LYCÉE D'EXCELLENCE
MOHAMMED VI
LEM6 - CASABLANCA

Classes préparatoires aux grandes écoles
MP — Physique-chimie
Année 2026-2027

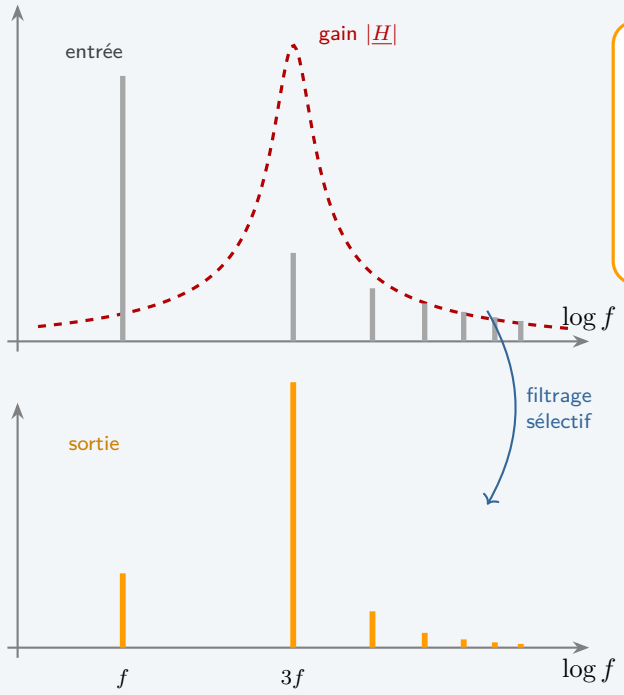
FICHE RÉSUMÉ

E2

ÉLECTRONIQUE

Effet d'un filtre sur un signal périodique

Linéarité et superposition — Fonction de transfert — Action d'un filtre sur chaque harmonique — Filtres passe-bas, passe-haut, passe-bande — Caractères moyenneur, intégrateur, dérivateur — Signature d'un système non linéaire



> *Le savant n'étudie pas la nature parce que cela est utile ; il l'étudie parce qu'il y prend plaisir, et il y prend plaisir parce qu'elle est belle.*
>
> — Henri Poincaré, *Science et méthode* (1908)

physionova
physionova.academy

Pr. CHARIFI
professeurcharifi@gmail.com

Simulation associée sur **PhysioNova**
« Filtrage d'un signal périodique »

E2 — Fiche résumé

L'essentiel en trois phrases

Un système **linéaire** traite chaque raie du spectre d'entrée séparément : la raie de fréquence nf est multipliée par $|\underline{H}(\mathrm{j}n\omega)|$ et déphasée de $\arg \underline{H}(\mathrm{j}n\omega)$, la composante continue est multipliée par $\underline{H}(0)$. Selon la place des raies dans le diagramme de Bode, un filtre transmet, élimine ou extrait des composantes, et peut se comporter en **moyenneur**, **intégrateur** ou **dérivateur**. Un filtre linéaire ne crée jamais de fréquence : l'apparition de fréquences nouvelles signe une **non-linéarité**.

I Système linéaire, fonction de transfert

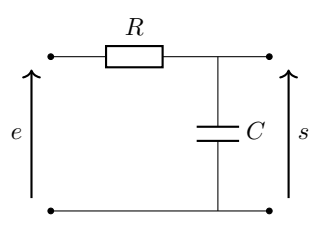
Définition — Linéarité, superposition, stabilité R

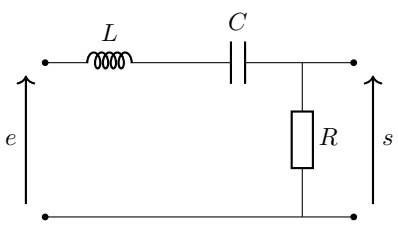
- Système linéaire : $\sum a_k \dfrac{\mathrm{d}^k s}{\mathrm{d}t^k} = \sum b_k \dfrac{\mathrm{d}^k e}{\mathrm{d}t^k}$ (coefficients constants) ; réponse à une somme = somme des réponses.
- Ordre 1 ou 2 **stable** $\Leftrightarrow$ coefficients a_k tous non nuls et de même signe ; le régime libre s'éteint.
- En régime établi, une sinusoïde donne une sinusoïde de **même fréquence** : $\mathrm{j}\omega \leftrightarrow \mathrm{d}/\mathrm{d}t$.

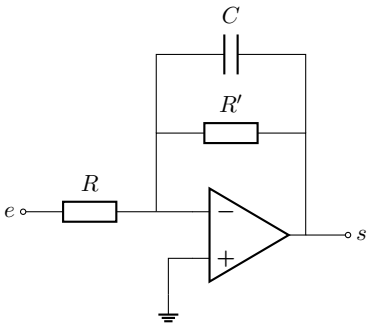
$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{b_0 + b_1 \mathrm{j}\omega + \cdots}{a_0 + a_1 \mathrm{j}\omega + \cdots} \qquad G_{\text{dB}} = 20 \log |\underline{H}| \qquad \varphi = \arg \underline{H}$$

★ À retenir

Passe-bas, ordre 1	$\dfrac{H_0}{1+\mathrm{j}x}$	0 puis -20 dB/déc ; -3 dB et $-\pi/4$ en $x=1$
Passe-haut, ordre 1	$\dfrac{H_0\,\mathrm{j}x}{1+\mathrm{j}x}$	$+20$ puis 0 dB/déc
Passe-bas, ordre 2	$\dfrac{H_0}{1-x^2+\mathrm{j}x/Q}$	0 puis -40 dB/déc ; résonance si $Q > 1/\sqrt{2}$
Passe-bande, ordre 2	$\dfrac{H_0}{1+\mathrm{j}Q(x-1/x)}$	± 20 dB/déc ; $\Delta\omega = \omega_0/Q$; RLC série sortie sur R
Coupe-bande, ordre 2	$\dfrac{1-x^2}{1-x^2+\mathrm{j}x/Q}$	zéro de transmission en $x=1$, largeur ω_0/Q







Passe-bas RC ; passe-bande RLC ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $Q = \frac{1}{R}\sqrt{L/C}$) ; pseudo-intégrateur $\underline{H} = -\dfrac{R'/R}{1+\mathrm{j}R'C\omega}$.

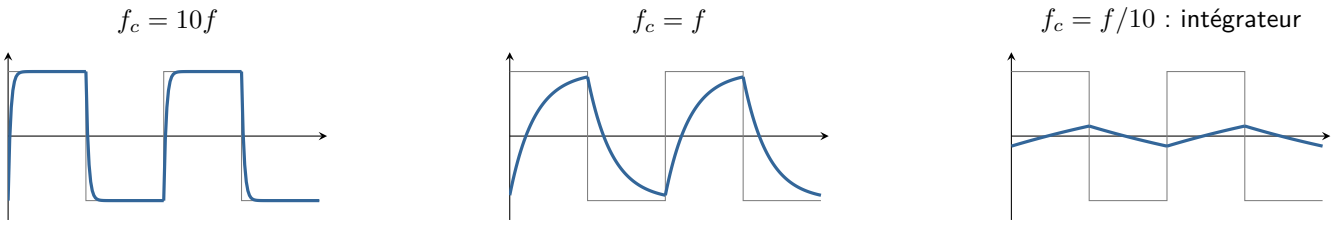
II Action sur un signal périodique

Sortie d'un filtre linéaire R

$$e = E_0 + \sum E_n \cos(n\omega t + \varphi_n) \implies s = \underline{H}(0)E_0 + \sum |\underline{H}(\mathrm{j}n\omega)|\, E_n \cos\left(n\omega t + \varphi_n + \arg \underline{H}(\mathrm{j}n\omega)\right)$$

Lecture graphique : superposer le gain (en fonction de $\log f$) au spectre d'entrée.

Comportement	Condition	Effet
Moyenneur	passe-bas, $f_c \ll f$	$s \approx \underline{H}(0)\langle e\rangle$; ondulation $\approx E_1 f_c/f$ (ordre 1), $E_1(f_0/f)^2$ (ordre 2)
Intégrateur	$\underline{H} \approx K/\mathrm{j}\omega$ sur toutes les raies utiles ($f \gtrsim 10 f_c$ pour un passe-bas)	$\tilde{s} = K\int \tilde{e}\,\mathrm{d}t$; carré $\to$ triangle ; -20 dB/déc, $-\pi/2$
Dérivateur	$\underline{H} \approx K'\mathrm{j}\omega$ (passe-haut, $f \ll f_c$)	$s = K'\,\mathrm{d}e/\mathrm{d}t$; triangle $\to$ carré ; $+20$ dB/déc, $+\pi/2$
Sélectif	passe-bande, Q grand, centré sur nf	extrait l'harmonique n : sortie quasi sinusoïdale
Suppression du continu	passe-haut, $f_c \ll f$	$s \approx \tilde{e}$ (position AC de l'oscilloscope)



Carré $\pm E$ filtré par un passe-bas RC : amplitude de sortie $E\tanh\left(T/4\tau\right)$.

III Non-linéarité

Signature d'un système non linéaire R

Entrée sinusoïdale de fréquence f $\Rightarrow$ sortie contenant d'autres fréquences (0, $2f$, $3f\ldots$; $f_1 \pm f_2$ pour deux entrées) : le système est non linéaire. Exemples : quadrateur ke^2 (continu + $2f$), ALI saturé ou écrêtage (harmoniques impairs), redressement (continu + harmoniques pairs), multiplieur ($f_1 \pm f_2$).

Ordres de grandeur

Un ordre de filtre en plus : 20 dB d'atténuation supplémentaire une décade après la coupure. Extraire l'harmonique 3 d'un carré avec un rapport 20 sur le fondamental : $Q \approx 23$. Sortie d'un amplificateur $s = ae + be^2$: THD $= bE/(2a)$, croissant avec l'amplitude.

IV Méthodes et pièges

☞ Méthode — Prévoir la sortie d'un filtre M

1. Écrire le spectre d'entrée (E_0, E_n, φ_n) à partir du formulaire.
2. Situer les raies sur le diagramme de Bode : transmises, atténuées, zone à ± 20 dB/déc ?
3. Calculer $|\underline{H}|$ et $\arg \underline{H}$ pour les raies significatives ; $\underline{H}(0)$ pour le continu.
4. Conclure sur la forme : peu déformée, intégrée, dérivée, réduite à une raie, à sa moyenne.
5. Pour tester une linéarité : sinusoïde pure en entrée et FFT de la sortie.

✗ Attention, erreurs fréquentes

- Le continu passe avec $\underline{H}(0)$: nul pour un passe-haut, un passe-bande, un dérivateur.
- Intégrateur ou dérivateur seulement si **toutes** les raies utiles sont dans le bon domaine.
- Les phases déforment le signal même si les amplitudes changent peu.
- Un intégrateur pur à ALI dérive et sature : on utilise un pseudo-intégrateur.
- Un filtre ne crée pas de fréquence : il ne peut ni démoduler ni doubler une fréquence.

Savoir-faire : je coche quand je sais

- ☐ Je passe de l'équation différentielle à $\underline{H}$ et inversement ; je reconnais un système stable.
- ☐ Je calcule le spectre de sortie d'un filtre d'ordre 1 ou 2 attaqué par un signal périodique.
- ☐ Je prévois l'allure de la sortie (fronts arrondis, triangle, sinusoïde, valeur moyenne).
- ☐ Je justifie quantitativement un comportement moyenneur, intégrateur ou dérivateur.
- ☐ Je choisis un filtre (nature, ordre, f_c, Q) pour extraire ou éliminer une composante.
- ☐ Je reconnais une non-linéarité par l'apparition de fréquences nouvelles.