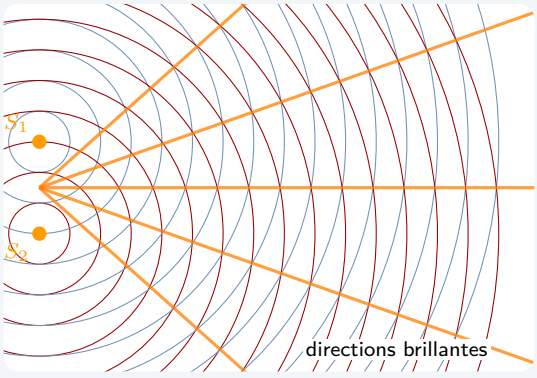
LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

02 OPTIQUE ONDULATOIRE

Superposition d'ondes lumineuses

Superposition de deux ondes — Sources incohérentes — Trains d'ondes et cohérence mutuelle — Formule de Fresnel — Ordre d'interférence et contraste — Division du front d'onde, division d'amplitude



« *Toutes les fois que deux portions de la même lumière arrivent à l'œil par des chemins différents, la lumière est la plus intense lorsque la différence des chemins est un multiple d'une certaine longueur.*

— Thomas Young, *Philosophical Transactions of the Royal Society* (1802), trad.

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Fentes d'Young »

O2 — Superposition

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Établir l'intensité résultant de la superposition de deux ondes et justifier l'additivité des intensités de deux ondes incohérentes.
- Expliquer, avec les trains d'ondes, pourquoi deux sources distinctes n'interfèrent pas ; énoncer la méthode opérationnelle de cohérence mutuelle.
- Établir et utiliser la formule de Fresnel ; définir différence de marche, ordre d'interférence, franges et contraste.
- Décrire le champ d'interférences de deux sources ponctuelles synchrones (franges, anneaux, non-localisation).
- Distinguer dispositifs à division du front d'onde et à division d'amplitude.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Fentes d'Young » permet de faire varier la longueur d'onde, l'écart des sources et l'équilibre des voies et d'observer l'effet sur les franges et le contraste. Les outils du chapitre O1 (chemin optique, trains d'ondes, intensité) sont supposés connus.
Des **exercices d'application corrigés** suivent chaque notion ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

I Superposition de deux ondes lumineuses . . . 3
I.1 Intensité résultante . . . 3
I.2 Ondes de fréquences différentes . . . 3
I.3 Sources indépendantes : additivité des intensités . . . 3
II Cohérence mutuelle et conditions d'interférences . . . 4
II.1 Diviser l'onde d'une source unique . . . 4
II.2 Condition sur la différence de marche . . . 4
III Formule de Fresnel . . . 5
III.1 Énoncé . . . 5
III.2 Contraste . . . 6
IV Figure d'interférences de deux sources ponctuelles . . . 7
IV.1 Champ d'interférences et franges . . . 7
IV.2 Surfaces d'égal ordre : hyperboloïdes . . . 8
IV.3 Localisation . . . 9
V Dispositifs interférentiels . . . 10
V.1 Deux familles de diviseurs d'onde . . . 10
VI Synthèse . . . 11
VII Exercices d'approfondissement . . . 12
VIII Classiques des concours . . . 13

I Superposition de deux ondes lumineuses

I.1 Intensité résultante

Deux ondes lumineuses atteignent le même point M, avec des vibrations $s_1(M,t) = s_{01}\cos(\omega_1 t - \varphi_1)$ et $s_2(M,t) = s_{02}\cos(\omega_2 t - \varphi_2)$, de même direction de polarisation. Les vibrations s'ajoutent (O1) ; l'intensité ne s'ajoute pas en général.

Intensité de deux ondes superposées R D

$$I(M) = K\left\langle (s_1+s_2)^2\right\rangle = I_1 + I_2 + \underbrace{2K\langle s_1 s_2\rangle}_{\text{terme d'interférence}}$$

On dit qu'il y a **interférences** en M lorsque le terme d'interférence n'est pas nul : $I \neq I_1 + I_2$.

Démonstration. On développe le carré et on utilise la linéarité de la moyenne : $K\langle s_1^2\rangle = I_1$, $K\langle s_2^2\rangle = I_2$.

I.2 Ondes de fréquences différentes

Ondes non synchrones R D

Si $\omega_1 \neq \omega_2$, avec $|\omega_1 - \omega_2|\tau_R \gg 2\pi$, le terme d'interférence est nul : $I = I_1 + I_2$. Pour interférer, deux ondes doivent avoir la **même fréquence** (ondes **synchrones**). Dans ce cas,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle\cos(\varphi_2 - \varphi_1)\rangle$$

Démonstration. $2s_1 s_2 = s_{01}s_{02}\left[\cos\left((\omega_1+\omega_2)t - \varphi_1 - \varphi_2\right) + \cos\left((\omega_1-\omega_2)t - \varphi_1 + \varphi_2\right)\right]$. Le premier terme oscille à une fréquence optique : sa moyenne sur τ_R est nulle. Le second oscille à $|\omega_1 - \omega_2|$: sa moyenne est nulle si τ_R contient beaucoup de ses périodes. Si $\omega_1 = \omega_2$, il reste $2K\langle s_1 s_2\rangle = K s_{01}s_{02}\langle\cos(\varphi_2 - \varphi_1)\rangle$, et $K s_{01}s_{02} = 2\sqrt{I_1 I_2}$ puisque $I_i = \frac{K}{2}s_{0i}^2$.

Remarque

Deux radiations de longueurs d'onde différentes n'interfèrent donc jamais entre elles : en lumière polychromatique, chaque radiation donne sa propre figure et **les intensités s'ajoutent** (chapitre O3). Si $|f_1 - f_2|$ est inférieur à $\frac{1}{\tau_R}$, le récepteur voit des **battements** (exercice d'approfondissement du chapitre O1) : c'est la détection hétérodyne.

I.3 Sources indépendantes : additivité des intensités

Le déphasage $\varphi_2 - \varphi_1$ contient les phases à l'origine des deux ondes. D'après le modèle des trains d'ondes (O1), la phase à l'origine d'une source change aléatoirement tous les τ_c.

Ondes incohérentes R D

Deux sources **distinctes**, même de même fréquence nominale, émettent des trains d'ondes indépendants : le déphasage $\varphi_2 - \varphi_1$ prend des valeurs aléatoires indépendantes tous les τ_c, et un récepteur en moyenne un nombre immense ($\frac{\tau_R}{\tau_c} \sim 10^{10}$). Alors $\langle\cos(\varphi_2 - \varphi_1)\rangle = 0$ et

$$I = I_1 + I_2 \qquad \text{(ondes incohérentes)}$$

Remarque

Rôle de la polarisation. Le modèle scalaire suppose les deux champs parallèles. En toute rigueur, le terme d'interférence est proportionnel à $\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$: deux ondes polarisées **orthogonalement** n'interfèrent pas (lois de Fresnel-Arago), quelles que soient leurs phases.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 **Deux lampes, deux lasers** ✦✧✧✧✧

Q-1) Deux lampes à vapeur de sodium éclairent le même écran. L'éclairement de chacune vaut I_0 au centre de l'écran. Que vaut l'éclairement total ? Observe-t-on des franges ?

Q-2) On remplace les lampes par deux lasers He-Ne indépendants ($\tau_c \approx 1\,\text{ns}$). Que voit l'œil ? Que verrait une photodiode de temps de réponse $0{,}1\,\text{ns}$?

Q-3) Un laser émet deux radiations de fréquences f_1 et $f_2 = f_1 + 500\,\text{MHz}$. Ces deux composantes interfèrent-elles pour l'œil ?

Correction

Q-1) Les sources sont indépendantes : $I = 2I_0$, éclairement uniforme, pas de franges.
Q-2) L'œil ($\tau_R \approx 0{,}1\,\text{s}$) moyenne sur 10^8 trains : $I = I_1 + I_2$. Une photodiode de $0{,}1\,\text{ns}$ (plus courte que τ_c) verrait des franges instables, qui se déplacent aléatoirement toutes les nanosecondes.
Q-3) Non : la période du battement, $2\,\text{ns}$, est bien plus courte que τ_R ; l'œil voit $I_1 + I_2$.

II Cohérence mutuelle et conditions d'interférences

II.1 Diviser l'onde d'une source unique

Pour obtenir un déphasage stable, on ne prend pas deux sources, mais **une seule source primaire** S ponctuelle, dont on **divise** l'onde en deux ondes qui suivent des chemins différents avant de se superposer en M. Chaque train d'ondes émis par S se retrouve sur les deux voies : la phase aléatoire φ_S est **la même** pour les deux ondes et disparaît du déphasage.

Déphasage de deux ondes issues de la même source R D

Si les deux ondes proviennent du **même train d'ondes** émis par S :

$$\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\,\delta(M) \qquad \delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$$

$\delta(M)$ est la **différence de marche** entre les deux voies (déphasages supplémentaires compris).

Démonstration. $\varphi_i = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)_i$ pour $i = 1, 2$, avec le même φ_S : la différence ne dépend plus que des chemins optiques.

II.2 Condition sur la différence de marche

Les deux voies ne superposent en M des portions du même train d'ondes que si leur décalage δ est inférieur à la longueur d'un train. Si $|\delta| > \ell_c$, l'onde 1 en M provient d'un train et l'onde 2 d'un autre, de phase indépendante : on retrouve des ondes incohérentes.

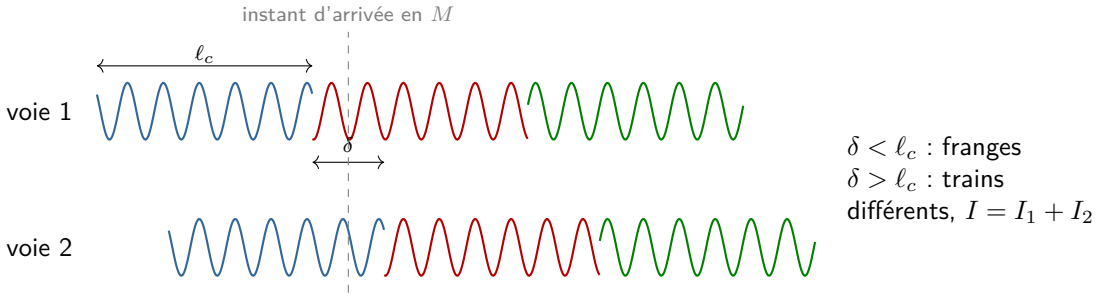


Fig. 1 : Les deux voies transportent les mêmes trains d'ondes, décalés de δ : ils se recouvrent en M tant que $\delta < \ell_c$.

☞ Méthode — Méthode opérationnelle de cohérence mutuelle M

Deux ondes lumineuses interfèrent (on dit qu'elles sont **mutuellement cohérentes**) si :

1. elles proviennent d'une **même source primaire ponctuelle** par un **diviseur d'ondes** (sources secondaires synchrones et de déphasage fixe) ;
2. leur **différence de marche** en M est **inférieure à la longueur de cohérence** : $|\delta(M)| < \ell_c$;
3. leurs polarisations ne sont pas orthogonales (en pratique, on les suppose parallèles).

Sinon, les intensités s'ajoutent. Toute étude générale de la cohérence (partielle, spatiale) est hors programme ; on traite au chapitre O3 l'effet de l'étendue de la source et de sa largeur spectrale.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 2 Différence de marche maximale ✦✦✧✧✧

Q-1) Un interféromètre est éclairé par une lampe à vapeur de sodium ($\lambda_0 = 589\,\text{nm}$, $\Delta\lambda = 0{,}02\,\text{nm}$). Jusqu'à quelle différence de marche observe-t-on des franges ? Combien de franges brillantes au plus ?

Q-2) Même question en lumière blanche ($\ell_c \approx 1\,\mu\text{m}$, $\lambda_0 \approx 0{,}55\,\mu\text{m}$).

Q-3) On veut faire interférer deux faisceaux issus d'un même laser He-Ne ($\ell_c \approx 30\,\text{cm}$) après des trajets de $1{,}20\,\text{m}$ et $1{,}45\,\text{m}$ dans l'air. Est-ce possible ?

Correction

Q-1) $|\delta| < \ell_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = 17\,\text{mm}$, soit un ordre $|p| < \frac{\ell_c}{\lambda_0} \approx 3 \times 10^4$: jusqu'à 6×10^4 franges brillantes de part et d'autre de $\delta = 0$.
Q-2) $|p| < \frac{\ell_c}{\lambda_0} \approx 2$: seules deux ou trois franges de part et d'autre de la frange centrale.
Q-3) $\delta = 25\,\text{cm} < \ell_c$: les franges sont visibles, mais peu contrastées ; il vaut mieux égaliser les trajets.

III Formule de Fresnel

III.1 Énoncé

Formule de Fresnel (interférences à deux ondes) R D

Deux ondes mutuellement cohérentes, d'intensités I_1 et I_2, de longueur d'onde dans le vide λ_0, donnent en M :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos\Delta\varphi(M) \qquad \Delta\varphi = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} = 2\pi p(M)$$

Pour deux voies équilibrées ($I_1 = I_2 = I_0$) :

$$I(M) = 2I_0\big(1 + \cos\Delta\varphi\big) = 4I_0\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

Démonstration (notation complexe). Avec $\underline{s} = s_{01}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-\varphi_1)} + s_{02}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-\varphi_2)}$,

$$I = \frac{K}{2}\,\underline{s}\,\underline{s}^{*} = \frac{K}{2}\left[s_{01}^2 + s_{02}^2 + s_{01}s_{02}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varphi_2-\varphi_1)} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\varphi_2-\varphi_1)}\right)\right] = \frac{K}{2}\left[s_{01}^2 + s_{02}^2 + 2s_{01}s_{02}\cos\Delta\varphi\right],$$

puis $\frac{K}{2}s_{0i}^2 = I_i$ et $\frac{K}{2}\,2s_{01}s_{02} = 2\sqrt{I_1I_2}$.

Définition — Différence de marche, ordre d'interférence R

- **Différence de marche** : $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$, chemins optiques comptés depuis la source primaire, en ajoutant $\frac{\lambda_0}{2}$ pour chaque réflexion à déphasage π propre à une seule voie.
- **Ordre d'interférence** : $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$, nombre (réel) de longueurs d'onde contenues dans δ.
- **Interférences constructives** (frange brillante) : $p \in \mathbb{Z}$, $\delta = m\lambda_0$, $I_{\max} = \big(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\big)^2$.
- **Interférences destructives** (frange sombre) : $p \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}$, $\delta = \big(m + \frac{1}{2}\big)\,\lambda_0$, $I_{\min} = \big(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\big)^2$.

III.2 Contraste

La lisibilité des franges dépend de l'écart entre les intensités des franges brillantes et sombres, comparé à l'intensité moyenne.

Définition — Contraste ou visibilité R D

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1 + I_2} \in [0;1] \qquad I = (I_1 + I_2)\big(1 + C\cos\Delta\varphi\big)$$

$C = 1$ si et seulement si $I_1 = I_2$ (franges sombres parfaitement noires) ; $C = 0$ si l'une des ondes est absente ou si les ondes sont incohérentes.

Démonstration. $I_{\max} - I_{\min} = 4\sqrt{I_1I_2}$ et $I_{\max} + I_{\min} = 2(I_1 + I_2)$. Enfin $(I_1 + I_2) - 2\sqrt{I_1I_2} = \big(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\big)^2 \geq 0$, nul si et seulement si $I_1 = I_2$.

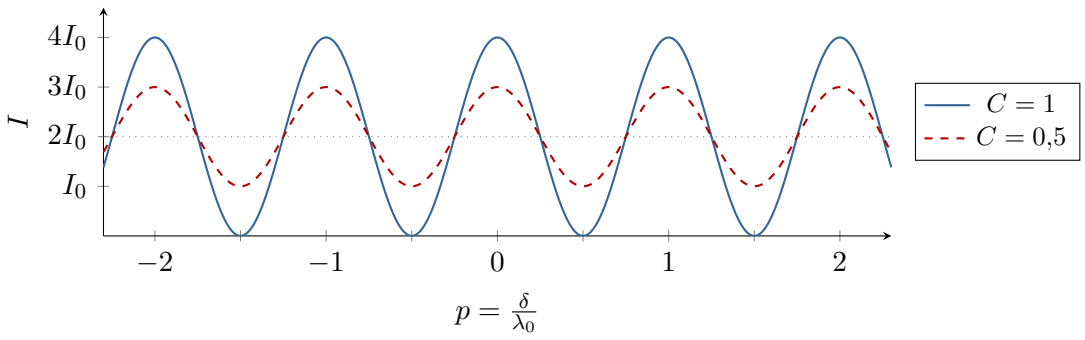


Fig. 2 : Intensité en fonction de l'ordre d'interférence, à intensité moyenne $I_1 + I_2 = 2I_0$ fixée.

Remarque

- En moyenne sur une frange, $\langle I \rangle = I_1 + I_2$: les interférences **redistribuent** l'énergie, elles ne la créent ni ne la détruisent.
- Le contraste diminue lentement avec le déséquilibre : $C = 0,94$ pour $I_2 = \frac{I_1}{2}$, $C = 0,8$ pour $I_2 = \frac{I_1}{4}$. On verra (O3) qu'il diminue aussi lorsque la source est étendue ou polychromatique.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- δ se calcule avec les **chemins optiques** et $\Delta\varphi$ avec λ_0 ; un milieu d'indice n entre les sources et l'écran multiplie δ par n.
- Le signe de δ dépend de la convention $(SM)_2 - (SM)_1$; seul $\cos\Delta\varphi$ compte pour l'intensité, mais le signe importe pour savoir dans quel sens les franges se déplacent.
- Un déphasage de π présent sur **les deux** voies ne change rien.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 3 — **Contraste et déséquilibre des voies** ✦✧✧✧✧

Q-1) On a $I_2 = \frac{I_1}{4}$. Calculer le contraste et le rapport $\frac{I_{\max}}{I_{\min}}$.

Q-2) On mesure $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 4$. En déduire C et le rapport $\frac{I_2}{I_1}$ (avec $I_2 < I_1$).

Q-3) Pour quelle valeur de $\frac{I_2}{I_1}$ le contraste vaut-il $0,5$?

Correction

Q-1) $C = \frac{2\times\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{4}} = 0,80$; $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\right)^2 = 9$.

Q-2) $C = \frac{4-1}{4+1} = 0,60$. Avec $r = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}$: $\frac{1+r}{1-r} = 2$, $r = \frac{1}{3}$, donc $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{9}$.

Q-3) $\frac{2r}{1+r^2} = 0,5$ donne $r^2 - 4r + 1 = 0$, $r = 2 - \sqrt{3} = 0,268$, d'où $\frac{I_2}{I_1} = 0,072$: même très déséquilibrées, les franges restent visibles.

IV Figure d'interférences de deux sources ponctuelles

IV.1 Champ d'interférences et franges

L'intensité dépend du point M par l'intermédiaire de $\delta(M)$ seulement : la géométrie de la figure est celle des surfaces $\delta =$ cste.

Définition — Champ d'interférences, franges R

- Le **champ d'interférences** est la région de l'espace où les deux ondes se superposent.
- Les **surfaces d'égale intensité** sont les surfaces d'ordre p constant, c'est-à-dire de δ constant. Leur intersection avec un écran donne les **franges d'interférences**.
- Les interférences sont **non localisées** si elles sont visibles sur un écran placé n'importe où dans le champ d'interférences, **localisées** si elles ne sont nettes qu'au voisinage d'une surface particulière.

IV.2 Surfaces d'égal ordre : hyperboloïdes

Soient S_1 et S_2 deux sources secondaires ponctuelles synchrones, en phase, distantes de a, dans un milieu homogène d'indice n ($n \approx 1$ dans l'air). En M, $\delta = n\,(S_2M - S_1M)$.

Franges de deux sources ponctuelles R D

Les surfaces $S_2M - S_1M = p\frac{\lambda_0}{n}$ sont des **hyperboloïdes de révolution** d'axe S_1S_2, de foyers S_1 et S_2 ; l'ordre est compris entre $-\frac{na}{\lambda_0}$ et $\frac{na}{\lambda_0}$. Les franges sont **non localisées**. Sur un écran à grande distance $D \gg a$:

- **parallèle** à S_1S_2 : franges quasi **rectilignes**, équidistantes, perpendiculaires à S_1S_2 (chapitre O3) ;
- **perpendiculaire** à S_1S_2 : **anneaux** concentriques centrés sur l'axe S_1S_2.

Démonstration. $|S_2M - S_1M| = \text{cste} < S_1S_2$ est la définition bifocale d'une hyperbole dans tout plan contenant S_1S_2 ; l'invariance par rotation autour de S_1S_2 donne des hyperboloïdes. L'inégalité triangulaire impose $|S_2M - S_1M| \leq a$. L'écran coupe ces surfaces à l'endroit où on le place : la figure existe partout où les ondes se recouvrent.

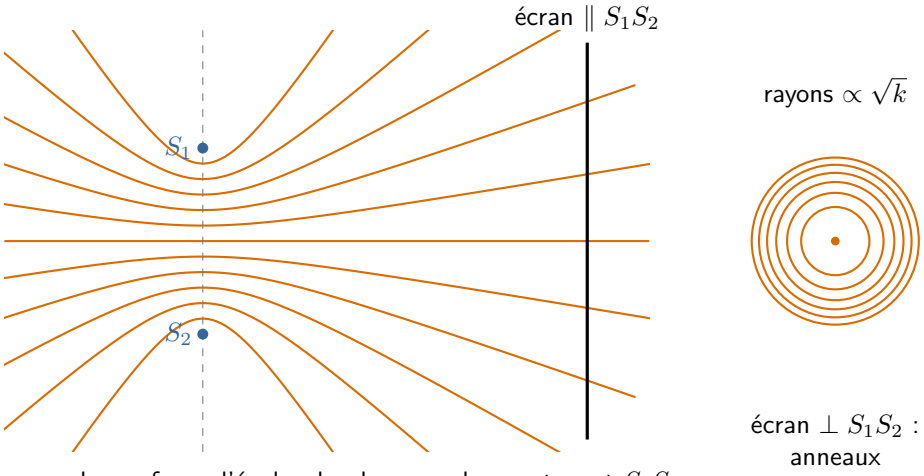


Fig. 3 : Surfaces d'égal ordre ($a = 6\lambda_0$) : hyperboles de foyers S_1 et S_2. Un écran parallèle à S_1S_2 montre des franges quasi rectilignes ; un écran perpendiculaire montre des anneaux.

Anneaux sur un écran perpendiculaire à S_1S_2 D

S_1 et S_2 sont sur l'axe Oz, S_1 plus loin de l'écran que S_2 ; l'écran est à la distance $D \gg a$ du milieu de S_1S_2. Pour un point M de l'écran vu sous l'angle θ depuis les sources ($\rho = D\tan\theta$) :

$$\delta = S_1M - S_2M \approx a\cos\theta \approx a\left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)$$

L'ordre est **maximal au centre**, $p_0 = \frac{a}{\lambda_0}$, et décroît vers l'extérieur. Si le centre est brillant (p_0 entier), le k-ième anneau brillant (ordre $p_0 - k$) a pour rayon $\rho_k = D\sqrt{\frac{2k\lambda_0}{a}}$.

Démonstration. Vus depuis un point lointain, les deux rayons sont quasi parallèles ; en projetant S_2 sur le rayon issu de S_1, $\delta = a\cos\theta$. Avec $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\theta \approx \frac{\rho}{D}$: $p = p_0 - \frac{a\rho^2}{2\lambda_0 D^2}$, et $p = p_0 - k$ donne ρ_k.

Remarque

Les rayons des anneaux croissent comme $\sqrt{k}$: les anneaux se resserrent en s'éloignant du centre. On retrouvera cette figure avec l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air (chapitre O4), équivalent à deux sources images alignées sur l'axe d'observation.

IV.3 Localisation

Avec deux sources **ponctuelles** (source primaire ponctuelle), les interférences sont non localisées. Lorsque la source primaire est **étendue**, les figures données par ses différents points, incohérents entre eux, se brouillent en général ; dans un dispositif à division d'amplitude, il subsiste une région où toutes les figures coïncident : les franges y sont **localisées** (admis, constaté expérimentalement, chapitre O4).

☞ Exercices d'application

EXERCICE 4 — **Anneaux de deux sources alignées** ✦✦✧✧✧

Deux sources synchrones et en phase S_1, S_2 sont alignées avec le centre O d'un écran perpendiculaire à S_1S_2, à $D = 1{,}00\,\text{m}$; $a = S_1S_2 = 0{,}300\,\text{mm}$; $\lambda_0 = 600\,\text{nm}$.

Q-1) Calculer l'ordre au centre. Le centre est-il brillant ou sombre ?

Q-2) Calculer les rayons des deux premiers anneaux brillants.

Q-3) Que se passe-t-il si l'on augmente a de $0{,}3\,\mu\text{m}$? Comment s'en sert-on ?

Correction

Q-1) $p_0 = \frac{a}{\lambda_0} = 500$, entier : centre brillant.

Q-2) $\rho_1 = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{a}} = 6{,}3\,\text{cm}$ et $\rho_2 = \rho_1\sqrt{2} = 8{,}9\,\text{cm}$.

Q-3) p_0 augmente de $0,5$: le centre devient sombre et les anneaux se déplacent ; quand a augmente de λ_0, un anneau « sort » du centre. En comptant les anneaux qui défilent, on mesure un déplacement à $\frac{\lambda_0}{2}$ près : c'est le principe des mesures au Michelson.

EXERCICE 5 — **Nombre de franges dans le champ** ✦✦✧✧✧

Q-1) Deux sources synchrones sont distantes de $a = 3{,}0\,\mu\text{m}$ (deux petites ouvertures très proches), $\lambda_0 = 0{,}60\,\mu\text{m}$. Combien de surfaces brillantes existe-t-il dans tout l'espace ?

Q-2) Que devient ce nombre pour $a = 1\,\text{mm}$? Pourquoi n'en observe-t-on qu'une petite partie avec des trous d'Young ?

Correction

Q-1) $|p| \leq \frac{a}{\lambda_0} = 5$: $p = -5, \ldots, 5$, soit 11 surfaces brillantes (les ordres ± 5 sont des demi-droites portées par l'axe, au-delà des sources).

Q-2) $\frac{a}{\lambda_0} \approx 1667$ ordres de chaque côté, soit environ 3300 surfaces brillantes. Mais chaque trou ne diffracte la lumière que dans un cône d'ouverture $\sim \frac{\lambda_0}{b}$ (b : diamètre du trou) : le champ d'interférences réel est limité au voisinage de la médiatrice.

V Dispositifs interférentiels

V.1 Deux familles de diviseurs d'onde

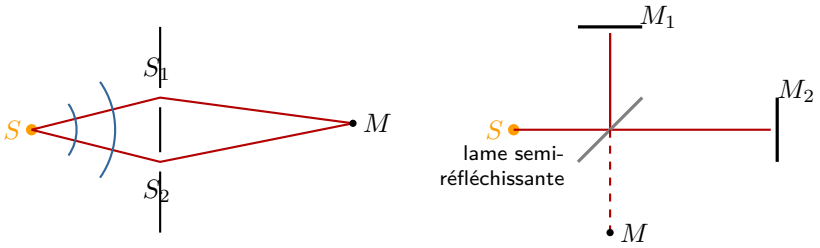
Un dispositif interférentiel (ou interféromètre) fabrique, à partir d'une seule source primaire, deux ondes mutuellement cohérentes. Il y a deux façons de diviser l'onde.

Définition — Division du front d'onde et division d'amplitude R

- **Division du front d'onde** : on prélève deux portions **différentes** d'une même surface d'onde, qui servent de sources secondaires S_1 et S_2 ; les rayons qui interfèrent en M sont issus de deux rayons distincts de S. Exemples : trous et fentes d'Young (O3), miroirs de Fresnel, miroir de Lloyd, biprisme de Fresnel, bilentilles de Billet.
- **Division d'amplitude** : une lame semi-réfléchissante partage **chaque rayon** en un rayon réfléchi et un rayon transmis, recombinés ensuite ; les rayons qui interfèrent en M sont issus du même rayon de S. Exemples : interféromètre de Michelson (O4), lames minces, bulles de savon, Mach-Zehnder.

	Division du front d'onde	Division d'amplitude
Principe	deux portions d'un même front d'onde	un même rayon divisé par une lame
Source	quasi ponctuelle (sinon brouillage)	peut être **étendue** (luminosité)
Franges	non localisées	localisées avec une source étendue
Exemples au programme	trous d'Young (O3)	interféromètre de Michelson (O4)

Tab. 1 : Comparaison des deux familles de diviseurs d'onde.



(a) division du front d'onde : deux rayons distincts de S

(b) division d'amplitude : un même rayon partagé en deux

Fig. 4 : Les deux familles de dispositifs interférentiels (schémas de principe).

Remarque

Aucune connaissance sur un diviseur du front d'onde autre que les trous d'Young n'est exigible ; les autres dispositifs (miroirs de Fresnel, miroir de Lloyd, biprisme) se ramènent tous, pour le calcul du chemin optique, à deux sources secondaires ponctuelles, comme le montrent les exercices ci-dessous.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 6 Miroir de Lloyd ✦✦✧✧✧

Une source ponctuelle monochromatique S ($\lambda_0 = 600\,\text{nm}$) est placée à la hauteur $d = 1{,}0\,\text{mm}$ au-dessus du plan d'un miroir plan horizontal. On observe sur un écran vertical à la distance $D = 1{,}0\,\text{m}$ de S ; on repère un point M de l'écran par sa hauteur x au-dessus du plan du miroir.

Q-1) Montrer que le dispositif équivaut à deux sources S et S' que l'on précisera. Est-ce une division du front d'onde ou d'amplitude ?

Q-2) Exprimer la différence de marche en M ($D \gg x, d$), en tenant compte de la réflexion.

Q-3) Décrire la figure : interfrange, nature de la frange en $x = 0$, étendue du champ d'interférences.

Correction

Q-1) Le rayon réfléchi semble provenir de l'image S' de S par le miroir, à la distance d sous le plan : deux sources synchrones distantes de $2d$. Les rayons directs et réfléchis sont deux rayons distincts de S : division du front d'onde.

Q-2) $S'M^2 - SM^2 = (x+d)^2 - (x-d)^2 = 4xd$ et $S'M + SM \approx 2D$, donc $S'M - SM \approx \frac{2dx}{D}$; la réflexion vitreuse ou métallique ajoute $\frac{\lambda_0}{2}$: $\delta = \frac{2dx}{D} + \frac{\lambda_0}{2}$, et $I = 2I_0\left[1 - \cos\left(\frac{4\pi dx}{\lambda_0 D}\right)\right]$.

Q-3) Franges rectilignes parallèles au miroir, d'interfrange $i = \frac{\lambda_0 D}{2d} = 0{,}30\,\text{mm}$. En $x = 0$, $\delta = \frac{\lambda_0}{2}$: frange **sombre**, ce qui prouve le déphasage π à la réflexion. Le champ d'interférences est limité à $x > 0$, dans la région atteinte à la fois par la lumière directe et par la lumière réfléchie.

VI Synthèse

★ À retenir

- $I = I_1 + I_2 + 2K\langle s_1 s_2\rangle$; fréquences différentes ou sources distinctes : $I = I_1 + I_2$.
- Cohérence mutuelle : même source primaire ponctuelle, diviseur d'onde, $|\delta| < \ell_c$, polarisations non orthogonales.
- Fresnel : $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)$, $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$, $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$.
- Brillant : $p \in \mathbb{Z}$; sombre : $p \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}$; $C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$, $C = 1$ si $I_1 = I_2$.
- Deux sources ponctuelles : hyperboloïdes, franges non localisées ; écran $\parallel S_1S_2$: franges rectilignes ; écran $\perp S_1S_2$: anneaux, $\delta \approx a\cos\theta$.
- Division du front d'onde (Young) ou d'amplitude (Michelson).

Pour aller plus loin

Le chapitre O3 applique ces résultats aux trous d'Young : calcul de l'interfrange, effet du déplacement et de l'élargissement de la source, lumière polychromatique.

VII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 7 Interférences de deux ondes planes

★★★☆☆

Deux ondes planes cohérentes, de même amplitude, de longueur d'onde λ_0, se propagent dans l'air selon des vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ contenus dans le plan (xOz), faisant les angles $+\theta$ et $-\theta$ avec Oz ; elles sont en phase en O.

Q-1) Exprimer le déphasage en un point $M(x,y,z)$. En déduire $I(M)$.

Q-2) Décrire les surfaces d'égale intensité ; exprimer leur période i. Les franges sont-elles localisées ?

Q-3) Application à la fabrication d'un réseau holographique : $\lambda_0 = 488\,\text{nm}$, $2\theta = 60°$. Calculer le nombre de traits par millimètre.

Correction

Q-1) $\Delta\varphi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\cdot\overrightarrow{OM} = \frac{4\pi}{\lambda_0} x\sin\theta$; $I = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{4\pi x\sin\theta}{\lambda_0}\right)\right]$.

Q-2) Plans $x = $ cste, parallèles à la bissectrice des deux directions de propagation, de période $i = \frac{\lambda_0}{2\sin\theta}$; ils existent dans toute la zone de recouvrement : franges non localisées.

Q-3) $i = \lambda_0 = 0{,}488\,\mu\text{m}$, soit 2049 traits par millimètre : une résine photosensible enregistre cette modulation, ce qui donne un réseau (chapitre O5).

EXERCICE 8 Expérience de Wiener : ondes stationnaires lumineuses

★★★☆☆

Une onde plane monochromatique ($\lambda_0 = 550\,\text{nm}$) arrive sous incidence normale sur un miroir métallique plan $z = 0$ (exercice d'application du chapitre O1).

Q-1) Montrer que l'intensité vaut $I(z) = 4I_0\sin^2(k_0 z)$ au-dessus du miroir. Les deux ondes sont-elles cohérentes ?

Q-2) Wiener (1890) dépose contre le miroir une émulsion photographique très mince, inclinée d'un petit angle $\alpha = 2\times10^{-3}\,\text{rad}$ sur le miroir. Quelle est la distance ℓ entre deux bandes noircies sur l'émulsion ? Pourquoi incliner l'émulsion ?

Q-3) L'émulsion n'est pas noircie au contact du miroir. Que peut-on en conclure sur la grandeur à laquelle elle est sensible, sachant que le champ magnétique est maximal sur le miroir ?

Correction

Q-1) L'onde réfléchie est issue de l'onde incidente par réflexion : division d'amplitude totale, cohérence assurée tant que $2z < \ell_c$. $s = 2s_0\sin(\omega t)\sin(k_0 z)$ et $I = 4I_0\sin^2(k_0 z)$: plans brillants espacés de $\frac{\lambda_0}{2}$.

Q-2) Les plans sombres sont espacés de $\frac{\lambda_0}{2} = 275\,\text{nm}$, trop peu pour être résolus ; sur l'émulsion inclinée, ils sont espacés de $\ell = \frac{\lambda_0}{2\sin\alpha} \approx 0{,}14\,\text{mm}$, observable.

Q-3) En $z = 0$, $\vec{E}$ est nul et $\vec{B}$ maximal : l'émulsion est sensible au champ **électrique**. C'est ce qui justifie le choix d'une composante de $\vec{E}$ comme vibration lumineuse.

EXERCICE 9 Polarisations non parallèles

★★★☆☆

Deux ondes cohérentes, d'intensités I_1 et I_2, sont polarisées rectilignement selon deux directions faisant l'angle β.

Q-1) En écrivant $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ et $I \propto \langle \vec{E}^{\,2}\rangle$, montrer que $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\beta\cos\Delta\varphi$.

Q-2) En déduire le contraste. Commenter les cas $\beta = 0$ et $\beta = \frac{\pi}{2}$.

Q-3) On place un polariseur devant chacun des trous d'un dispositif d'Young éclairé en lumière naturelle. Décrire ce que l'on observe en tournant l'un des polariseurs.

Correction

Q-1) $\langle \vec{E}^{\,2}\rangle = \langle E_1^2\rangle + \langle E_2^2\rangle + 2\langle \vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle$ et $\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2 = E_1E_2\cos\beta$: le terme d'interférence est multiplié par $\cos\beta$.
Q-2) $C = \frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1+I_2}|\cos\beta|$. Pour $\beta = 0$, on retrouve le modèle scalaire ; pour $\beta = \frac{\pi}{2}$, pas d'interférences (Fresnel-Arago).
Q-3) Les franges sont les plus contrastées pour des polariseurs parallèles, leur contraste décroît en $|\cos\beta|$ et elles disparaissent pour des polariseurs croisés, l'éclairement restant celui des deux ondes séparées.

EXERCICE 10 Contraste et longueur des trains d'ondes

On modélise la source par des trains d'ondes tous de même longueur ℓ_c, de phases indépendantes, et on fait interférer deux voies équilibrées de différence de marche $\delta > 0$.

Q-1) Montrer qu'en M, les deux ondes proviennent du même train pendant la fraction $1 - \frac{\delta}{\ell_c}$ du temps si $\delta < \ell_c$, jamais sinon.

Q-2) En déduire $I = 2I_0\left[1 + \left(1 - \frac{\delta}{\ell_c}\right)\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right]$ pour $\delta < \ell_c$, puis le contraste $C(\delta)$. Tracer $C(\delta)$.

Q-3) Comparer au critère $|\delta| < \ell_c$ du cours.

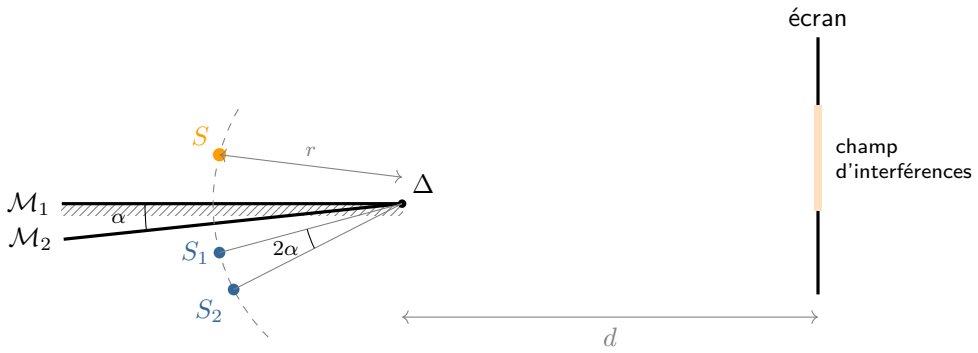
Correction

Q-1) L'onde 2 reproduit l'onde 1 avec le retard $\frac{\delta}{c}$. Pendant la durée $\frac{\ell_c}{c}$ d'un train sur la voie 1, la voie 2 apporte la fin du train précédent pendant $\frac{\delta}{c}$, puis le même train pendant $\frac{\ell_c-\delta}{c}$.
Q-2) Pendant la fraction $1 - \frac{\delta}{\ell_c}$ du temps, le terme d'interférence vaut $2I_0\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$; le reste du temps, sa moyenne est nulle (trains différents). D'où la formule et $C = 1 - \frac{\delta}{\ell_c}$ pour $\delta < \ell_c$, $C = 0$ au-delà : décroissance linéaire.
Q-3) Le contraste diminue progressivement et s'annule pour $\delta = \ell_c$: le critère du cours donne le bon ordre de grandeur. Avec des trains de longueurs aléatoires, on obtient une décroissance exponentielle, de même échelle ℓ_c.

VIII Classiques des concours

EXERCICE 11 Miroirs de Fresnel

Deux miroirs plans $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ ont une arête commune Δ et font entre eux un très petit angle α. Une source ponctuelle S ($\lambda_0 = 589\,\text{nm}$) est à la distance $r = 20\,\text{cm}$ de l'arête ; on observe sur un écran perpendiculaire au plan bissecteur, à la distance $d = 1{,}00\,\text{m}$ de l'arête. On donne $\alpha = 3{,}0\times10^{-3}\,\text{rad}$.



Q-1) Montrer que les deux ondes réfléchies semblent issues de deux sources secondaires S_1 et S_2, images de S, situées sur le cercle de centre Δ et de rayon r. Montrer que l'angle $\widehat{S_1\Delta S_2}$ vaut 2α et en déduire $a = S_1S_2$.

Q-2) Les ondes sont-elles cohérentes ? Faut-il tenir compte des déphasages à la réflexion ?

Q-3) En assimilant la distance des sources à l'écran à $D = r + d$, exprimer et calculer l'interfrange.

Q-4) Le champ d'interférences a, sur l'écran, une largeur voisine de $2\alpha d$. Calculer le nombre de franges brillantes observables.

Q-5) Pourquoi la source doit-elle être très fine ? Comment l'élargir sans brouiller les franges ?

Correction

Q-1) Une réflexion sur un miroir plan donne une image symétrique : $\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta S = r$. La composée de deux symétries par rapport à des plans faisant l'angle α est une rotation d'angle 2α autour de l'arête : $\widehat{S_1\Delta S_2} = 2\alpha$ et $a = 2r\sin\alpha \approx 2r\alpha = 1{,}2\,\text{mm}$.

Q-2) S_1 et S_2 sont deux images d'une même source ponctuelle obtenues par deux portions distinctes du front d'onde : division du front d'onde, ondes cohérentes. Chaque onde subit une réflexion : les déphasages π se compensent.

Q-3) On retrouve deux trous d'Young : $i = \frac{\lambda_0 D}{a} = \frac{\lambda_0(r+d)}{2r\alpha} = 0{,}59\,\text{mm}$.

Q-4) $N \approx \frac{2\alpha d}{i} = \frac{6{,}0\,\text{mm}}{0{,}59\,\text{mm}} \approx 10$ franges brillantes.

Q-5) Comme pour les trous d'Young (O3), une source large brouille les franges ; une fente source **parallèle à l'arête** déplace les franges parallèlement à elles-mêmes et ne les brouille pas, tout en augmentant la luminosité.

EXERCICE 12 Vélocimétrie laser par franges

★★★★✧

Pour mesurer la vitesse d'un écoulement, on fait se croiser deux faisceaux issus d'un même laser He-Ne ($\lambda_0 = 633\,\text{nm}$, $\ell_c \approx 30\,\text{cm}$), symétriques par rapport à Oz et faisant entre eux l'angle $2\theta = 10°$. De petites particules entraînées par l'écoulement traversent la zone de croisement à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ et diffusent une lumière proportionnelle à l'intensité locale, recueillie par une photodiode.

Q-1) En utilisant l'exercice « Interférences de deux ondes planes », décrire la figure d'interférences dans la zone de croisement et calculer l'interfrange i.

Q-2) Montrer que le signal de la photodiode est modulé à la fréquence $f_D = \frac{2v\sin\theta}{\lambda_0}$. Calculer f_D pour $v = 1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q-3) Les faisceaux ont un diamètre $w = 1\,\text{mm}$. Combien de franges une particule traverse-t-elle ? Quelle condition sur le temps de réponse de la photodiode ?

Q-4) Quelle condition les chemins optiques des deux faisceaux, depuis le laser, doivent-ils vérifier ? Pourquoi ne peut-on pas utiliser deux lasers distincts ?

Q-5) Cette mesure permet-elle de connaître le sens de $\vec{v}$? Proposer une amélioration.

Correction

Q-1) Franges planes perpendiculaires à Ox, d'interfrange $i = \frac{\lambda_0}{2\sin\theta} = 3{,}63\,\mu\text{m}$.

Q-2) La particule passe d'une frange brillante à la suivante en $\frac{i}{v}$: $f_D = \frac{v}{i} = \frac{2v\sin\theta}{\lambda_0} = 275\,\text{kHz}$.

Q-3) La zone de croisement mesure environ w selon Ox : $N \approx \frac{w}{i} \approx 275$ franges, ce qui donne un signal bien périodique. La photodiode doit suivre f_D : $\tau_R \ll 3{,}6\,\mu\text{s}$, ce qui est facile.

Q-4) La différence de marche entre les deux faisceaux doit rester inférieure à ℓ_c : on égalise les trajets à quelques centimètres près. Deux lasers distincts sont incohérents : pas de franges stables.

Q-5) Non : f_D dépend de $|v|$ seulement. On décale la fréquence de l'un des faisceaux de f_0 (modulateur acousto-optique) : les franges défilent, et la fréquence mesurée $f_0 \pm f_D$ donne le signe de v.