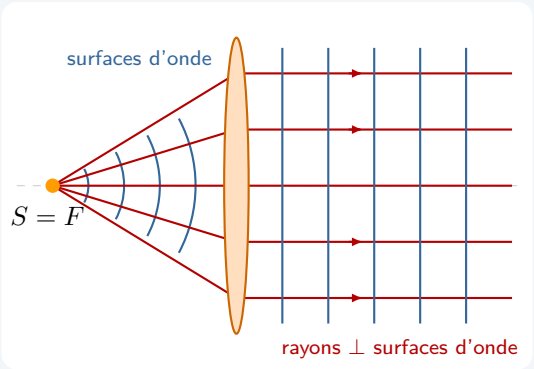
LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

01 OPTIQUE ONDULATOIRE

Modèle scalaire des ondes lumineuses

Vibration lumineuse — Chemin optique et retard de phase — Surfaces d'onde, théorème de Malus-Dupin — Lentille et stigmatisme — Trains d'ondes et cohérence temporelle — Récepteurs et intensité



« *On ne saurait douter que la lumière ne consiste dans le mouvement de certaine matière.*

— Christiaan Huygens, *Traité de la lumière*, chapitre I (1690)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Chemin optique et retard de phase »

O1 — Modèle scalaire

Ce qu'il faut savoir faire à la fin du chapitre

- Décrire une onde lumineuse par une vibration scalaire ; connaître les ordres de grandeur du visible.
- Calculer un chemin optique et le retard de phase dû à la propagation (déphasages supplémentaires compris).
- Utiliser les surfaces d'onde, le théorème de Malus-Dupin et l'effet d'une lentille mince sur une onde (plane, sphérique).
- Relier temps de cohérence, longueur de cohérence et largeur spectrale ($\Delta f \cdot \tau_c \approx 1$).
- Définir l'intensité et la densité spectrale ; connaître les temps de réponse des récepteurs.

Comment lire ce cours

Les résultats sont repérés par des étiquettes : R à connaître par cœur ; D démonstration à savoir refaire ; M méthode à maîtriser. La simulation PhysioNova « Chemin optique et retard de phase » suit la vibration le long d'un rayon qui traverse des milieux d'indices différents.
Des **exercices d'application corrigés** suivent chaque notion ; les exercices d'approfondissement et les classiques des concours, corrigés, terminent le chapitre.

Table des matières

I La lumière, onde électromagnétique . . . 3
I.1 Le domaine visible . . . 3
I.2 Sources de lumière . . . 3
I.3 Le modèle scalaire . . . 3
II Chemin optique et retard de phase . . . 4
II.1 Chemin optique . . . 4
II.2 Retard de phase dû à la propagation . . . 5
II.3 Déphasages supplémentaires . . . 5
III Surfaces d'onde et théorème de Malus-Dupin . . . 6
III.1 Surfaces d'onde . . . 6
III.2 Onde sphérique et onde plane . . . 7
IV Lentilles minces et surfaces d'onde . . . 9
IV.1 Stigmatisme et chemin optique . . . 9
IV.2 Effet d'une lentille mince dans les conditions de Gauss . . . 9
V Modèle d'émission : trains d'ondes . . . 10
V.1 Trains d'ondes . . . 10
V.2 Largeur spectrale . . . 11
V.3 Densité spectrale et profils de raie . . . 11
VI Récepteurs et intensité lumineuse . . . 12
VI.1 Temps de réponse des récepteurs . . . 12
VI.2 Intensité lumineuse . . . 12
VII Synthèse . . . 13
VIII Exercices d'approfondissement . . . 14
IX Classiques des concours . . . 15

I La lumière, onde électromagnétique

I.1 Le domaine visible

La lumière est une **onde électromagnétique** : les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$, transverses dans un milieu homogène et isotrope, se propagent en vérifiant l'équation de d'Alembert (chapitre W1). Dans le vide, sa célérité est $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (valeur exacte, qui définit le mètre).

Définition — Lumière visible R

L'œil humain est sensible aux radiations dont la longueur d'onde **dans le vide** est comprise entre

$$\lambda_0 \approx 400\,\mathrm{nm}\ \text{(violet)} \qquad \text{et} \qquad \lambda_0 \approx 800\,\mathrm{nm}\ \text{(rouge)}$$

soit des fréquences $f = \frac{c}{\lambda_0}$ comprises entre $3{,}75 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ et $7{,}5 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ et des périodes T de l'ordre de $2\,\mathrm{fs}$. La **fréquence** est imposée par la source et ne dépend pas du milieu traversé.

Ordres de grandeur

Raie rouge du laser hélium-néon	$\lambda_0 = 632{,}8\,\mathrm{nm}$
Doublet jaune du sodium	$\lambda_0 = 589{,}0\,\mathrm{nm}$ et $589{,}6\,\mathrm{nm}$
Raie verte du mercure	$\lambda_0 = 546{,}1\,\mathrm{nm}$
Période d'une onde visible	$T \approx 2 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}$; $f \approx 5 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$
Indice de l'air ; de l'eau ; d'un verre courant	$1{,}0003$; $1{,}33$; $1{,}5$ à $1{,}7$

I.2 Sources de lumière

On distingue les sources **primaires**, qui produisent la lumière (Soleil, lampe, laser), et les sources **secondaires**, qui renvoient une partie de la lumière reçue (Lune, objet éclairé, trou diffractant). Selon le mécanisme d'émission :

- les **sources thermiques** (Soleil, lampe à incandescence, lampe quartz-iode) émettent un spectre **continu**, dont la forme dépend surtout de la température : c'est la lumière « blanche » ;
- les **lampes spectrales** (sodium, mercure, cadmium) : des électrons excitent les atomes d'une vapeur par collisions ; en se désexcitant, ceux-ci émettent un spectre de **raies** fines, dites **quasi monochromatiques** ;
- le **laser** : l'émission est **stimulée** et filtrée par une cavité résonante ; on obtient un faisceau très directif et très monochromatique, modèle de la source monochromatique ;
- la **diode électroluminescente** (DEL) : spectre de largeur intermédiaire (quelques dizaines de nanomètres).

I.3 Le modèle scalaire

Définition — Vibration lumineuse R

En l'absence de phénomène lié à la polarisation, on décrit la lumière par une grandeur **scalaire** $s(M,t)$, la **vibration lumineuse**, assimilée à une composante du champ électrique perpendiculaire à la direction de propagation. Elle se propage le long des **rayons lumineux**, à la vitesse $v = \frac{c}{n}$ dans un milieu d'indice n. Une onde **monochromatique** s'écrit

$$s(M,t) = s_0(M)\cos\big(\omega t - \varphi(M)\big) \qquad \text{ou} \qquad \underline{s}(M,t) = s_0(M)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - \varphi(M))}$$

où $s_0(M)$ est l'amplitude et $\varphi(M)$ le **retard de phase** au point M.

Principe de superposition R

Les équations de Maxwell étant linéaires, les vibrations lumineuses s'ajoutent : si deux ondes atteignent M, la vibration résultante est $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$. Ce sont les **vibrations** qui s'ajoutent, pas les intensités (chapitre O2).

Remarque

Le modèle scalaire cesse d'être valable lorsqu'on étudie la polarisation, ou lorsque l'on superpose des ondes dont les directions de propagation font un grand angle (les champs électriques ne sont plus parallèles). Dans tous les dispositifs étudiés en MP, les rayons qui interfèrent sont quasi parallèles et le modèle scalaire suffit.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 1 **Ordres de grandeur d'une onde lumineuse** ✦✧✧✧✧

Une radiation verte a pour longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 550\,\text{nm}$.

Q-1) Calculer sa fréquence f et sa période T.

Q-2) Elle traverse un verre d'indice $n = 1,50$. Que deviennent sa fréquence, sa vitesse et sa longueur d'onde ?

Q-3) Le temps de réponse de l'œil vaut environ $0{,}1\,\text{s}$. Combien de périodes l'œil voit-il passer pendant ce temps ? Conclure.

Correction

Q-1) $f = \frac{c}{\lambda_0} = 5{,}45 \times 10^{14}\,\text{Hz}$ et $T = \frac{1}{f} = 1{,}83 \times 10^{-15}\,\text{s}$.

Q-2) La fréquence est inchangée ; $v = \frac{c}{n} = 2{,}00 \times 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = 367\,\text{nm}$.

Q-3) $\frac{0{,}1\,\text{s}}{T} \approx 5 \times 10^{13}$ périodes : aucun récepteur ne suit les oscillations du champ ; seules des grandeurs moyennées (l'intensité, partie VI) sont mesurables.

II Chemin optique et retard de phase

II.1 Chemin optique

Dans un milieu d'indice n, la lumière parcourt la longueur $\mathrm{d}\ell$ pendant la durée $\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}\ell}{v} = \frac{n\,\mathrm{d}\ell}{c}$.

Définition — Chemin optique R D

Le **chemin optique** entre deux points A et B d'un même rayon lumineux est

$$(AB) = \int_A^B n(P)\,\mathrm{d}\ell = c\,\tau_{AB}$$

où τ_{AB} est la durée de propagation de A à B. C'est la distance que parcourrait la lumière **dans le vide** pendant la durée τ_{AB}. Dans un milieu homogène, $(AB) = n\,AB$; à travers plusieurs milieux homogènes, $(AB) = \sum_i n_i \ell_i$. Le chemin optique est additif : $(AC) = (AB) + (BC)$ pour B situé sur le rayon entre A et C.

Démonstration. En sommant les durées élémentaires le long du rayon, $\tau_{AB} = \int_A^B \frac{n\,\mathrm{d}\ell}{c}$, d'où $c\,\tau_{AB} = \int_A^B n\,\mathrm{d}\ell$.

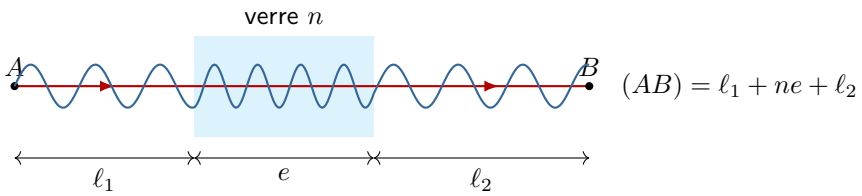


Fig. 1 : Chemin optique à travers une lame : la longueur d'onde est divisée par n dans le verre, la vibration y accumule plus de périodes.

II.2 Retard de phase dû à la propagation

Retard de phase R D

La vibration en B reproduit, avec le retard τ_{AB}, celle qui existait en A : $s(B,t) = \frac{s_0(B)}{s_0(A)}\, s(A, t-\tau_{AB})$. Le retard de phase de B par rapport à A vaut donc

$$\varphi(B) - \varphi(A) = \omega\, \tau_{AB} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\,(AB) = k_0\,(AB) \qquad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c}$$

Pour une source ponctuelle S de phase φ_S : $s(M,t) = s_0(M)\cos\left(\omega t - \varphi_S - \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)\right)$.

Démonstration. Avec $s(A,t) = s_0(A)\cos(\omega t - \varphi(A))$, $s(B,t) \propto \cos\big(\omega(t-\tau_{AB}) - \varphi(A)\big)$, d'où $\varphi(B) = \varphi(A) + \omega\tau_{AB}$; enfin $\omega\tau_{AB} = \frac{2\pi c}{\lambda_0}\frac{(AB)}{c}$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Le retard de phase fait intervenir la longueur d'onde **dans le vide** λ_0 et le **chemin optique**, pas la distance géométrique : $\frac{2\pi}{\lambda} AB = \frac{2\pi}{\lambda_0} nAB$.
- Dans un milieu homogène, le vecteur d'onde a pour norme $k = nk_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, avec $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$.

II.3 Déphasages supplémentaires

Déphasages supplémentaires R

La phase est continue à la traversée d'un dioptre (réfraction). En revanche, on ajoute un déphasage de π, c'est-à-dire un chemin optique supplémentaire de $\frac{\lambda_0}{2}$:

- lors d'une **réflexion sur un métal** (miroir) ;
- lors d'une **réflexion sur un milieu plus réfringent** (air → verre, vu de l'air) ; il n'y en a pas pour la réflexion sur un milieu moins réfringent ;
- (à titre culturel) lors du passage par un point de convergence, un foyer par exemple.

Remarque

Le déphasage π à la réflexion sur un conducteur parfait se retrouve en électromagnétisme : le champ électrique tangentiel est nul sur le conducteur, donc le champ réfléchi est l'opposé du champ incident (chapitre W2). En pratique, ces déphasages n'interviennent dans une différence de marche que s'ils ne sont pas les mêmes sur les deux voies.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 2 Lame de verre sur un rayon

Un faisceau laser ($\lambda_0 = 633\,\text{nm}$) traverse sous incidence normale une lame de verre d'indice $n = 1,52$ et d'épaisseur $e = 12\,\mu\text{m}$.

Q-1) De combien le chemin optique entre deux points situés de part et d'autre de la lame augmente-t-il quand on insère la lame ?

Q-2) En déduire le retard de phase supplémentaire. Combien de longueurs d'onde la lame contient-elle ? et la même épaisseur d'air ?

Q-3) Un milieu d'épaisseur L a un indice variable $n(x) = n_1\left(1 + \frac{x}{L}\right)$ pour $0 \le x \le L$. Calculer son chemin optique sous incidence normale.

Correction

Q-1) La lame remplace l'épaisseur e d'air ($n \approx 1$) par e de verre : $\Delta(AB) = (n-1)e = 6{,}24\,\mu\text{m}$.
Q-2) $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)e = 2\pi \times 9{,}86 \approx 62\,\text{rad}$. La lame contient $\frac{ne}{\lambda_0} = 28{,}8$ longueurs d'onde, contre $\frac{e}{\lambda_0} = 19{,}0$ pour l'air : la différence est bien $9{,}9$.
Q-3) $(L) = \int_0^L n_1\left(1 + \frac{x}{L}\right)\mathrm{d}x = \frac{3}{2}n_1 L$: l'indice moyen vaut $\frac{3}{2}n_1$.

EXERCICE 3 Onde réfléchie par un miroir

Une onde plane monochromatique se propage selon $+\vec{u}_z$ dans l'air : $s_i = s_0\cos(\omega t - k_0 z)$. Elle se réfléchit sous incidence normale sur un miroir métallique placé en $z = 0$.

Q-1) Écrire l'onde réfléchie $s_r(z,t)$ pour $z < 0$, en utilisant le chemin optique et le déphasage supplémentaire.

Q-2) En déduire la vibration totale. Où l'amplitude est-elle nulle ? Commenter.

Correction

Q-1) Le point d'abscisse $z < 0$ reçoit l'onde réfléchie après le chemin $|z|$ supplémentaire depuis le miroir : $s_r = s_0\cos\left(\omega t - k_0\cdot 0 - k_0(-z) - \pi\right) = -s_0\cos(\omega t + k_0 z)$.
Q-2) $s = s_i + s_r = 2s_0\sin(\omega t)\sin(k_0 z)$: onde stationnaire, de nœuds en $z = -m\frac{\lambda_0}{2}$ et en particulier sur le miroir. C'est l'expérience de Wiener (1890), qui révèle des franges sombres dans une émulsion photographique placée contre le miroir (exercice d'approfondissement du chapitre O2).

III Surfaces d'onde et théorème de Malus-Dupin

III.1 Surfaces d'onde

Définition — Surface d'onde R

Les **surfaces d'onde** relatives à une source ponctuelle S sont les surfaces formées des points M tels que

$$(SM) = \text{cste}$$

En tous leurs points, la vibration a le même retard de phase : ce sont des surfaces **équiphases**.

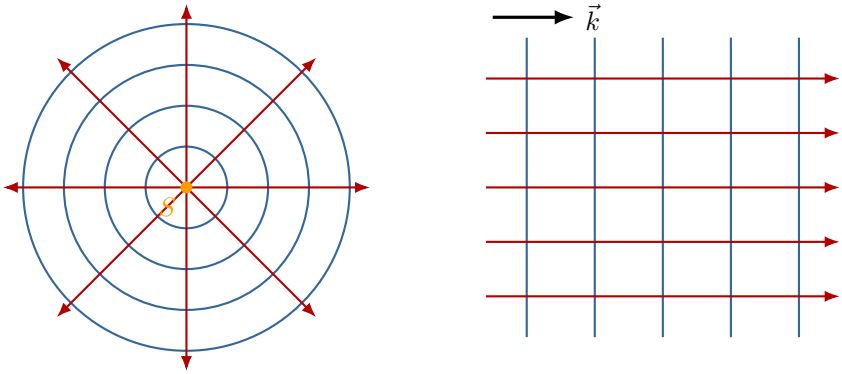
Théorème de Malus-Dupin (admis) R

Après un nombre quelconque de réflexions et de réfractions, les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle sont **orthogonaux** aux surfaces d'onde. Conséquence : le chemin optique compté entre deux surfaces d'onde est le même le long de tous les rayons.

Remarque

Ce théorème relie l'optique géométrique (rayons) et l'optique ondulatoire (surfaces d'onde). Dans un milieu d'indice lentement variable, on peut définir un vecteur d'onde local $\vec{k} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi$, de norme $n\frac{2\pi}{\lambda_0}$ et tangent au rayon : les rayons sont les lignes de champ de $\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi$, donc orthogonaux aux surfaces $\varphi =$ cste. Dans l'air d'un désert, l'indice augmente avec l'altitude (air plus froid, plus dense) : les rayons se courbent vers le haut, d'où les mirages.

III.2 Onde sphérique et onde plane



(a) onde sphérique divergente (b) onde plane

Fig. 2 : Surfaces d'onde (en bleu) et rayons lumineux (en rouge), orthogonaux d'après le théorème de Malus-Dupin.

Onde sphérique R D

Une source ponctuelle S dans un milieu homogène d'indice n émet une onde **sphérique** : les rayons sont les demi-droites issues de S, les surfaces d'onde sont les sphères de centre S, et

$$s(M,t) = \frac{A}{r}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi n}{\lambda_0}r - \varphi_S\right) \qquad r = SM$$

L'amplitude décroît en $\frac{1}{r}$, ce qui traduit la conservation de l'énergie : l'intensité varie en $\frac{1}{r^2}$ et la puissance traversant une sphère de rayon r, proportionnelle à $4\pi r^2 \times \frac{A^2}{r^2}$, ne dépend pas de r. Une onde **convergeant** vers un point A' est de même une onde sphérique de centre A'.

Démonstration. $(SM) = nr$ donne la phase. Pour l'amplitude, la puissance moyenne traversant toute sphère centrée sur S doit être la même en régime établi (pas d'absorption) ; comme l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude, celle-ci est en $\frac{1}{r}$.

Onde plane R D

Une source ponctuelle à l'infini, ou placée au foyer objet d'une lentille convergente, donne une onde **plane** : rayons parallèles à $\vec{u}$, surfaces d'onde planes orthogonales à $\vec{u}$. En prenant l'origine O sur un

rayon,

$$s(M,t) = s_0 \cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM} - \varphi_O\right) \qquad \vec{k} = n\frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u}$$

Démonstration. Soit H le projeté de M sur le rayon passant par O. M et H sont sur la même surface d'onde : $(SM) = (SH) = (SO) + n\,OH = (SO) + n\,\vec{u}\cdot\overrightarrow{OM}$. On reporte dans $\varphi(M) = \varphi_S + k_0(SM)$.

Remarque

Loin de la source ($r \gg \lambda$), on néglige la variation de l'amplitude en $\frac{1}{r}$ devant celle de la phase en kr : leurs dérivées par rapport à r sont dans le rapport $\frac{1}{kr} = \frac{\lambda}{2\pi r} \ll 1$. Sur une zone de petite taille devant r, une onde sphérique est localement plane.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 4 Loi de la réfraction et surfaces d'onde

Une onde plane passe de l'air (indice n_1) au verre (indice n_2) à travers un dioptre plan ; on note i_1 et i_2 les angles des rayons avec la normale. Deux rayons voisins frappent le dioptre en I_1 et I_2 ; H_1 est le pied de la perpendiculaire menée de I_2 au rayon incident passant par I_1, et H_2 celui de la perpendiculaire menée de I_1 au rayon réfracté passant par I_2.

Q-1) Justifier que $(SH_1) = (SI_2)$ et $(SI_1) = (SH_2)$.

Q-2) En déduire la loi de Snell-Descartes de la réfraction.

Correction

Q-1) D'après Malus-Dupin, (I_2H_1), perpendiculaire aux rayons incidents, est contenu dans une surface d'onde : $(SH_1) = (SI_2)$. De même (I_1H_2) est orthogonal aux rayons réfractés : $(SI_1) = (SH_2)$.
Q-2) On calcule $(SI_1) - (SI_2)$ de deux façons : $(SI_1) - (SH_1) = n_1 H_1 I_1 = n_1 I_1 I_2 \sin i_1$, et $(SH_2) - (SI_2) = n_2 I_2 H_2 = n_2 I_1 I_2 \sin i_2$. D'où $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$: c'est la construction de Huygens (1690).

EXERCICE 5 Onde plane oblique sur un écran

Une onde plane de longueur d'onde λ_0, dans l'air, arrive sur un écran plan (Oxy) ; son vecteur d'onde, contenu dans le plan (Oxz), fait l'angle θ avec la normale Oz.

Q-1) Exprimer le retard de phase $\varphi(x)$ d'un point de l'écran par rapport à O.

Q-2) Quelle est la période spatiale de la vibration sur l'écran ? Application : $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$, $\theta = 2°$.

Correction

Q-1) $\varphi(x) - \varphi(O) = \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM} = \frac{2\pi}{\lambda_0} x \sin\theta$.
Q-2) La phase augmente de 2π quand x augmente de $\frac{\lambda_0}{\sin\theta} = 18\,\mu\text{m}$. Ce résultat servira pour l'interférence de deux ondes planes (chapitre O2) et pour le réseau (chapitre O5).

IV Lentilles minces et surfaces d'onde

IV.1 Stigmatisme et chemin optique

Égalité des chemins optiques entre points conjugués R D

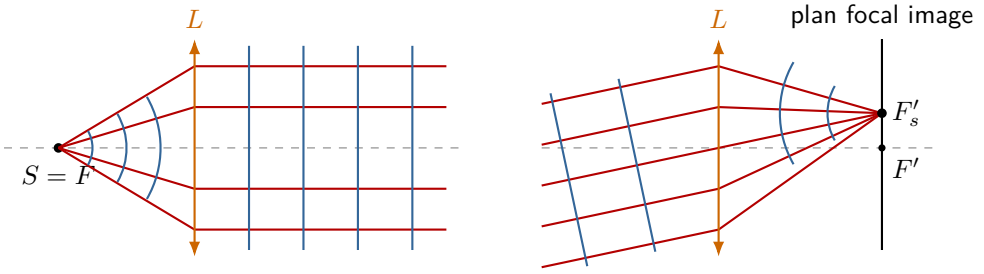
Si un système optique est **stigmatique** pour le couple (A, A') (tous les rayons issus de A passent par A'), alors le chemin optique (AA') est **le même pour tous les rayons** joignant A à A'. Un système stigmatique n'introduit aucune différence de marche entre les rayons qui vont d'un objet à son image.

Démonstration. En amont du système, les surfaces d'onde sont des sphères centrées sur A ; en aval, ce sont des sphères centrées sur A' (Malus-Dupin, les rayons convergeant en A'). Une petite sphère Σ' de centre A' est une surface d'onde : (AP') est le même pour tout $P' \in \Sigma'$, et $(P'A')$ est le rayon de Σ', commun à tous les rayons. Donc $(AA') = (AP') + (P'A')$ est indépendant du rayon. En termes de durée : toute la lumière partie de A à un instant arrive en A' au même instant.

Remarque

Le rayon passant par le bord d'une lentille convergente parcourt une plus grande distance dans l'air, mais une plus faible épaisseur de verre que le rayon central : les deux effets se compensent exactement. On le vérifie dans le classique des concours « Lentille mince et chemin optique ».

IV.2 Effet d'une lentille mince dans les conditions de Gauss



(a) $S = F$: onde sphérique → onde plane (b) onde plane oblique → onde convergente

Fig. 3 : Une lentille convergente change la forme des surfaces d'onde : elle transforme l'onde sphérique issue de son foyer objet en onde plane et fait converger une onde plane en un foyer secondaire du plan focal image.

Lentille mince et ondes R

Dans les conditions de Gauss, une lentille mince convergente de focale f' :

- transforme l'onde sphérique issue d'un point de son plan focal objet en une onde **plane** ;
- transforme une onde plane faisant l'angle α avec l'axe en une onde sphérique **convergeant** vers le foyer secondaire F'_s du plan focal image, à la distance $f' \tan\alpha \approx f'\alpha$ de l'axe.

Entre un plan d'onde en amont et le point de convergence, le chemin optique est le même pour tous les rayons.

☞ Méthode — Calculer une différence de marche en présence d'une lentille M

1. Repérer les points conjugués : la lentille n'introduit aucune différence de marche entre deux rayons qui convergent en un même point M du plan focal image.
2. Pour deux rayons parallèles qui convergent en M, tracer depuis un point de l'un la perpendiculaire

à l'autre (plan d'onde, Malus-Dupin) : la différence de marche se lit **en amont** de la lentille, sur le petit segment qui dépasse.

3. Utiliser si besoin le **retour inverse** de la lumière : imaginer une source en M pour tracer les plans d'onde.

☞ Exercices d'application

EXERCICE 6 **Source dans le plan focal objet, hors du foyer** ✦✦✧✧✧

Une lentille mince convergente L, de centre O et de focale f', dans l'air, est éclairée par une source ponctuelle S placée dans son plan focal objet, à la distance y au-dessus du foyer F.

Q-1) Décrire l'onde émergente. Exprimer l'angle α que fait la direction de propagation avec l'axe.

Q-2) On considère le rayon émergent $\mathcal{R}_0$ passant par O et un rayon émergent $\mathcal{R}_1$ passant par le point P du plan de la lentille situé à la distance h sous O. Soit Q le projeté orthogonal de P sur $\mathcal{R}_0$; justifier que $(SQ) = (SP)$.

Q-3) En déduire $(SP) - (SO)$ en fonction de h et α. Interpréter.

Correction

Q-1) S appartient au plan focal objet : l'onde émergente est plane. Le rayon passant par O n'est pas dévié, donc la direction de propagation fait avec l'axe l'angle α tel que $\tan\alpha = \frac{y}{f'}$, dirigé vers le bas.
Q-2) PQ est perpendiculaire aux rayons émergents, qui sont parallèles : il est contenu dans un plan d'onde et $(SQ) = (SP)$.
Q-3) O et Q sont sur le même rayon $\mathcal{R}_0$, donc $(SQ) = (SO) + (OQ)$, soit $(SP) - (SO) = OQ = h\sin\alpha$ (Q est en aval de O car l'onde descend). Les rayons qui passent plus bas dans la lentille sont en retard de $h\sin\alpha$ sur le rayon central, ce qui fait bien « pencher » le plan d'onde.

V Modèle d'émission : trains d'ondes

V.1 Trains d'ondes

Un atome excité émet la lumière lors de sa désexcitation, pendant une durée finie ; un autre atome prend ensuite le relais, sans relation de phase avec le précédent.

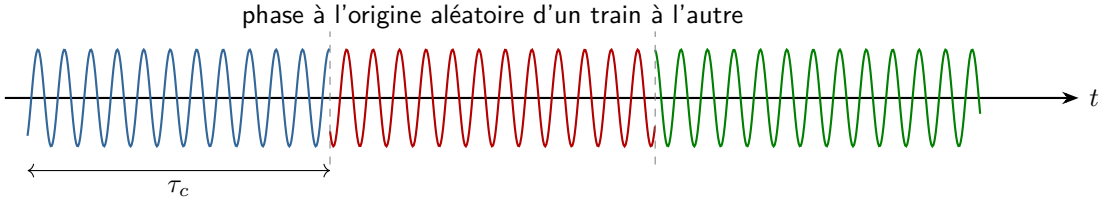


Fig. 4 : Modèle d'émission par trains d'ondes successifs, de durée moyenne τ_c.

Définition — Train d'ondes, temps et longueur de cohérence R

Une source réelle émet une succession de **trains d'ondes** quasi sinusoïdaux, de durée moyenne τ_c appelée **temps de cohérence**, dont la phase à l'origine varie **aléatoirement** d'un train à l'autre. La **longueur de cohérence** est l'extension spatiale d'un train d'ondes dans le vide :

$$\ell_c = c\,\tau_c$$

V.2 Largeur spectrale

Un train d'ondes de durée finie n'est pas une sinusoïde infinie : par analyse de Fourier (chapitre E1), il contient toutes les fréquences d'un intervalle de largeur Δf autour de f_0, d'autant plus large que le train est court.

Temps de cohérence et largeur spectrale (relation admise) R D

$$\Delta f \cdot \tau_c \approx 1 \qquad \Longrightarrow \qquad \ell_c \approx \frac{c}{\Delta f} \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

où $\Delta\lambda$ est la largeur de la raie en longueur d'onde dans le vide. Une source parfaitement monochromatique ($\Delta f = 0$) aurait un temps de cohérence infini. En nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda_0}$: $\ell_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma}$.

Démonstration (de la seconde forme). $f = \frac{c}{\lambda_0}$ donne $|\mathrm{d}f| = \frac{c}{\lambda_0^2}|\mathrm{d}\lambda_0|$, donc $\Delta f = \frac{c\,\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$ pour une raie fine, et $\ell_c = c\tau_c \approx \frac{c}{\Delta f} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$. De même $\sigma = \frac{f}{c}$ donne $\Delta\sigma = \frac{\Delta f}{c}$.

V.3 Densité spectrale et profils de raie

Définition — Densité spectrale R

L'intensité émise est répartie sur les fréquences. La **densité spectrale** $I_\nu = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\nu}$ (ou $I_\sigma = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\sigma}$, $I_\lambda = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\lambda}$) est l'intensité par unité d'intervalle spectral, et $I = \int I_\nu \,\mathrm{d}\nu$. La largeur $\Delta\nu$ d'une raie est mesurée à mi-hauteur.

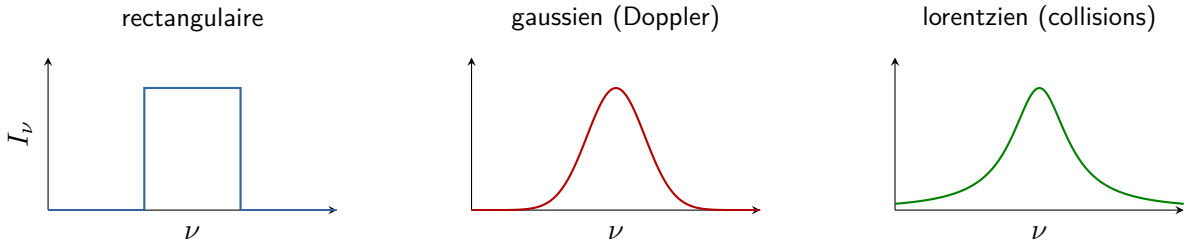


Fig. 5 : Profils modèles d'une raie quasi monochromatique centrée sur ν_0.

L'élargissement des raies d'une lampe spectrale a deux causes principales : l'**effet Doppler** dû à l'agitation thermique des atomes émetteurs (profil gaussien, d'autant plus large que la température est élevée) et les **collisions**, qui interrompent les trains d'ondes (profil lorentzien, d'autant plus large que la pression est élevée).

Ordres de grandeur

Source	$\Delta\lambda$	τ_c	ℓ_c
Lumière blanche (Soleil, lampe à filament)	$300\,\mathrm{nm}$	$3\times10^{-15}\,\mathrm{s}$	$1\,\mu\mathrm{m}$
Diode électroluminescente	$30\,\mathrm{nm}$	$4\times10^{-14}\,\mathrm{s}$	$10\,\mu\mathrm{m}$
Lampe spectrale basse pression	$0{,}01\,\mathrm{nm}$ à $0{,}1\,\mathrm{nm}$	$10^{-11}\,\mathrm{s}$ à $10^{-10}\,\mathrm{s}$	$3\,\mathrm{mm}$ à $3\,\mathrm{cm}$
Laser He-Ne de TP	$10^{-3}\,\mathrm{nm}$	$1\,\mathrm{ns}$	$30\,\mathrm{cm}$
Laser stabilisé monomode	$10^{-6}\,\mathrm{nm}$	$1\,\mu\mathrm{s}$	$300\,\mathrm{m}$

☞ Exercices d'application

EXERCICE 7 **Cohérence de quelques sources** ✦✧✧✧✧

Q-1) La raie jaune du sodium ($\lambda_0 = 589\,\text{nm}$) a une largeur $\Delta\lambda = 0{,}02\,\text{nm}$. Calculer Δf, τ_c et ℓ_c.

Q-2) Même question pour une DEL rouge : $\lambda_0 = 630\,\text{nm}$, $\Delta\lambda = 20\,\text{nm}$.

Q-3) Combien de longueurs d'onde un train d'ondes du sodium contient-il ? Montrer que ce nombre vaut $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$.

Correction

Q-1) $\Delta f = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = 1{,}7\times10^{10}\,\text{Hz}$, $\tau_c = 5{,}8\times10^{-11}\,\text{s}$ et $\ell_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = 17\,\text{mm}$.

Q-2) $\Delta f = 1{,}5\times10^{13}\,\text{Hz}$, $\tau_c = 6{,}6\times10^{-14}\,\text{s}$, $\ell_c = 20\,\mu\text{m}$.

Q-3) $N = \frac{\ell_c}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \approx 3\times10^4$ oscillations : le train d'ondes est « long » à l'échelle de la période, ce qui justifie le qualificatif de quasi monochromatique.

VI Récepteurs et intensité lumineuse

VI.1 Temps de réponse des récepteurs

Un récepteur (œil, photodiode, capteur CCD, photomultiplicateur) est sensible à la puissance lumineuse reçue, moyennée sur son **temps de réponse** τ_R.

Ordres de grandeur

Œil (persistance rétinienne)	$\tau_R \approx 0{,}05\,\text{s}$ à $0{,}1\,\text{s}$
Photorésistance	$1\,\text{ms}$ à $0{,}1\,\text{s}$
Capteur CCD ou CMOS (durée d'exposition)	$10^{-4}\,\text{s}$ à quelques ms
Photodiode rapide ; photomultiplicateur	$1\,\text{ns}$ à $1\,\mu\text{s}$; $\approx 1\,\text{ns}$

Dans tous les cas $\tau_R \gg T \approx 2\times10^{-15}\,\text{s}$ et $\tau_R \gg \tau_c$ (sauf laser très stable) : un récepteur moyenne sur un très grand nombre de périodes et de trains d'ondes.

VI.2 Intensité lumineuse

Définition — Intensité (ou éclairement) R

L'**intensité** lumineuse en M est la moyenne temporelle, sur le temps de réponse du récepteur, du carré de la vibration :

$$I(M) = K\left\langle s^2(M,t)\right\rangle_{\tau_R}$$

où K est une constante positive, sans intérêt pour les rapports d'intensités. Pour une onde monochromatique, $I = \frac{K}{2}s_0^2$; en notation complexe, $I = \frac{K}{2}\,\underline{s}\,\underline{s}^* = \frac{K}{2}|\underline{s}|^2$.

Remarque

Le lien avec l'électromagnétisme : la puissance surfacique moyenne transportée par une onde plane dans le vide est $\langle\Pi\rangle = \varepsilon_0 c\,\langle E^2\rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$ (chapitre EM5). Le programme emploie indifféremment les mots « intensité » et « éclairement ».

Intensité d'une lumière polychromatique R

Deux radiations de fréquences différentes ne produisent aucun terme croisé en moyenne (chapitre O2) : l'intensité d'une lumière polychromatique est la **somme** des intensités de ses composantes, $I = \int I_\nu \, \mathrm{d}\nu$.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- L'intensité est la seule grandeur mesurable : la phase d'une onde n'est accessible qu'à travers des **différences** de phase, en faisant interférer deux ondes (chapitres O2 à O5).
- Ne pas confondre le temps de cohérence τ_c (propriété de la source) et le temps de réponse τ_R (propriété du récepteur).

☞ Exercices d'application

EXERCICE 8 Ce que voit un récepteur ✦✦✧✧✧

Q-1) Avec $\tau_c = 10^{-11}\,\mathrm{s}$ et $\tau_R = 0{,}1\,\mathrm{s}$, combien de trains d'ondes successifs l'œil reçoit-il pendant son temps de réponse ?

Q-2) Deux lampes indépendantes, de même fréquence, éclairent le même point : $s = s_1 + s_2$. Montrer que $I = I_1 + I_2$ en admettant que le déphasage $\Phi(t)$ entre les deux ondes prend des valeurs aléatoires indépendantes d'un train d'ondes à l'autre.

Q-3) Un laser He-Ne de puissance $P = 1\,\mathrm{mW}$ émet un faisceau de section $S = 1\,\mathrm{mm}^2$. Calculer l'intensité (en $\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$) et l'amplitude du champ électrique. Comparer au rayonnement solaire au sol ($\approx 1\,\mathrm{kW}\cdot\mathrm{m}^{-2}$).

Correction

Q-1) $\frac{\tau_R}{\tau_c} = 10^{10}$ trains d'ondes.

Q-2) $\langle s^2\rangle = \langle s_1^2\rangle + \langle s_2^2\rangle + 2\langle s_1 s_2\rangle$ et, sur un train, $2\langle s_1 s_2\rangle_T = s_{01}s_{02}\cos\Phi$. Moyenné sur 10^{10} valeurs aléatoires de Φ, $\langle\cos\Phi\rangle = 0$: $I = I_1 + I_2$. Deux sources distinctes n'interfèrent pas.

Q-3) $I = \frac{P}{S} = 1\times 10^3\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$, comme le Soleil (mais concentré sur $1\,\mathrm{mm}^2$, d'où le danger pour l'œil, qui le focalise sur la rétine). $E_0 = \sqrt{\frac{2I}{\varepsilon_0 c}} = 870\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

VII Synthèse

★ À retenir

- Visible : $\lambda_0 \in [400\,\mathrm{nm}; 800\,\mathrm{nm}]$, $f \approx 5\times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$, $T \approx 2\,\mathrm{fs}$; $v = \frac{c}{n}$, $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, f inchangée.
- Modèle scalaire : $s(M,t) = s_0\cos(\omega t - \varphi(M))$; les vibrations s'ajoutent.
- Chemin optique $(AB) = \int n\,\mathrm{d}\ell = c\tau_{AB}$; retard de phase $\varphi(B) - \varphi(A) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(AB)$; $+\pi$ à la réflexion sur un métal ou sur un milieu plus réfringent.
- Surfaces d'onde $(SM) =$ cste, orthogonales aux rayons (Malus-Dupin) ; onde sphérique $\frac{A}{r}\cos(\omega t - kr)$, onde plane $s_0\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}\right)$.
- Points conjugués : (AA') indépendant du rayon ; une lentille n'introduit pas de différence de marche.
- Trains d'ondes : $\Delta f\cdot\tau_c \approx 1$, $\ell_c = c\tau_c \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$.
- $I = K\langle s^2\rangle_{\tau_R} = \frac{K}{2}s_0^2$; $\tau_R \gg T$ et $\tau_R \gg \tau_c$: sources indépendantes ⇒ intensités additives.

Pour aller plus loin

Le chapitre O2 exploite ces outils pour superposer deux ondes lumineuses : on y établit la formule de Fresnel et les conditions d'interférences, qui reposent sur le modèle des trains d'ondes et sur la notion de différence de marche.

VIII Exercices d'approfondissement

EXERCICE 9 Lame de verre inclinée

Une onde plane de longueur d'onde λ_0 traverse une lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e, plongée dans l'air, sous l'incidence i ; on note r l'angle de réfraction. On repère par Oz la normale à la lame, qui occupe $0 \leq z \leq e$.

Q-1) Justifier que la composante k_x du vecteur d'onde parallèle à la lame est la même dans l'air et dans le verre.

Q-2) En comparant les phases accumulées entre les plans $z = 0$ et $z = e$ (à x fixé) avec et sans lame, montrer que la lame introduit le retard de chemin optique

$$\Delta L = e\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos i\right).$$

Q-3) Vérifier le cas $i = 0$. Application : $n = 1,5$, $e = 1\,\text{mm}$, $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$; de combien d'ordres le retard change-t-il quand on tourne la lame de 0 à $10°$?

Correction

Q-1) La phase est continue à la traversée du dioptre $z = 0$ en tout point x : $k_x^{\text{air}} x = k_x^{\text{verre}} x$ pour tout x, d'où $k_0 \sin i = n k_0 \sin r$ (Snell-Descartes).

Q-2) $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2}$ vaut $k_0 \cos i$ dans l'air et $k_0\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$ dans le verre. Entre $z = 0$ et $z = e$, à x fixé, la phase croît de $k_z e$; la différence vaut $k_0 e\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos i\right) = k_0 \Delta L$. Après la lame, les deux ondes ont le même vecteur d'onde : ce retard est le même partout en aval.

Q-3) En $i = 0$, $\Delta L = (n-1)e$: on retrouve l'exercice d'application. À $10°$: $\sqrt{2,25 - 0,0302} = 1,48991$ et $\cos i = 0,98481$, d'où $\Delta L = 0{,}505\,10\,\text{mm}$ contre $0{,}500\,00\,\text{mm}$. La variation, $5{,}1\,\mu\text{m}$, vaut $8,1$ longueurs d'onde : une lame tournante est un déphaseur réglable.

EXERCICE 10 Largeur Doppler d'une raie

Un atome de masse m qui émet à la fréquence f_0 en s'approchant de l'observateur à la vitesse $v_x \ll c$ est reçu à la fréquence $f_0\left(1 + \frac{v_x}{c}\right)$. Dans une vapeur à la température T, l'ordre de grandeur de $|v_x|$ est $v_{\text{th}} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$.

Q-1) Estimer la largeur Doppler Δf_D en prenant $|v_x| \leq v_{\text{th}}$.

Q-2) Application : sodium ($M = 23\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $\lambda_0 = 589\,\text{nm}$), $T = 500\,\text{K}$. Calculer Δf_D, $\Delta\lambda_D$ et ℓ_c.

Q-3) La largeur mesurée d'une raie de lampe au sodium est d'environ $0{,}02\,\text{nm}$. Commenter.

Correction

Q-1) Les fréquences reçues couvrent $f_0\left(1 \pm \frac{v_{\text{th}}}{c}\right)$: $\Delta f_D \approx 2 f_0 \frac{v_{\text{th}}}{c}$, soit $\frac{\Delta\lambda_D}{\lambda_0} \approx \frac{2v_{\text{th}}}{c}$.

Q-2) $m = \frac{M}{N_A} = 3{,}82 \times 10^{-26}\,\text{kg}$, $v_{\text{th}} = 425\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\frac{2v_{\text{th}}}{c} = 2{,}8 \times 10^{-6}$; $f_0 = 5{,}09 \times 10^{14}\,\text{Hz}$, $\Delta f_D = 1{,}4 \times 10^{9}\,\text{Hz}$, $\Delta\lambda_D = 1{,}7 \times 10^{-3}\,\text{nm}$ et $\ell_c = \frac{c}{\Delta f_D} \approx 20\,\text{cm}$.

Q-3) La raie réelle est dix fois plus large : dans une lampe de TP, la pression de vapeur et l'auto-absorption élargissent fortement la raie (élargissement collisionnel). La longueur de cohérence réelle, de l'ordre du centimètre, est bien inférieure à la limite Doppler.

EXERCICE 11 Miroir parabolique rigoureusement stigmatique

On cherche la forme d'un miroir de révolution d'axe Oz qui fait converger en $F = O$ une onde plane se propageant selon $-\vec{u}_z$.

Q-1) En utilisant l'égalité des chemins optiques entre un plan d'onde incident $z = H$ et le point F, écrire la condition vérifiée par un point $P(x, z)$ du miroir (dans un plan méridien).

Q-2) En déduire l'équation du miroir. Pourquoi les grands télescopes utilisent-ils des miroirs paraboliques plutôt que sphériques ?

Correction

Q-1) Le rayon arrivant en P parcourt $H - z$ jusqu'au miroir puis $PF = \sqrt{x^2 + z^2}$ (les déphasages de réflexion sont les mêmes pour tous les rayons) : $H - z + \sqrt{x^2 + z^2} = \text{cste}$, soit $\sqrt{x^2 + z^2} = z + C$.
Q-2) En élevant au carré : $x^2 = 2Cz + C^2$, soit $z = \frac{x^2}{2C} - \frac{C}{2}$: parabole de foyer F, de sommet $z = -\frac{C}{2}$, de distance focale $\frac{C}{2}$. Le stigmatisme est **rigoureux** pour l'objet à l'infini sur l'axe, quelle que soit l'ouverture, alors qu'un miroir sphérique n'est stigmatique qu'approximativement (conditions de Gauss).

EXERCICE 12 Battements entre deux lasers

Deux lasers de fréquences voisines f_1 et f_2 éclairent la même photodiode de temps de réponse τ_R ; on suppose leurs phases constantes pendant la durée de la mesure. Les vibrations ont pour amplitudes s_{01} et s_{02}.

Q-1) Exprimer $s^2(t)$ et montrer que, si $\frac{1}{f_1} \ll \tau_R \ll \frac{1}{|f_1 - f_2|}$, le récepteur mesure $I(t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\big(2\pi(f_1 - f_2)t + \Phi\big)$.

Q-2) Que mesure-t-il si $\tau_R \gg \frac{1}{|f_1 - f_2|}$?

Q-3) Deux modes d'un même laser He-Ne de cavité $L = 30\,\text{cm}$ sont séparés de $\Delta f = \frac{c}{2L}$. Calculer Δf. Peut-on voir le battement à l'œil ? avec une photodiode de $1\,\text{ns}$?

Correction

Q-1) $s^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_{01}s_{02}\left[\cos\big(2\pi(f_1 + f_2)t + \dots\big) + \cos\big(2\pi(f_1 - f_2)t + \Phi\big)\right]$. Les termes à $2f_1$, $2f_2$ et $f_1 + f_2$ ont une moyenne nulle sur τ_R ; le terme à $f_1 - f_2$ varie peu pendant τ_R et subsiste : avec $I_i = \frac{K}{2}s_{0i}^2$, on obtient la formule annoncée.
Q-2) Le terme de battement se moyenne à zéro : $I = I_1 + I_2$. C'est le cas de deux sources de fréquences différentes observées à l'œil.
Q-3) $\Delta f = 500\,\text{MHz}$, période $2\,\text{ns}$: invisible à l'œil ; une photodiode de $1\,\text{ns}$ est à la limite, et une photodiode rapide (quelques dizaines de ps) l'enregistre. C'est le principe de la **détection hétérodyne**.

IX Classiques des concours

EXERCICE 13 Lentille mince et chemin optique

Une lentille plan-convexe d'indice n, dans l'air, a une face plane et une face sphérique de rayon R ; son épaisseur au centre est e_0 et, dans les conditions de Gauss, son épaisseur à la distance r de l'axe vaut $e(r) = e_0 - \frac{r^2}{2R}$. Elle est éclairée par une onde plane se propageant selon l'axe Oz ; on note Π_1 le plan tangent à la face d'entrée et Π_2 le plan $z = e_0$ tangent au sommet de la face de sortie.

Q-1) Exprimer le chemin optique $L(r)$ entre Π_1 et Π_2 le long du rayon de hauteur r (on néglige la déviation à l'intérieur de la lentille).

Q-2) L'onde émergente converge en un point F' de l'axe situé à la distance f' de Π_2. Exprimer le chemin optique de Π_2 à F' pour le rayon de hauteur r, à l'ordre 2 en $\frac{r}{f'}$.

Q-3) En écrivant le stigmatisme, retrouver $f' = \frac{R}{n-1}$. Application : $n = 1,52$, $R = 10{,}4\,\text{cm}$.

Q-4) L'onde plane incidente fait maintenant un petit angle α avec l'axe, dans le plan (xOz). Montrer que le chemin optique jusqu'au plan Π_2 contient un terme supplémentaire αx et que l'onde converge au point d'abscisse $x' = f'\alpha$ du plan focal image.

Q-5) Interpréter physiquement : pourquoi une lentille épaisse au centre fait-elle converger la lumière ?

Correction

Q-1) Le rayon traverse $e(r)$ de verre puis $e_0 - e(r)$ d'air : $L(r) = ne(r) + e_0 - e(r) = ne_0 - (n-1)\frac{r^2}{2R}$.
Q-2) $\sqrt{f'^2 + r^2} \approx f' + \frac{r^2}{2f'}$.
Q-3) Le chemin optique total $ne_0 + f' + r^2\left(\frac{1}{2f'} - \frac{n-1}{2R}\right)$ doit être indépendant de r : $\frac{1}{f'} = \frac{n-1}{R}$, $f' = 20\,\text{cm}$.
Q-4) Le plan d'onde incident n'est plus parallèle à Π_1 : le point d'abscisse x de Π_1 est atteint avec le retard αx (à l'ordre 1) par rapport à O. En aval, pour un point $M(x', f')$, $\sqrt{f'^2 + (x-x')^2} \approx f' + \frac{x'^2}{2f'} - \frac{xx'}{f'} + \frac{x^2}{2f'}$. Le terme en x^2 est compensé par la lentille ; le chemin total ne dépend plus de x si $\alpha x - \frac{xx'}{f'} = 0$, soit $x' = f'\alpha$: c'est le foyer secondaire.
Q-5) Le centre retarde la lumière plus que les bords (plus de verre) : le plan d'onde se creuse et devient une sphère centrée sur F', vers laquelle les rayons, orthogonaux, convergent.

EXERCICE 14 Spectre d'un train d'ondes

★★★★☆

On modélise un train d'ondes par $s(t) = s_0\cos(2\pi f_0 t)$ pour $|t| \le \frac{\tau}{2}$ et $s(t) = 0$ sinon. Sa composante de fréquence f a une amplitude proportionnelle à $\underline{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\,\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\pi f t}\,\mathrm{d}t$.

Q-1) Montrer que, pour f voisin de $f_0 > 0$ et $f_0\tau \gg 1$, $\underline{S}(f) \approx \frac{s_0\tau}{2}\,\mathrm{sinc}\big(\pi(f-f_0)\tau\big)$, avec $\mathrm{sinc}\,u = \frac{\sin u}{u}$.

Q-2) Représenter $|\underline{S}(f)|^2$, proportionnel à la densité spectrale. Définir une largeur Δf et montrer que $\Delta f \cdot \tau \approx 1$.

Q-3) La raie verte du mercure ($\lambda_0 = 546{,}1\,\text{nm}$) a une largeur $\Delta\lambda = 0{,}01\,\text{nm}$. Calculer τ_c et le nombre d'oscillations par train d'ondes.

Q-4) Pourquoi un laser stabilisé, dont les trains d'ondes durent environ $1\,\mu\text{s}$, est-il indispensable pour mesurer des distances de plusieurs dizaines de mètres par interférométrie ?

Correction

Q-1) $\underline{S}(f) = \frac{s_0}{2}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\left(\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\pi(f_0-f)t} + \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\pi(f_0+f)t}\right)\mathrm{d}t$. Le premier terme vaut $\frac{s_0}{2}\frac{\sin(\pi(f-f_0)\tau)}{\pi(f-f_0)} = \frac{s_0\tau}{2}\mathrm{sinc}(\pi(f-f_0)\tau)$; le second, de même forme centré sur $-f_0$, est négligeable au voisinage de f_0 car $f_0\tau \gg 1$.
Q-2) $|\underline{S}|^2$ présente un pic principal centré sur f_0, qui s'annule pour la première fois en $f - f_0 = \pm\frac{1}{\tau}$. Avec Δf la demi-largeur du pic à la base (ou, à un facteur proche de 1, la largeur à mi-hauteur, $0{,}89/\tau$), $\Delta f \cdot \tau \approx 1$: plus le train est court, plus le spectre est large.
Q-3) $\Delta f = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = 1{,}0\times10^{10}\,\text{Hz}$, $\tau_c \approx 1\times10^{-10}\,\text{s}$; $N = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \approx 5{,}5\times10^4$ oscillations.
Q-4) Deux ondes n'interfèrent que si leur différence de marche est inférieure à la longueur de cohérence (chapitre O2). Pour $\tau_c = 1\,\mu\text{s}$, $\ell_c = 300\,\text{m}$; avec une lampe spectrale, ℓ_c ne dépasse pas quelques centimètres.