement sur quelques millimètres.

Q-3) L'interféromètre de Michelson (chapitre O4), où δ se règle de 0 à plusieurs centimètres en déplaçant un miroir.

EXERCICE 6 — Spectre cannelé et nombre de franges en lumière blanche

✦✦✧✧✧

Q-1) En un point où $\delta = 5{,}0\,\mu\text{m}$, on analyse la lumière blanche ($400\,\text{nm}$ à $800\,\text{nm}$) au spectroscope. Combien de cannelures observe-t-on, et à quelles longueurs d'onde ?

Q-2) Une DEL rouge ($\lambda_0 = 630\,\text{nm}$, $\Delta\lambda = 20\,\text{nm}$, profil supposé rectangulaire) éclaire des fentes d'Young ($a = 1{,}0\,\text{mm}$, $D = 1{,}0\,\text{m}$). Sur quelle largeur de l'écran voit-on des franges ? Combien ?

Correction

Q-1) Cannelures pour $\lambda_0 = \frac{\delta}{k+\frac{1}{2}}$ avec $400\,\text{nm} \le \lambda_0 \le 800\,\text{nm}$: $6{,}25 \le k + \frac{1}{2} \le 12{,}5$, soit $k = 6$ à 12 : 7 cannelures, à 769, 667, 588, 526, 476, 435 et $400\,\text{nm}$.

Q-2) $\ell_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = 20\,\mu\text{m}$; franges pour $|x| < \frac{\ell_c D}{a} = 20\,\text{mm}$, d'interfrange $0{,}63\,\text{mm}$: environ 63 franges sur $4\,\text{cm}$, de contraste décroissant.

VI Synthèse

★ À retenir

- Trous d'Young : $\delta = \frac{nax}{D}$, $I = 2I_0\left[1+\cos\frac{2\pi nax}{\lambda_0 D}\right]$, $i = \frac{\lambda_0 D}{na}$; franges rectilignes $\perp S_1S_2$, non localisées. À l'infini : $D \to f'$.
- Source déplacée de x_S : $\delta = \frac{nax_S}{d} + \frac{nax}{D}$, translation de $-\frac{D}{d}x_S$; déplacement parallèle aux franges sans effet (fente source).
- Critère semi-quantitatif : brouillage si $|\Delta p| \geq \frac{1}{2}$ sur la moitié de l'étendue ; fente source $b < \frac{\lambda_0 d}{na}$.
- Doublet : $C = |\cos(\pi\Delta\sigma\delta)|$, anticoïncidences tous les $\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$; profil rectangulaire : franges si $|\delta| < \ell_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$.
- Lumière blanche : frange centrale blanche, franges irisées, blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé ($\delta = (k+\frac{1}{2})\lambda_0$ éteintes).

Pour aller plus loin

L'interféromètre de Michelson (O4), à division d'amplitude, permet d'utiliser une source étendue et d'atteindre de grandes différences de marche : on y retrouve anticoïncidences et longueur de cohérence. Le réseau (O5) généralise les trous d'Young à N ouvertures.

VII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 7 Contraste exact pour une fente source large

★★★☆☆

La fente source, de largeur b, est assimilée à une juxtaposition de bandes de largeur $\mathrm{d}x_S$, incohérentes entre elles, d'intensité $\frac{I_0}{b}\mathrm{d}x_S$ par trou (d : distance fente source–trous, air).

Q-1) Écrire l'intensité $\mathrm{d}I$ en M due à la bande d'abscisse x_S.

Q-2) En déduire $I(x) = 2I_0\left[1+\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right)\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D}\right)\right]$, puis le contraste.

Q-3) Pour quelles largeurs le contraste s'annule-t-il ? Que se passe-t-il pour $\frac{\lambda_0 d}{a} < b < \frac{2\lambda_0 d}{a}$? Comparer au critère semi-quantitatif.

Correction

Q-1) $\mathrm{d}I = \frac{2I_0}{b}\left[1+\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{x_S}{d}+\frac{x}{D}\right)\right)\right]\mathrm{d}x_S$.

Q-2) On intègre de $-\frac{b}{2}$ à $\frac{b}{2}$: $\int\cos(\varphi+\beta x_S)\,\mathrm{d}x_S = \frac{2}{\beta}\sin\frac{\beta b}{2}\cos\varphi$ avec $\beta = \frac{2\pi a}{\lambda_0 d}$, d'où le résultat et $C = \left|\mathrm{sinc}\frac{\pi ab}{\lambda_0 d}\right|$.

Q-3) $C = 0$ pour $b = m\frac{\lambda_0 d}{a}$, $m \in \mathbb{N}^*$. Entre le premier et le deuxième zéro, le sinus cardinal est négatif : les franges réapparaissent, **inversées**, avec $C \leq 0,22$. Le critère $|\Delta p| = \frac{ab}{2\lambda_0 d} \geq \frac{1}{2}$ prévoit exactement le premier brouillage.

EXERCICE 8 Profil rectangulaire : calcul de l'intensité

Une source ponctuelle a une densité spectrale uniforme $I_\sigma = \frac{I_0}{\Delta\sigma}$ (par voie) sur $[\sigma_m - \frac{\Delta\sigma}{2}; \sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2}]$ et nulle ailleurs.

Q-1) En sommant les intensités des bandes $\mathrm{d}\sigma$, établir $I(\delta) = 2I_0\,[1 + \mathrm{sinc}(\pi\Delta\sigma\delta)\cos(2\pi\sigma_m\delta)]$.

Q-2) Tracer l'allure de $I(\delta)$. Pour quelle différence de marche le contraste s'annule-t-il pour la première fois ? Relier à ℓ_c et à τ_c.

Correction

Q-1) $\mathrm{d}I = 2\frac{I_0}{\Delta\sigma}[1 + \cos(2\pi\sigma\delta)]\mathrm{d}\sigma$; $\int \cos(2\pi\sigma\delta)\mathrm{d}\sigma = \frac{\sin(2\pi\sigma\delta)}{2\pi\delta}$ entre les bornes, soit $\frac{2\cos(2\pi\sigma_m\delta)\sin(\pi\Delta\sigma\delta)}{2\pi\delta}$; on divise par $\Delta\sigma$.
Q-2) Franges d'interfrange $\frac{1}{\sigma_m}$ (en δ) sous une enveloppe en sinus cardinal. Premier zéro en $\delta = \frac{1}{\Delta\sigma} = \frac{c}{\Delta f} \approx c\tau_c = \ell_c$.

EXERCICE 9 Mesure d'une épaisseur en lumière blanche

On place une lamelle de verre d'indice $n_v = 1,52$ devant l'un des trous d'Young ($a = 1{,}0\,\mathrm{mm}$, $D = 1{,}0\,\mathrm{m}$) éclairés en lumière blanche. La frange blanche se déplace de $3{,}0\,\mathrm{mm}$.

Q-1) Calculer l'épaisseur e de la lamelle.

Q-2) Pourquoi la lumière blanche est-elle indispensable ? En réalité, l'indice dépend de λ_0 : quelle conséquence sur la frange « centrale » ?

Correction

Q-1) $(n_v - 1)e = \frac{ax_0}{D}$: $e = \frac{ax_0}{(n_v-1)D} = 5{,}8\,\mu\mathrm{m}$.
Q-2) En lumière monochromatique, toutes les franges brillantes sont identiques ; seule la lumière blanche permet d'identifier l'ordre zéro. Avec la dispersion, δ dépend de λ_0 et l'ordre zéro n'est plus au même endroit pour toutes les couleurs. La frange la moins colorée (frange achromatique) est celle où l'ordre varie le moins avec la couleur, $\frac{\partial p}{\partial \sigma} = 0$: elle est légèrement décalée par rapport à la position calculée avec un indice moyen, ce qui impose une petite correction.

EXERCICE 10 Coïncidences de deux radiations

Des fentes d'Young sont éclairées simultanément par deux lasers incohérents, $\lambda_1 = 600\,\mathrm{nm}$ et $\lambda_2 = 450\,\mathrm{nm}$ ($a = 0{,}50\,\mathrm{mm}$, $D = 1{,}0\,\mathrm{m}$).

Q-1) Calculer les interfranges.

Q-2) Où les franges brillantes des deux radiations coïncident-elles ? Décrire les couleurs observées.

Correction

Q-1) $i_1 = 1{,}2\,\mathrm{mm}$ et $i_2 = 0{,}9\,\mathrm{mm}$.
Q-2) Coïncidence si $k_1 i_1 = k_2 i_2$, soit $4k_1 = 3k_2$: tous les $3i_1 = 4i_2 = 3{,}6\,\mathrm{mm}$. Là, les deux couleurs se superposent (teinte rosée claire) ; ailleurs alternent des zones plutôt orangées et plutôt bleues. Comme les sources sont incohérentes, les intensités s'ajoutent et la figure est périodique de période $3{,}6\,\mathrm{mm}$.

VIII Classiques des concours

EXERCICE 11 Interféromètre stellaire de Michelson

★★★★☆

On observe une étoile à travers deux ouvertures distantes de a placées devant l'objectif d'un télescope, qui fait converger la lumière dans son plan focal ($\lambda_0 = 575\,\text{nm}$).

Q-1) Une étoile ponctuelle est vue dans la direction θ_S (petite) par rapport à l'axe. Montrer qu'elle ajoute la différence de marche $a\theta_S$ en amont des ouvertures et que la figure dans le plan focal est translatée de $f'\theta_S$.

Q-2) Une étoile double est formée de deux étoiles de même éclat, séparées angulairement de ε. Montrer que $C = \left|\cos\left(\frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0}\right)\right|$. Pour quelle valeur minimale a_1 de a les franges disparaissent-elles ?

Q-3) Une étoile simple de diamètre apparent α est assimilée à un disque. À l'aide du critère semi-quantitatif, estimer l'écart a_0 pour lequel les franges disparaissent. Le calcul exact donne $a_0 = 1,22\frac{\lambda_0}{\alpha}$.

Q-4) En 1920, Michelson et Pease ont observé la disparition des franges de Bételgeuse pour $a_0 = 3{,}07\,\text{m}$. En déduire α en radians et en secondes d'arc. Sachant que Bételgeuse est à environ $600\,\text{a·l·}$ ($1\,\text{a·l·} = 9{,}46\times10^{15}\,\text{m}$), estimer son rayon et le comparer au rayon de l'orbite terrestre ($1{,}5\times10^{11}\,\text{m}$).

Q-5) Pourquoi faut-il des miroirs écartés de plusieurs mètres, alors que l'objectif du télescope ne mesure que $2{,}5\,\text{m}$? Pourquoi observe-t-on à travers un filtre ?

Correction

Q-1) L'onde de l'étoile est plane ; ses plans d'onde sont inclinés de θ_S sur le plan des ouvertures : l'ouverture la plus éloignée de l'étoile est atteinte avec le retard $a\sin\theta_S \approx a\theta_S$. Dans le plan focal, $\delta = a\theta_S + \frac{ax}{f'}$: l'ordre zéro passe en $x = -f'\theta_S$, c'est-à-dire sur l'image géométrique de l'étoile.
Q-2) Les deux étoiles sont incohérentes : on ajoute deux systèmes décalés de $\Delta p = \frac{a\varepsilon}{\lambda_0}$, d'où (comme pour deux points sources) $C = \left|\cos\frac{\pi a\varepsilon}{\lambda_0}\right|$, nul pour $a_1 = \frac{\lambda_0}{2\varepsilon}$.
Q-3) $|\Delta p| = \frac{a(\alpha/2)}{\lambda_0} \geq \frac{1}{2}$ donne $a_0 \approx \frac{\lambda_0}{\alpha}$: le critère donne le bon ordre de grandeur, le facteur $1,22$ provenant de la forme circulaire du disque.
Q-4) $\alpha = 1,22\frac{\lambda_0}{a_0} = 2{,}28\times10^{-7}\,\text{rad} = 0,047''$. Distance $L = 5{,}7\times10^{18}\,\text{m}$; rayon $\frac{\alpha L}{2} \approx 6{,}5\times10^{11}\,\text{m}$, environ quatre fois le rayon de l'orbite terrestre : Bételgeuse est une supergéante rouge.
Q-5) Il faut a de l'ordre de $3\,\text{m}$: Michelson monte sur le télescope une poutre portant deux miroirs extérieurs mobiles, qui renvoient la lumière vers deux miroirs intérieurs fixes. Le contraste dépend de l'écart des miroirs extérieurs, l'interfrange de l'écart des miroirs intérieurs. Le filtre réduit $\Delta\lambda$, donc augmente ℓ_c, pour que les franges restent visibles malgré la turbulence et les petites différences de chemin.

EXERCICE 12 Réfractomètre à fentes d'Young

★★★★☆

Devant chacune des fentes d'Young ($a = 2{,}0\,\text{mm}$, $D = 1{,}0\,\text{m}$), on place un tube fermé par des lames de verre identiques, de longueur intérieure $L = 10{,}0\,\text{cm}$. Les deux tubes contiennent initialement de l'air à la pression atmosphérique ; on vide progressivement le tube placé devant S_2 ($\lambda_0 = 589\,\text{nm}$, lumière filtrée de largeur $\Delta\lambda = 1\,\text{nm}$).

Q-1) Exprimer la différence de marche en M lorsque le tube 2 contient un gaz d'indice n', l'autre de l'air d'indice n. Dans quel sens la figure se déplace-t-elle quand on vide le tube 2 ?

Q-2) On compte $N = 49$ franges qui défilent devant un repère pendant le pompage. En déduire $n-1$ pour l'air.

Q-3) Quelle est la précision sur $n-1$ si l'on apprécie un dixième de frange ?

Q-4) L'indice d'un gaz vérifie la loi de Gladstone : $n-1$ proportionnel à sa masse volumique. Montrer que $n-1$ est proportionnel à la pression à température fixée. Quelle valeur de $n-1$ prévoir à $0{,}50\,\text{bar}$?

Q-5) Vérifier que la condition de cohérence temporelle est satisfaite en fin d'expérience, au voisinage de la frange qui était centrale.

Correction

Q-1) $\delta = (n'-n)L + \frac{ax}{D}$ (air dans le reste du trajet). Quand on vide le tube 2, n' diminue de n à 1 : la frange d'ordre zéro passe en $x_0 = \frac{(n-n')LD}{a} > 0$, elle se déplace du côté de S_1, c'est-à-dire du côté opposé au tube qu'on vide (les franges « fuient » le chemin raccourci).

Q-2) $(n-1)L = N\lambda_0$: $n-1 = \frac{49\times589\times10^{-9}\,\text{m}}{0{,}100\,\text{m}} = 2{,}89\times10^{-4}$.

Q-3) $\Delta(n-1) = \frac{0{,}1\lambda_0}{L} = 6\times10^{-7}$, soit une précision relative de $0{,}2\,\%$.

Q-4) Pour un gaz parfait, $\rho = \frac{PM}{RT}$: $n-1 \propto P$ à T fixée, d'où $n-1 \approx 1{,}45\times10^{-4}$ à $0{,}50\,\text{bar}$ (avec $1{,}0\,\text{bar}$ initialement).

Q-5) Au point de l'ancienne frange centrale, $\delta = (n-1)L \approx 29\,\mu\text{m}$; $\ell_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = 0{,}35\,\text{mm}$: les franges restent visibles. Sans filtre, en lumière blanche, elles disparaîtraient dès les premiers micromètres : on peut en revanche utiliser la lumière blanche à la fin pour repérer l'ordre zéro et vérifier le décompte.

EXERCICE 13 Biprisme de Fresnel

★★★★☆

Un biprisme est formé de deux prismes minces identiques d'angle $A = 0{,}50°$ et d'indice $n_v = 1{,}50$, accolés par leur base. Une fente source S ($\lambda_0 = 589\,\text{nm}$), parallèle à l'arête, est à $d = 20\,\text{cm}$ du biprisme ; l'écran est à $D = 1{,}0\,\text{m}$ du biprisme.

Q-1) Rappeler la déviation $D_m = (n_v-1)A$ d'un prisme mince sous faible incidence. Montrer que le biprisme donne de S deux images virtuelles S_1 et S_2 dans le plan de S, distantes de $a = 2d(n_v-1)A$.

Q-2) Montrer que le dispositif est équivalent à des fentes d'Young. Calculer l'interfrange.

Q-3) La largeur du champ d'interférences sur l'écran est voisine de $2D(n_v-1)A$. Calculer le nombre de franges brillantes.

Q-4) Quelle largeur maximale peut-on donner à la fente source ?

Correction

Q-1) Chaque moitié dévie les rayons de $(n_v-1)A$ vers l'arête ; prolongés en arrière, ils semblent issus d'un point décalé de $d(n_v-1)A$ de part et d'autre de S : $a = 2d(n_v-1)A = 1{,}75\,\text{mm}$ (avec $A = 8{,}73\times10^{-3}\,\text{rad}$).

Q-2) S_1 et S_2 sont deux images d'une même source par deux portions distinctes du front d'onde : division du front d'onde. Comme le prisme est stigmatique dans ces conditions, les chemins optiques sont ceux de deux sources secondaires en phase à la distance $d+D$ de l'écran : $i = \frac{\lambda_0(d+D)}{a} = 0{,}40\,\text{mm}$.

Q-3) Largeur du champ : $2\times1{,}0\,\text{m}\times4{,}36\times10^{-3} = 8{,}7\,\text{mm}$, soit environ 21 franges brillantes.

Q-4) Vue depuis les sources secondaires, une largeur b de la source se comporte comme dans les trous d'Young avec la distance d : $b < \frac{\lambda_0 d}{a} = 67\,\mu\text{m}$.