LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

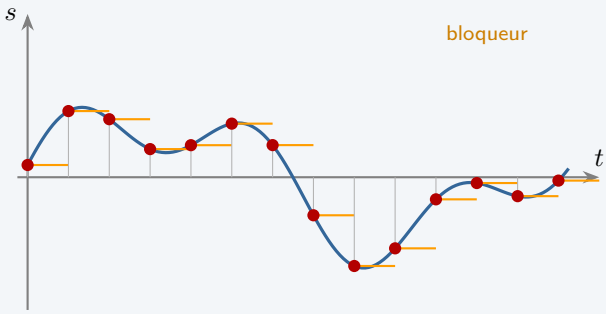
Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

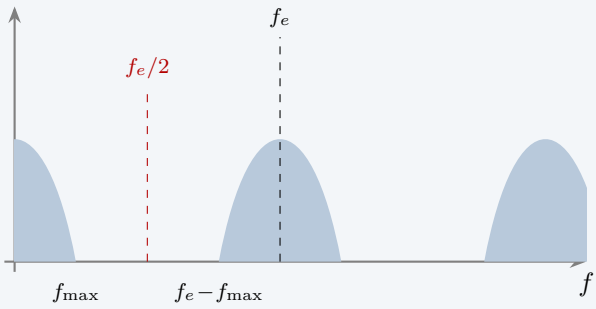
FICHE RÉSUMÉ

E3 ÉLECTRONIQUE

Électronique numérique

Signal analogique et signal numérique — Échantillonnage, quantification, codage — Spectre d'un signal échantillonné — Condition de Nyquist-Shannon, repliement — Analyse spectrale numérique — Filtrage numérique — CAN et CNA, restitution





> *Si une fonction ne contient aucune fréquence supérieure à W, elle est entièrement déterminée par la donnée de ses valeurs en une suite de points espacés de $1/(2W)$ seconde.*
>
> — Claude E. Shannon, « Communication in the Presence of Noise », *Proceedings of the IRE* (1949)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

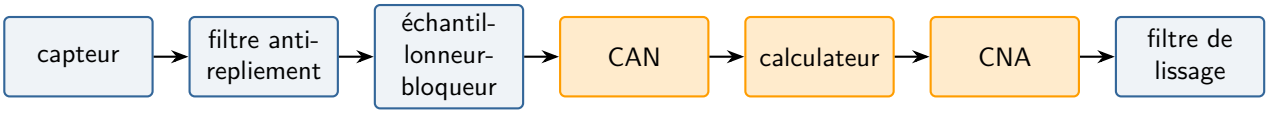
Simulation associée sur **PhysioNova**
« Échantillonnage et repliement »

E3 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Numériser un signal, c'est l'**échantillonner** (valeurs prises tous les T_e), le **quantifier** (valeurs arrondies au pas q) et le **coder** sur N bits. L'échantillonnage réplique le spectre autour de chaque multiple de f_e : pour ne rien perdre ni fausser, il faut $f_e > 2f_{\max}$ (**Nyquist-Shannon**), sinon les fréquences se **replient**. Un **filtre numérique** est un algorithme obtenu en discrétisant l'équation différentielle du filtre analogique ; il n'est fidèle que pour $T_e \ll \tau$ et sa réponse est périodique en fréquence.

I Chaîne de numérisation



Définition — Échantillonnage, quantification, codage R

- Échantillonnage : $s_k = s(kT_e)$, $f_e = 1/T_e$; l'échantillonneur-bloqueur maintient la valeur pendant la conversion.
- Quantification : pas $q = \dfrac{\Delta U}{2^N}$ (plage ΔU, N bits) ; erreur $\leq q/2$ (arrondi) ou q (troncature) ; saturation hors de la plage.
- Codage : écriture binaire sur N bits ; taille d'un enregistrement : $N f_e \, \Delta t$ bits par voie.

II Spectre échantillonné, Nyquist-Shannon

Spectre d'un signal échantillonné R D

Échantillonner revient à multiplier $s(t)$ par un train d'impulsions de période T_e ($p = \alpha + \sum P_k \cos 2\pi k f_e t$). Chaque raie f donne des raies en

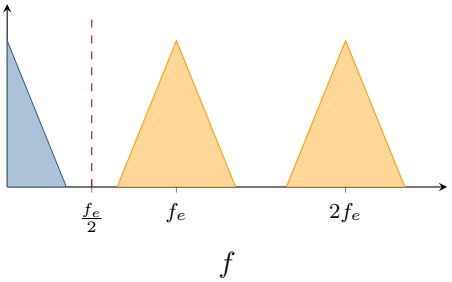
$$f, \qquad kf_e - f, \qquad kf_e + f \qquad (k \geq 1)$$

Le spectre est répliqué autour de chaque multiple de f_e. Deux sinusoïdes de fréquences f et $f + pf_e$ (ou $pf_e - f$) ont les mêmes échantillons.

Nyquist-Shannon, repliement R

$$f_e > 2f_{\max} \qquad f_{\text{app}} = |f - kf_e|$$

(k entier le plus proche de f/f_e). Sinon, des répliques tombent dans $[0, f_e/2]$: erreur **irréversible**. Remède : filtre passe-bas anti-repliement **avant** l'échantillonneur.



Spectre utile (bleu) et répliques (orange) : pas de recouvrement si $f_{\max} < f_e/2$.

III Analyse spectrale numérique

Paramètres d'acquisition R

$$N = f_e T_a \qquad \Delta f = \frac{1}{T_a} = \frac{f_e}{N} \qquad \text{bande exploitable } [0, f_e/2]$$

f_e fixe la bande, T_a la résolution, N (mémoire) les relie. Calculer sur un nombre entier de périodes (sinon fuite spectrale).

IV Filtrage numérique, conversions

Passe-bas numérique d'ordre 1 R D

Pour le filtre analogique $\tau\, \mathrm{d}s/\mathrm{d}t + s = e$, la méthode d'Euler donne :

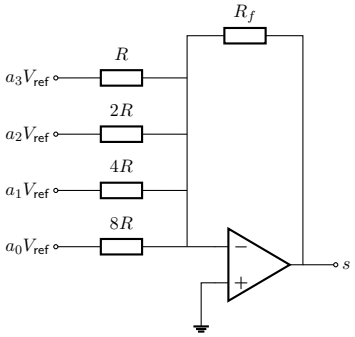
$$\text{implicite : } s_k = \frac{\tau s_{k-1} + T_e e_k}{\tau + T_e} \qquad \text{explicite : } s_{k+1} = \left(1 - \frac{T_e}{\tau}\right) s_k + \frac{T_e}{\tau} e_k$$

Implicite toujours stable ; explicite stable si $T_e < 2\tau$ (raison $1 - T_e/\tau$). Fidèle si $T_e \ll \tau$.

$$\underline{H}_{\text{num}} = \frac{1}{1 + \frac{\tau}{T_e}\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T_e}\right)} \xrightarrow[\omega T_e \ll 1]{} \frac{1}{1 + \mathrm{j}\omega\tau} \qquad \text{périodique en } f \text{ (période } f_e)$$

Moyenne glissante sur M points : passe-bas qui annule les fréquences pf_e/M.

CNA à résistances pondérées. Sommateur inverseur (R, $2R$, $4R$, $8R$, $R_f = R/2$) : $s = -\dfrac{V_{\text{ref}}}{16}(8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0)$, proportionnel au code. **Restitution** : tension en escalier (bloqueur) puis **filtre de lissage** de coupure $\approx f_e/2$.



Ordres de grandeur

Téléphone : $f_e = 8\,\text{kHz}$, 8 bits ; CD : $44{,}1\,\text{kHz}$, 16 bits ($\approx 10\,\text{Mo}$ par minute en stéréo) ; carte de TP : 12 bits, $q \approx 5\,\text{mV}$ sur $\pm 10\,\text{V}$; oscilloscope : $\sim 1\,\text{GS/s}$. Rapport signal sur bruit de quantification : $\approx 6N + 1{,}8$ dB ($98\,\text{dB}$ pour le CD).

V Méthodes et pièges

☞ Méthode — Choisir une acquisition, prévoir un repliement M

1. Identifier $f_{\max}$ (harmoniques et bruit compris) ; prendre $f_e > 2f_{\max}$ avec marge, sinon filtrer avant.
2. $T_a \geq 1/\Delta f$ (nombre entier de périodes) ; $N = f_e T_a$ compatible avec l'appareil.
3. Calibre juste au-dessus du maximum du signal (pas q minimal sans saturation).
4. Fréquence apparente : $|f - kf_e|$; vérifier en changeant la base de temps ou f_e.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- $f_e > f$ ne suffit pas : il faut $f_e > 2f_{\max}$.
- Le filtre anti-repliement se place avant l'échantillonneur ; après, il est trop tard.
- Résolution spectrale ($\Delta f = 1/T_a$) $\neq$ résolution en tension (q).
- Une FFT de N points donne N fréquences de 0 à $f_e - \Delta f$, dont la moitié seulement est utile.
- Euler explicite avec $T_e > 2\tau$: divergence.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je décris la chaîne de numérisation et le rôle de chaque bloc.
- ☐ J'explique la structure du spectre échantillonné et j'énonce Nyquist-Shannon.
- ☐ Je calcule une fréquence apparente en cas de repliement.
- ☐ Je choisis f_e, T_a, N et le calibre d'une acquisition.
- ☐ Je calcule un pas de quantification, une erreur, une taille de fichier, la sortie d'un CNA.
- ☐ J'écris et je programme un filtre numérique passe-bas (Euler) et je discute sa stabilité.